TRAITÉ

DE L'ÉQUILIBRE DES VOUTES

ET DE LA CONSTRUCTION

DES PONTS EN MAÇONNERIE.

Paris. — Imprimerie Cusset et Cᵉ, 26, rue Racine.

TRAITÉ

DE

L'ÉQUILIBRE DES VOUTES

ET DE LA CONSTRUCTION

DES PONTS EN MAÇONNERIE,

PAR

J. DUPUIT,

INSPECTEUR GÉNÉRAL DES PONTS ET CHAUSSÉES.

TEXTE.

PARIS.

DUNOD, ÉDITEUR,

SUCCESSEUR DE VICTOR DALMONT,

LIBRAIRE DES CORPS DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES,

Quai des Augustins, 49.

—

1870

(Droits de reproduction et de traduction réservés.)

AVERTISSEMENT.

M. l'inspecteur général Dupuit a posé pour la première fois, dans un article inséré aux *Annales des ponts et chaussées*, 2e semestre de 1858, le point de départ de la nouvelle théorie des voûtes à laquelle il a surtout travaillé dans les derniers temps de sa vie. « Lorsqu'une voûte, disait-il, « repose encore sur son cintre, la pression sur les voussoirs, qu'on appelle « communément la poussée, *n'existe pas encore;* elle ne commence à se « faire sentir que lorsqu'on abaisse le cintre, et elle va alors en augmentant « jusqu'au moment où il quitte la voûte. »

C'est en développant cet aperçu et en analysant ce qui se passe au moment du décintrement que M. Dupuit a établi les principes nouveaux suivants :

Dans une voûte symétrique, la courbe de pression d'une demi-voûte n'a pas deux points indéterminés, comme on le suppose aujourd'hui. Un de ces points est nécessairement placé à l'intrados et c'est autour de ce point qu'elle tourne au décintrement pour s'appuyer à la clef sur l'autre demi-voûte.

Dans une voûte complète, la courbe de pression est tangente à la courbe d'intrados. Si la voûte ne comprend que la partie supérieure à ce point de tangence, la courbe de pression passe par les naissances et n'est pas tangente.

Dans les voûtes elliptiques complètes, le joint de rupture, à moins de profil exceptionnel, est situé vers le milieu de la montée.

Dans une voûte non symétrique, la demi-voûte de plus grande poussée

a seule un joint de rupture. Dans l'autre demi-voûte, la courbe de pression s'éloigne de l'intrados.

La courbe de pression, dans une voûte construite par les procédés ordinaires, passant toujours par un point très-voisin de l'intrados, y produit une pression excessive qui compromet la solidité. On peut, par une taille arrondie d'un voussoir, déterminer le contact au milieu du joint et établir en ce point une espèce d'articulation qui éloigne la pression de l'intrados de la voûte, sauf à garnir ce joint de plaques métalliques, comme on le fait dans les cas analogues.

A l'aide de cet artifice de construction qu'on peut appliquer à la clef comme au joint de rupture, la courbe de pression peut être fixée sur le milieu de ce joint; puis, sans recourir à aucune espèce de calcul et par un simple tâtonnement graphique, on peut la faire passer par le milieu de tous les autres joints, en modifiant soit la courbe d'intrados, soit l'épaisseur de la voûte.

Cette nouvelle théorie de l'équilibre des voûtes forme la partie la plus importante du présent ouvrage sur la construction des ponts en maçonnerie. Lorsque, le 5 octobre 1866, une mort prématurée enlevait notre vénéré maître, cette théorie était complétement traitée, et le plan de l'ouvrage était arrêté; il ne restait plus qu'une révision générale à faire et quelques chapitres à finir. En nous chargeant de cette tâche, à la demande de la famille de M. Dupuit, nous espérions la terminer plus promptement que nous ne l'avons fait. Nous avons travaillé avec tout le zèle que peut inspirer l'affection la plus respectueuse; mais nous avons plus d'une fois constaté notre insuffisance, et si nous avons poursuivi l'œuvre jusqu'au bout, c'est que nous considérions comme un devoir de rendre ce dernier hommage de reconnaissance à l'homme éminent sous les ordres duquel nous avions eu la bonne fortune de servir.

J. Mahyer, E. Vaudrey,

Ingénieurs en chef des ponts et chaussées.

TRAITÉ

DE

L'ÉQUILIBRE DES VOUTES

ET DE LA CONSTRUCTION

DES PONTS EN MAÇONNERIE.

CHAPITRE PREMIER.

NOTIONS SOMMAIRES SUR LES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES ET LE PRIX DES DIVERSES ESPÈCES DE MAÇONNERIES EN USAGE DANS LA CONSTRUCTION DES VOUTES.

Avant de chercher les conditions de stabilité des voûtes construites en maçonnerie, il est bon de rappeler d'une manière sommaire les propriétés mécaniques des diverses espèces de maçonnerie et les diverses considérations qui peuvent guider l'ingénieur dans le choix qu'il doit en faire pour la construction des voûtes.

Un massif de maçonnerie se compose, en général, de pierres plus ou moins grosses, dont les intervalles sont remplis par un mortier ou un ciment ayant avec elles une certaine adhérence. Il n'est donc pas homogène et les molécules dont il est composé présentent des résistances très inégales à la compression ou à l'extension. On ne peut dès lors appliquer à ces massifs les méthodes générales de la résistance des matériaux, ou du moins il faut leur faire subir d'assez grandes modifications qui tantôt les compliquent, tantôt les simplifient.

Le propre des métaux et même des bois est de résister d'une manière très-énergique à la compression et à l'extension. La maçonnerie, en général, ne résiste bien qu'à la pression. Pour donner une mesure de cette différence, nous dirons qu'on n'évalue généralement qu'à 1 kil. par centimètre carré l'adhérence des bonnes maçonneries, tandis que leur résistance à l'écrasement va jusqu'à 140 kil. Il va sans dire que dans la pratique on ne les soumet pas à de pareils efforts permanents; mais ce sur quoi nous insistons ici, c'est sur l'énorme différence entre les deux résistances qui n'existe pas dans les métaux, surtout dans le fer. On conçoit donc que quand les efforts auxquels la maçonnerie est soumise ont pour résultat d'en distendre les parties, ces parties se séparent, des lézardes se prononcent, et alors, ou il s'établit une nouvelle position d'équilibre, ou le massif se divisant d'une manière complète, se renverse. Les constructeurs ne doivent donc pas compter sur la résistance à l'extension de la maçonnerie.

Dans certaines circonstances, la pierre de grande dimension est employée comme le serait une poutre de bois ou de métal et alors les formules ordinaires de la résistance des matériaux sont applicables à ces cas exceptionnels; mais ce n'est, pour ainsi dire, que par un abus de mots qu'on donne le nom de maçonnerie à ces ouvrages; c'est plutôt une charpente où la pierre remplace le bois.

Il y a plusieurs espèces de maçonneries.

Le béton est composé de pierres cassées de manière à passer dans un anneau de $0^m,06$ et brassées avec du mortier. Quand l'emplacement où cette maçonnerie doit être posée est à sec, on la met en place avec des pelles; dans le cas contraire, on la met dans des boîtes qu'on descend au fond de l'eau et qu'on renverse ou qu'on ouvre à l'aide de divers artifices, au moyen desquels on cherche à empêcher le délavage du béton. Le massif de béton prend sa forme de lui-même, parce qu'au moment où on le place, il est encore mou et peut s'étaler dans le moule qu'on lui a préparé; on facilite d'ailleurs ce mouvement, quand cela est nécessaire, par une légère compression. Avec le temps, ce massif se solidifie et devient susceptible d'une certaine résistance à la compression et à l'extension.

Mais cette dernière est toujours très-faible par rapport à la première, et le constructeur doit s'attacher à ne pas la mettre en jeu dans le béton, moins encore que dans la maçonnerie. Dès que la nature de la construction exige que certaines parties résistent à l'extension, il faut avoir recours à d'autres espèces de maçonnerie. Le caractère distinctif du béton, c'est d'être homogène, par suite, de répartir également la pression et de présenter la même résistance dans tous les sens et surtout de permettre de faire la maçonnerie dans l'eau.

La maçonnerie dite ordinaire ne diffère du béton que parce que la pierre qui entre dans sa composition est plus grosse et qu'elle est placée à la main. Dans les carrières, la pierre est débitée en morceaux, dits moellons, susceptibles d'être facilement maniés à la main, ce qui en rend le transport, le chargement, le déchargement et l'emploi faciles sans l'intermédiaire d'aucune machine. Le maçon met cette pierre en place avec un certain soin qui consiste à laisser entre deux pierres voisines le moins d'intervalle possible; à cet effet, après avoir cherché parmi celles qui sont à sa disposition le moellon qui lui paraît le mieux s'adapter au vide qu'il veut remplir, en le dégrossissant au besoin au marteau, il garnit la cavité avec du mortier, y place sa pierre et l'enfonce en la frappant. De cette manière de procéder, il résulte que la maçonnerie ordinaire n'est qu'un béton dont la pierre est plus grosse et plus inégale, ce qui lui donne une plus grande résistance à la compression et surtout à l'extension. A volume égal, elle contient en effet bien moins de mortier et quel que soit le plan de division qu'on imagine, la séparation se fera toujours plus difficilement que dans du béton. En effet, lorsque, par des circonstances quelconques, cette séparation s'opère soit dans le béton, soit dans la maçonnerie, en examinant les surfaces de cassure, on reconnaît qu'elles suivent le mortier ; les pierres, en général, ne se brisent pas, elles restent encastrées dans l'une ou l'autre face, laissant dans celle qu'elles abandonnent l'alvéole dans laquelle elles étaient logées. D'où il suit que là où les matériaux sont plus gros et plus enchevêtrés, la séparation est plus difficile, car le développement sur lequel agit l'adhérence est plus

considérable, et il en résulte quelquefois que la séparation n'a lieu qu'en brisant quelques-uns des moellons.

Une maçonnerie ordinaire bien faite devrait être à peu près homogène, c'est-à-dire, offrant à peu près la même résistance à la division par un plan quelconque; cependant il n'en est pas ainsi dans la pratique et presque toujours la maçonnerie ordinaire se trouve composée d'assises à peu près régulières, c'est-à-dire, qu'on peut diviser le massif par des plans qui ne rencontreraient que du mortier. Cela tient aux habitudes prises par les ouvriers dans les constructions particulières où cette division, qui facilite le travail, n'a pas d'inconvénient, parce que ces constructions ne résistent qu'à des charges verticales; cela tient aussi à la maçonnerie de parement, dont nous parlerons tout à l'heure, qui étant réglée par assises, amène le règlement de celle qui est située derrière.

Quoi qu'il en soit, la maçonnerie de moellons présente presque toujours une division par assises qui peut nuire à sa solidité, si elle est soumise à des efforts parallèles à leurs plans de division. C'est donc à l'ingénieur de veiller à ce qu'il n'en soit pas ainsi.

Le parement des maçonneries se fait ordinairement avec des matériaux de choix régulièrement taillés, de manière à donner à ces parements la surface plane ou courbe qu'on veut obtenir. Dans les constructions particulières on se contente ordinairement de faire affleurer les moellons au parement et on obtient l'uni de la surface au moyen d'un enduit général; mais ces enduits sont sujets à se détériorer sous l'influence des intempéries, ils s'écaillent et tombent en poussière. Ce n'est que par un entretien soigné et dispendieux qu'on les maintient en bon état; aussi, dans les travaux publics, on exécute ordinairement le parement au moyen de celui de la pierre elle-même convenablement taillée suivant une forme rectangulaire. Chaque pierre présente deux lits et deux joints perpendiculaires au parement. La queue de la pierre est en rapport avec sa hauteur d'assise et variable de manière à se lier avec la maçonnerie ordinaire placée derrière. On lui donne le nom de pierre de taille si sa hauteur d'assise est considérable et égale à celle des pierres qui forment les angles de la construction et de moellon piqué ou smillé si sa

hauteur ne forme que la moitié ou le tiers de celle de ces pierres. Quoi qu'il en soit, cette maçonnerie comporte évidemment des plans de joints parfaitement déterminés suivant lesquels la séparation n'est combattue que par l'adhérence des mortiers et, comme nous venons de le dire, l'existence de cette maçonnerie sur le parement détermine des joints dans la maçonnerie ordinaire, parce que les maçons procédant par assises pour la maçonnerie du parement, sont amenés à agir de même pour celle qui lui est juxtaposée.

Les angles des massifs de maçonnerie se font presque toujours en pierre de taille. Ce sont, en effet, les parties les plus exposées au choc ou à l'écrasement. Dans cette troisième espèce de maçonnerie, le joint est plus déterminé que dans aucune autre; il n'y a d'autre liaison entre les assises que celle qui résulte de l'adhérence du mortier ; la séparation par un plan de joint est plus facile que dans tout autre système, tandis que la séparation par un autre plan est plus difficile et présente autant de résistance que si le massif était formé d'un seul bloc de pierre.

Nous avons cru devoir entrer dans ces considérations pour faire comprendre comment, pour l'équilibre des maçonneries, on était amené à les considérer comme divisées par des joints suivant lesquels la séparation est plus facile. A un point de vue purement abstrait, l'équilibre d'un solide quelconque doit avoir lieu par rapport à tous les plans de section qu'on peut imaginer, ce qui rend la recherche des conditions d'équilibre plus difficile; mais si ce massif n'est pas homogène et qu'il présente des plans suivant lesquels la résistance à la division est beaucoup moindre, il est évident que la recherche de ces conditions est rendue plus facile par la connaissance de ces plans; et d'un autre côté, comme leur direction est à la disposition du constructeur, il peut les placer de manière que la tendance à la disjonction suivant ces plans soit le plus faible possible et donner au massif de maçonnerie toute la résistance qu'aurait un monolithe.

Pour compléter ces notions sommaires sur la constitution des maçonneries, nous devons dire un mot des dépenses qu'exige leur construction.

Le béton et la maçonnerie ordinaire sont les maçonneries à meilleur

marché. Leur prix varie de 12 à 25 francs. Là où on trouve facilement des cailloux pouvant remplacer la pierre cassée, le béton est moins cher que la maçonnerie, c'est le contraire ailleurs; dans tous les cas, leurs prix diffèrent assez peu.

La maçonnerie de parement est toujours beaucoup plus chère. La taille du parement, le dressement des lits et joints exigent beaucoup de main-d'œuvre et produisent beaucoup de déchet. Il serait difficile d'assigner des limites aux prix de cette espèce de maçonnerie qui varie beaucoup d'une localité à l'autre; on peut considérer cependant les chiffres de 30 à 45 francs comme des limites ordinaires.

Le prix de la pierre de taille est peut-être plus variable encore. On la paye souvent de 60 à 120 francs.

Il résulte de là que, pour le constructeur, la question n'étant pas, en général, de résoudre le problème de la stabilité avec le minimum de volume, mais avec le minimum de dépense, il doit faire varier les formes de son projet avec le prix des matériaux qui sont à sa disposition. Il y a toujours économie à éviter les angles et les parements vus, et l'économie qu'on obtient en réduisant certaines épaisseurs de maçonneries n'est souvent pas en rapport avec les chances de stabilité qu'on perd.

C'est pour cela que la théorie de la poussée des terres, outre l'inconvénient de reposer sur des hypothèses incertaines et de contenir dans ses formules des constantes dont on ne connaît pas la valeur, n'a pas grande importance pratique. En effet, dans un mur de soutènement, le parement, le cordon, le parapet constituent souvent la plus grande partie de sa dépense; de sorte que le calcul, qui n'a d'autre résultat que de déterminer l'épaisseur moyenne du mur, ne pouvant procurer d'économie que sur la maçonnerie ordinaire, ne saurait influer que d'une manière insignifiante sur la dépense totale. Ce n'est, pour ainsi dire, que dans les cas exceptionnels qu'il est indispensable d'avoir recours à la théorie.

Il nous reste à parler maintenant de la résistance dont les matériaux et les maçonneries sont susceptibles. On comprend, en effet, que c'est cette considération surtout qui détermine la forme et les dimensions des massifs

de maçonnerie à construire et dont la solidité doit être vérifiée à plusieurs points de vue très distincts. Ces massifs, qu'on peut considérer comme un assemblage de matériaux faiblement liés entre eux, doivent en effet être combinés de manière, d'abord à ne pas être renversés, ensuite à ne pas glisser, enfin à ne pas être écrasés.

La première condition se calcule au moyen des principes de la mécanique, dans lesquels on peut faire abstraction de la résistance propre des matériaux ou la supposer indéfinie. Cette première recherche est toute rationnelle, elle n'emprunte rien à l'expérience. La seconde est en partie rationnelle, en partie expérimentale. Lorsqu'on a calculé les efforts qui tendent à faire glisser soit le massif entier sur sa base, soit les diverses parties de ce massif les unes sur les autres, il faut déterminer par expérience les valeurs du frottement, de l'adhérence, de la cohésion qui s'opposent à ces mouvements. La troisième recherche participe également de la théorie et de l'expérience. Une fois qu'on s'est assuré que le massif composé de matériaux d'une résistance indéfinie est en équilibre, il faut encore chercher si ceux dont on dispose seront capables de résister aux efforts auxquels ils seront exposés. De là une nouvelle recherche toute théorique pour calculer ces efforts, puis une comparaison des résultats obtenus, avec des données entièrement expérimentales concernant la plus grande résistance à l'écrasement dont les matériaux sont susceptibles.

La connaissance de ces données expérimentales est donc indispensable au constructeur. Malheureusement ce qu'on possède à cet égard est bien vague, bien incomplet et il serait difficile d'en tirer un parti pratique, si l'on voulait utiliser complétement dans les constructions la résistance des matériaux; mais comme on n'en utilise environ que la dixième partie, il en résulte que les erreurs qu'on peut commettre sur la résistance absolue n'ont pas de conséquences bien fâcheuses. Quoi qu'il en soit, nous allons exposer sommairement l'état actuel des connaissances, en ce qui concerne la résistance des matériaux de construction à l'écrasement.

La théorie de l'écrasement des solides de peu de hauteur est très-arriérée. On se rend plus facilement compte *à priori* de la limite de

résistance à l'extension; en effet, la cohésion est une qualité inhérente aux solides et l'on conçoit bien qu'en attaquant cette cohésion par une force qui lui est opposée, on parvienne à la détruire.

Ainsi, on comprend que lorsqu'un poids est suspendu à un fil de fer, ce poids peut devenir plus grand que la force qui réunit deux sections contiguës du fil; mais si un poids pèse sur un petit cube de fer, on ne voit pas immédiatement pourquoi ce poids qui agit dans le même sens que la cohésion parvient à la détruire. Cela n'arrive, en effet, que parce que la compression produit une extension dans le sens perpendiculaire; si, par exemple, la pression est verticale, les molécules d'une tranche s'insinuent dans les intervalles de la tranche inférieure et les écartent comme ferait un coin; d'où il résulte que les faces latérales s'écartent du centre comme si elles étaient tirées par des forces horizontales et lorsque cet écartement atteint la limite d'extension qu'elles peuvent supporter, le solide se fend suivant des plans verticaux. Il est fort difficile de constater ces phénomènes par expérience parce que, lorsqu'on comprime des solides de peu de longeur, les faces supérieure et inférieure ne peuvent obéir facilement à cette dilatation horizontale, retenues qu'elles sont par le frottement des surfaces pressantes. Aussi les solides comprimés se gonflent-ils d'une manière inégale, et leurs arêtes latérales prennent-elles la forme d'arcs ayant leur flèche au milieu de leur hauteur. L'étude théorique et expérimentale de ces phénomènes est encore à faire; on n'a sur ce sujet que des hypothèses plus ou moins ingénieuses dont la pratique ne saurait tirer parti. Les constructeurs ne prennent d'autre guide à ce sujet que quelques expériences et quelques résultats pratiques, puisés dans des constructions antérieures, qu'il nous reste à faire connaître.

Les expériences faites sur la résistance des matériaux n'ont eu, en général, pour but de faire connaître cette résistance que pour un effort instantané, résistance bien plus considérable que quand il s'agit d'un effort permanent. Ainsi, de petits cubes de 3, 4 ou 5 centimètres de côté ont été chargés jusqu'à ce qu'on en ait produit l'écrasement. Or il est constant que des charges bien inférieures auraient produit le

même résultat si on les avait laissées séjourner sur les prismes soumis aux expériences. Quoi qu'il en soit, voici le tableau de ces résistances à un effort instantané donné par M. Poncelet dans sa *Mécanique industrielle ;* nous y ajoutons, comme l'a fait M. Yvon Villarceau, les hauteurs de pierre qui auraient produit l'écrasement.

NATURE DES MATÉRIAUX.	DENSITÉ.	CHARGE par centim. carré qui produit l'écrasement.	HAUTEUR de la colonne qui produit l'écrasement.
Pierres volcaniques, granitiques, siliceuses et argileuses.		kilog.	mètres.
Basaltes de Suède et d'Auvergne	2,95	2000	6780
Lave du Vésuve	2,60	590	2269
Lave tendre de Naples	1,97	230	1167
Porphyre	2,87	2470	8606
Granit vert des Vosges	2,85	620	2179
Granit gris de Bretagne	2,74	650	2372
Granit de Normandie	2,66	700	2632
Granit gris des Vosges	2,64	420	1591
Grès très-dur blanc ou roussâtre	2,50	870	3480
Grès tendre	2,49	4	16
Pierre porc ou puante (argileuse)	2,66	680	2556
Pierre grise de Florence	2,56	420	1641
Pierres calcaires.			
Marbre noir de Florence	2,72	790	2904
Marbre blanc veiné statuaire et Turquin	2,69	310	1152
Pierre noire de Saint-Fortunat très-dure et coquilleuse	2,65	630	2377
Roche de Châtillon, dure et un peu coquilleuse	2,29	170	742
Liais de Bagneux, très-dur et à grain fin	2,44	440	1803
Roche douce de Bagneux	2,08	130	625
Roche d'Arcueil	2,30	250	1087
Pierre de Saillancourt, 1re qualité	2,41	140	581
Pierre de Saillancourt, 2e qualité	2,10	90	429
Pierre ferme de Conflans	2,07	90	435
Pierre tendre lambourde et vergelé, employée à Paris, résistant à l'eau	1,82	60	329
Lambourde de qualité inférieure, résistant mal à l'eau	1,56	20	128
Calcaire dur de Givry	2,36	310	1314
Calcaire tendre de Givry	2,07	120	580
Calcaire jaune oolithique de Jaumont, près Metz, 1re qualité	2,20	180	818
Calcaire jaune oolithique de Jaumont, près Metz, 2e qualité	2,00	120	600

NATURE DES MATÉRIAUX.	DENSITÉ.	CHARGE par centim. carré qui produit l'écrasement.	HAUTEUR de la colonne qui produit l'écrasement.
		kilog.	mètres.
Calcaire jaune oolithique d'Amanvilliers, près Metz (1re qualité)	2,00	120	600
Calcaire jaune oolithique d'Amanvilliers, près Metz (2e qualité)	2,00	100	500
Roche vive de Saulny, près Metz (non rompue)	2,55	300	1174
Roche jaune de Bozereuille, près Metz	2,40	180	750
Calcaire bleu à graphite donnant la chaux hydraulique de Metz	2,60	300	1154
Briques.			
Brique dure très-cuite	1,56	150	961
Brique rouge	2,17	60	276
Brique rouge pâle (probablement mal cuite)	2,09	40	191
Brique de Hammersmith	»	70	»
Brique de Hammersmith brûlée ou vitrifiée	»	100	»
Plâtres et mortiers.			
Plâtre gâché à l'eau	»	50	»
Plâtre gâché au lait de chaux	»	73	»
Mortier ordinaire en chaux et sable	1,60	35	219
Mortier en ciment ou tuileaux pilés	1,46	48	329
Mortier en grès pilé	1,68	29	172
Mortier en pouzzolane de Naples et de Rome	1,46	37	253
Enduit d'une conserve antique près de Rome	1,55	76	490
Enduit en ciment des démolitions de la Bastille	1,49	55	369

Nous pourrions facilement allonger ce tableau à l'aide des expériences de Rondelet qu'on trouve dans la plupart des ouvrages qui traitent de la résistance des maçonneries, entre autres le *Traité de la construction des ponts*, de Ganthey; mais nous ne croyons pas que le lecteur y trouvât des renseignements bien utiles. Il n'en est pas des pierres comme des métaux, dont la résistance n'éprouve que de légères variations, de sorte que quand le constructeur emploie du fer sous forme de barres, de tôle, de fil de fer ou de fonte, il a le droit de compter sur une résistance qui peut varier sans doute, mais dans des limites étroites. La pierre étant un produit naturel qu'on trouve avec les consistances les plus diverses, présente des résistances très variables et qui ne peuvent

être déterminées que par des expériences spéciales. Le constructeur ne peut donc consulter avec grand profit les tables analogues à celle que nous venons de reproduire, car elles ne peuvent lui apprendre quelle sera réellement la résistance des matériaux qu'il a à sa disposition; il ne peut y trouver que certaines limites dans lesquelles elle est contenue. Cependant, à cette table, nous croyons devoir ajouter quelques faits pratiques tendants à faire connaître jusqu'à quelles limites les constructeurs se sont permis d'user de la résistance de la pierre dans les constructions les plus hardies.

	kil. par centim. carré.
Piliers des Invalides	14.76
— de Saint-Pierre de Rome	16.00
— de Saint-Paul de Londres	19.00
Les colonnes de Saint-Paul-Hors-des-Murs, à Rome	19.76
Les piliers du dôme de Sainte-Geneviève	29.11
Les piliers de l'église de la Tour Saint-Méry	29.17
Les colonnes de l'église Toussaint, à Angers	44.00

Les auteurs qui citent ces exemples les auraient rendus plus instructifs s'ils avaient fait connaître en même temps la nature et la résistance des pierres de ces piliers. Quoi qu'il en soit, tels qu'ils sont, ils suffisent pour démontrer que, passé 30 kilogrammes par centimètre carré, on expose les matériaux à des résistances qui ne sont pas usitées et qu'on ne peut plus, dans ces circonstances, s'appuyer sur des exemples consacrés par l'expérience.

On a cherché à se rendre compte de l'influence de la forme de la section des parallélipipèdes et de leur hauteur et l'on a trouvé qu'à égalité de surface, la résistance croissait à mesure que la section se rapprochait du cercle et qu'elle décroissait avec la hauteur, surtout si le solide était divisé en plusieurs assises. On conçoit en effet que quand plusieurs prismes portent les uns sur les autres, il est difficile que la pression se transmette d'une manière uniforme dans toute l'étendue de la surface et il se trouve alors que dans les parties les plus pressées la compres-

sion dépasse la résistance du solide avant qu'elle ait atteint la limite de la pression qu'il pourrait supporter si elle était également répartie.

A ce sujet, nous ferons observer qu'on n'a encore expérimenté que des pressions uniformes agissant sur toute la surface des prismes, que cependant, dans les constructions, il arrive fréquemment qu'une partie seulement de la surface se trouve pressée. Peut-on alors considérer comme isolée la partie pressée et la supposer en danger d'écrasement si la pression atteint la limite qui produirait cet écrasement dans le cas de l'isolement? Quoique ce soit l'usage, nous ne le pensons pas. Comme nous l'avons dit, les matériaux ne s'écrasent que par l'effet de la dilatation latérale; et quand on met obstacle à cette dilatation, on augmente par cela même la résistance à l'écrasement. C'est là un principe dont on a le sentiment; ainsi il est d'usage d'entourer, de fretter en fer les pieux qui doivent être fortement chargés pour les empêcher d'éclater; on met de même des ceintures de fer autour de certains supports. Si l'on imagine, par exemple, qu'un prisme de $0^{m},05$ de côté ait éclaté sous un effort de 10000 kilogrammes, ce qui fait 400 kilogrammes par centimètre carré, on n'est certainement pas en droit d'en conclure qu'il y aurait écrasement de la pierre si une colonne de fonte de $0^{m2},25$ de base exerçait cette pression de 10000 kilogrammes au milieu d'une pierre ayant un mètre carré de surface. Il est même certain que, dans ces circonstances, la résistance serait énormément augmentée.

Ce principe que, partout où la pression atteint la limite d'écrasement, il y a écrasement, conduit à des conséquences absurdes. En effet, si l'on calcule la surface de la pointe d'un poinçon parfaitement aiguisé, on en conclura qu'il devra pénétrer dans du granit comme une aiguille dans une pelote et que toutes les pierres devraient se couper au rasoir. Les chiffres que nous venons de donner ne sont donc relatifs qu'à des pressions générales s'étendant sur toute la surface des pierres : quand il s'agit de pressions locales ne portant que sur certains points, la résistance augmente d'autant plus que ces points sont plus éloignés des parois; mais on ne sait rien de la manière dont se comporte la résistance dans ces cir-

constances, et, faute de données, on se laisse guider par un principe inexact. Nous avons cru devoir insister sur cette observation parce que, dans les voûtes, cette inégalité de pression se rencontre fréquemment et qu'elle est une des difficultés de leur construction ou plutôt du calcul de leur solidité.

Nous venons de parler du cas où, sur la surface des matériaux, se trouve une pression locale déterminée, ne s'étendant pas à toute la surface de l'assise, mais égale sur une petite surface partielle. Il y a un autre cas plus fréquent où la pression, quoique générale ou à peu près, sur toute la surface de l'assise, est inégale en chaque point.

Voici comment on en détermine l'intensité dans chacun des points, d'après une hypothèse généralement admise aujourd'hui.

Soient AB la surface d'un joint quelconque (*fig.* 1); R la résultante normale à ce joint. On admet, comme dans la résistance des solides, que par l'effet de la compression la surface du joint s'est légèrement déplacée en restant plane et qu'en chaque point se manifeste une réaction proportionnelle au déplacement. Ainsi AB étant descendu en A'B' (*fig.* 2), les droites telles que mm' mesurent la pression sur le point m. D'où il résulte que le solide compris entre les deux positions du plan est proportionnel à R, et que si la résultante passait par le centre de gravité du plan, les deux plans seraient parallèles; mais lorsque cette force est en dehors du centre de gravité, l'inclinaison des deux plans varie de manière que la résultante des forces représentées par les distances des points correspondants soit directement opposée à la force qui presse le plan. La position des deux plans se trouve donc déterminée par la condition de donner une résultante égale et semblablement placée à celle qui agit sur le joint. La recherche de cette position est un simple problème de géométrie toujours facile à résoudre. Ainsi une colonne cylindrique ou un pilier, dont une assise horizontale se trouverait pressée par une force qui ne passerait pas par son centre, donnerait lieu au problème suivant : déterminer un tronc de cylindre ou de prisme tel que son centre de gravité se trouve en un point donné.

Or il est facile de concevoir que si, partant du parallélisme des deux plans, cas pour lequel le centre de gravité du solide passe par le centre de gravité de la base, on incline de plus en plus le plan supérieur, le centre de gravité du tronc de cylindre s'écarte de plus en plus du centre de gravité de la surface et se porte vers le périmètre; il y a donc une inclinaison qui résout le problème.

Chaque figure de joint comporte ainsi une solution spéciale; nous ne nous occuperons que du cas d'un joint rectangulaire susceptible de se diviser par tranches, parce que ce cas est le plus ordinaire et que les conséquences que nous en déduirons peuvent s'appliquer facilement à tous les autres.

Soient : a, la longueur du joint AB (*fig.* 3);
c, la distance AC de la résultante au point A, pris pour origine des coordonnées;
p_o, P, les pressions par mètre carré aux extrémités;
p, la pression courante au point x;

on aura :

$$p = p_o + \frac{P - p_o}{a} x.$$

On détermine p_o et P par la condition que la somme des forces p soit égale à R et que leur moment par rapport au point C soit nul, ce qui donne les deux équations :

$$p_o a + \frac{P - p_o}{2} a = R.$$

$$\int_o^a \left(p_o + \frac{P - p_o}{a} x\right)(x - c)\, dx = 0,$$

Ce qui revient à dire, dans ce cas particulier, que la surface du trapèze est égale à R et que son centre de gravité est placé en C. Quoi qu'il en soit, on tire des équations précédentes :

$$p = \frac{2R}{a}\left[2 - \frac{3c}{a} + \left(\frac{6c}{a} - 3\right)\frac{x}{a}\right],$$

$$P = 2R\,\frac{3c - a}{a^2},$$

$$p_0 = 2R\,\frac{2a - 3c}{a^2}.$$

Si $c = \frac{a}{2}$, c'est-à-dire, si la résultante passe par le milieu du joint,

$$p = P = p_0 = \frac{R}{a},$$

la pression est uniforme dans toute l'étendue du joint et égale à la pression moyenne.

A mesure que c augmente, P augmente et p_0 diminue, puisque leur somme est toujours égale à

$$2\,\frac{R}{a}.$$

Quand c atteint la valeur $\frac{2}{3}a$, on a :

$$P = \frac{2R}{a}, \quad p_0 = 0.$$

c'est le cas indiqué par la *fig.* 4, où le trapèze formé par les lignes des résistances se réduit à un triangle. Quand c dépasse $\frac{2}{3}a$, comme dans la *fig.* 5, la compression n'agit plus que sur la partie NB ; dans la partie AN aucune force ne se développe, car, comme nous l'avons dit plus haut, dans la maçonnerie, la cohésion est négligeable, on ne peut donc admettre les valeurs négatives de p et p_0 qui seraient données pour ce cas par les formules précédentes. Il faut alors les modifier de manière à ce que la réaction de la maçonnerie soit considérée comme nulle dans la partie AN. La réaction du joint étant alors exprimée par le triangle NBP, on a :

$$NB = 3(a - c),$$

et

$$\frac{3}{2} P(a - c) = R,$$

d'où :

$$P = \frac{2R}{3(a - c)},$$

ce qui revient à considérer la longueur du joint comme réduite à $3(a - c)$, la partie $AN = 3c - 2a$ devenant inutile. Le tiers de la partie NB est même nuisible, car si dans la formule précédente on fait $BC = d = a - c$, la pression maximum est exprimée par

$$P = \frac{2}{3} \times \frac{R}{d},$$

tandis que si le joint n'avait qu'une longueur de $2d$, elle serait

$$P' = \frac{R}{2d};$$

d'où il résulte que l'excès de longueur du joint amène une pression à la paroi plus grande dans le rapport de 4 à 3.

Supposons, par exemple, une très-forte charge appliquée au milieu du massif ABDC (*fig.* 6); les pressions en chaque point de la base seront mesurées par des lignes telles que CC′ et DD′, c'est-à-dire, qu'elles seront partout égales. Maintenant si, pour diminuer ces pressions, on élargit le massif d'un seul côté, en y ajoutant le rectangle B*b*d*d*D, tel que $Bb = \frac{1}{2}$ AB, les pressions seront limitées par la ligne inclinée *d*′C″, qui donnera en C une pression proportionnelle à

$$CC'' = \frac{4}{3} CC$$

Enfin si on augmente encore la largeur du massif jusqu'en β, par

exemple, il n'y aura pas de pression sur $d\alpha$, le nouveau massif additionnel tendra à être soulevé et à se détacher de l'ancien suivant la direction *bd*. Ce sont là les conséquences nécessaires de l'hypothèse en vertu de laquelle on considère les molécules du massif comprimé comme restant dans le même plan, mais on ne doit pas oublier que ce n'est là qu'une hypothèse d'une simplicité commode pour le calcul, qui, dans bien des cas, ne s'écarte peut-être pas beaucoup de la vérité, mais qu'enfin ce n'est pas une loi physique vérifiée par l'expérience. Nous dirons même que, dans certaines circonstances, cette hypothèse conduit à des résultats contradictoires. Supposons, par exemple, le massif ABC (*fig.* 7), dont la coupe est un triangle rectangle; l'hypothèse de la rigidité des assises placera la résultante en G, GB étant le tiers de CB, et si on appelle *a* le contact BC, la pression en chaque point sera donnée par les ordonnées du triangle C'B'*m*; la pression en C sera nulle et en B, elle sera :

$$\frac{2P}{a}.$$

Si maintenant on accole à la paroi AB, un prisme égal et symétrique ABD et qu'on considère le massif unique ACD, la résultante passera par B, la pression sur la base sera mesurée par le rectangle C'*np*D' et sera partout égale à $\frac{P}{a}$. Or il est difficile d'admettre que l'addition de ABD ait eu pour résultat de faire naître une pression considérable en C et de diminuer de moitié la pression en B. L'hypothèse qui représenterait les pressions par la ligne brisée C'*m*D' ne paraît pas moins admissible que celle qui les représente comme données par l'horizontale *np*. Il est même certain que ni l'une ni l'autre n'est exacte, car elles supposent, la première que CB et BD formeront une ligne brisée, la seconde, une ligne droite horizontale, tandis qu'à moins de dislocation, il est probable que le joint CD s'infléchira suivant une courbe. Ainsi, dans le cas de la *fig.* 8, il paraîtrait plus exact de supposer que l'empatement CD fléchirait en C'MD' et de considérer les branches MC et MD comme des solides encastrés à

une de leurs extrémités et soumis à des forces réparties sur leur longueur.

Ces considérations nous paraissent démontrer qu'il ne faut pas accorder une confiance absolue aux calculs relatifs à la répartition des pressions et ne jamais oublier qu'ils ne sont fondés que sur des hypothèses qui ne sont certainement pas rigoureusement exactes ; c'est au constructeur à apprécier dans quelles mesures les circonstances, dans lesquelles se trouve l'ouvrage dont il étudie la solidité, légitiment l'emploi de telle ou telle formule ou de telle ou telle méthode.

Nous devons faire observer, du reste, qu'il ne s'agit pas ordinairement d'arriver à un résultat précis, c'est-à-dire, d'obtenir des chiffres qui mesurent l'effet des efforts auxquels le massif est soumis, mais simplement de savoir si ce massif sera renversé, ou chassé de sa position, ou disloqué, de déterminer enfin la forme à lui donner ou le mode de construction à suivre pour qu'il ait une résistance suffisante avec la plus grande économie possible. Or la solution de ces questions est souvent indépendante de la nature de la résistance des massifs et du mode suivant lequel la pression s'y propage, de sorte que les calculs conduisent à des résultats souvent plus exacts qu'on ne le soupçonnerait d'abord d'après de nombreuses hypothèses qu'on est obligé de faire. C'est ce qui ressortira de la suite de ce travail.

Quoiqu'on ne connaisse pas bien les conséquences d'un excès de pression partielle, il est évident qu'elle est contraire à la solidité de la construction et qu'il y a lieu soit d'en modifier les dispositions, soit de prévenir ces conséquences par quelques précautions spéciales. Le constructeur doit donc toujours se rendre compte des excès de pression qui peuvent avoir lieu en certains points; c'est à ce titre que nous avons cru devoir reproduire la théorie précédente, en signalant cependant ce qu'elle nous paraît avoir de défectueux.

On a vu de combien d'incertitudes se trouve environnée la détermination de la pression réelle et de celle qui est compatible avec la conservation des matériaux; c'est pour cela que les constructeurs ne font guère porter aux maçonneries que le dixième du poids capable de les écraser.

Et cependant on voit souvent dans les constructions des écrasements partiels qui sont dus soit à des imperfections de la mise en œuvre des matériaux, soit à ce que la pression se transmet autrement qu'on ne l'a supposé dans les calculs préliminaires. Une connaissance plus exacte de la manière dont la pression se répartit dans les massifs permettrait, non-seulement d'éviter ces accidents, mais de tirer meilleur parti de la masse des matériaux dont la plus grande partie ne sert qu'à garantir le constructeur contre les accidents qui peuvent résulter de son ignorance des lois spéciales qui régissent cette nature particulière de solides. Cette étude préliminaire fera l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE II.

DE LA STABILITÉ DES MASSIFS EN MAÇONNERIE.

Avant de chercher les conditions de stabilité des voûtes ou des arches de pont, il est bon d'expliquer, sur des solides de formes plus simples, la théorie qui sert de base à la méthode géométrique aujourd'hui en usage pour résoudre ce problème.

Un massif de maçonnerie pouvant, ainsi que nous l'avons vu dans le chapitre précédent, se diviser facilement suivant certaines surfaces, il ne suffit pas pour qu'il soit en équilibre, que, en le considérant comme monolithe, les forces qui lui sont appliquées aient une résultante nulle; il faut encore qu'elles n'en puissent détacher ou écraser une partie quelconque. Dans sa généralité, le problème semble donc exiger des recherches et des calculs très-nombreux pour s'assurer de l'équilibre de chacun des petits solides dont le massif est composé ; cependant, en réalité, ce problème se simplifie beaucoup à cause de la position, de la forme peu différente de chacun de ces solides qui donnent la faculté de leur appliquer des méthodes de recherche communes et même de les lier entre elles par des formules et des courbes qui permettent de ne s'occuper spécialement que de quelques-uns d'entre eux et d'étendre aux autres les résultats trouvés, sans aucun travail nouveau.

Faisons observer d'abord que, dans la solution de cette question, il n'est pas toujours permis de composer les forces entre elles suivant les lois de la statique. On ne peut avoir recours à cette simplification que pour se rendre compte du mouvement possible de tout ou partie du massif comme monolithe; il peut alors être considéré comme inaltérable et incompressible et si les forces qui agissent sur lui, combinées d'après les lois de la statique, ont une résultante nulle, on peut en conclure qu'il sera en équilibre; mais lorsqu'il s'agit d'apprécier la déformation du massif, il faut calculer l'effet de chacune des forces suivant son point d'application sur les éléments dont le massif est composé et bien se garder de substituer l'effet de la résultante à l'effet des composantes. Deux forces égales et agissant en sens contraire suivant une ligne droite ont une résultante nulle et ne peuvent troubler l'équilibre du massif auquel elles sont appliquées, considéré comme monolithe, mais elles peuvent parfaitement en opérer l'écrasement ou la dislocation.

Cette observation s'applique à la résistance de toute espèce de matériaux; ainsi une poutre supportée sur deux appuis fléchit d'une manière différente sous l'action de poids uniformément répartis sur sa longueur ou sous celle de leur résultante appliquée à son milieu. Elle peut rompre dans ce dernier cas sous une charge bien inférieure à celle qu'elle supporterait dans l'autre.

Cherchons maintenant les conditions d'équilibre du massif ABDC (*fig.* 9).

Soumis seulement à l'action de la pesanteur, considéré comme monolithe, il est en équilibre sur le plan CD, si la perpendiculaire abaissée de son centre de gravité passe entre les points C et D; mais il est possible qu'il se divise suivant la ligne MN, si la tangente de l'inclinaison de ce joint dépasse le rapport du frottement à la pression. En effet, la force qui tend à faire glisser la partie supérieure sur la partie inférieure est $p \sin \varphi$ (*) et la force qui tend à la retenir est $fp \cos \varphi$, donc il y aura dislocation si

(*) Nous faisons ici abstraction de la cohésion, pour simplifier la question.

$$\text{tang}\,\varphi > f;$$

et comme tang φ atteint son maximum dans la direction BC, il est clair que si l'équilibre existe dans ce système de division, il existera dans tous les autres. Cependant le mode de construction peut avoir une grande influence dans la question. En effet, si la maçonnerie a été construite par joints inclinés, la valeur de f, qui sera moindre dans cette direction que dans toutes les autres, peut déterminer une rupture dans la direction des joints. Si, par exemple, on imagine le massif formé par des assises inclinées, comme dans la *fig.* 10, il est évident que la direction de ces assises déterminera la rupture et qu'il suffira de s'assurer de l'équilibre dans l'hypothèse de la division du massif par des plans passant par les joints. En général, la résistance à l'extension d'un massif de maçonnerie étant beaucoup plus petite dans les joints que partout ailleurs, l'art du constructeur consiste à en déterminer la direction, de manière que, dans l'étendue de leur surface, les molécules du mortier ne soient soumises qu'à une compression. Ainsi dans le cas fort simple que nous considérons, le problème serait résolu avec des assises horizontales (*fig.* 11). Les lits de maçonnerie étant disposés dans ce système, une rupture transversale ne peut avoir lieu suivant un plan incliné, sans que les matériaux dont la maçonnerie est composée soient eux-mêmes rompus, suivant une ligne brisée déterminée par les joints verticaux et sans amener des frottements très-considérables. La résistance à la rupture ou au glissement dépasse ainsi la force qui pourrait la produire.

Ces exemples très-simples font déjà comprendre que, comme nous le disions tout à l'heure, la recherche des conditions d'équilibre d'un massif de maçonnerie se simplifie beaucoup dans la pratique ; car il est presque toujours facile de reconnaître quels sont les plans de division qui présentent le moins de résistance à la rupture ou sont soumis aux plus grands efforts et on peut se contenter de s'assurer de l'équilibre des parties où il est le plus difficile.

Considérons maintenant (*fig.* 12) un massif ABDC, dont l'assise

supérieure est soumise à une force horizontale Q. Si nous supposons ce solide décomposé en assises horizontales, il est facile de déterminer pour tous les solides supérieurs à un joint donné la direction et l'intensité de la résultante, en composant le poids de ce solide avec la force horizontale; on trouve ainsi que ces résultantes seront successivement mr_1, mr_2.....mR, passant toutes par le point m, rencontre de la direction de la force Q avec la verticale menée par le centre de gravité de la partie du solide supérieur au joint considéré. Les points r_1, r_2.....R sont tous situés sur une verticale pR dite ligne de pression. Dans ce cas particulier, la ligne de pression est droite, mais, dans beaucoup de cas, les points déterminés par la rencontre de la résultante et de chacun des plans de joint sont en ligne courbe. La détermination de cette ligne facilite beaucoup la recherche des conditions d'équilibre des massifs de maçonnerie. En effet, pour qu'un solide soit en équilibre sur un plan, il faut que la résultante des forces qui lui sont appliquées passe dans l'intérieur de la surface de contact de ce solide avec le plan, car il est évident que la résultante des réactions de ce plan se trouvant nécessairement comprise dans cette surface, ne pourrait faire équilibre à la résultante des forces extérieures, si elle passait en dehors. D'où il suit que l'équilibre n'est possible qu'à la condition que la courbe de pression ne passe pas en dehors du solide. Déterminer la courbe de pression, c'est donc vérifier si cette condition d'équilibre est satisfaite pour tous les plans de joint, et on doit comprendre combien la loi de continuité qui lie entre eux les points de cette courbe, facilite cette recherche, car il suffit presque toujours d'en déterminer quelques points pour en avoir le tracé complet.

Ainsi, en ce qui concerne le massif ABDC (*fig.* 12), il est très-facile de reconnaître *à priori* que la ligne de pression est pR et que cette ligne ne sortant pas de la surface des assises, il ne saurait y avoir renversement d'aucune partie du massif; mais cela ne suffit pas pour l'équilibre; en effet, en vertu de la composante Q, une partie du massif pourrait glisser sur l'autre; or il est facile de voir que si ce mouvement s'opère, ce sera sur la première assise, car tandis que la poussée horizontale est constante,

la résistance au glissement croît de haut en bas, puisqu'elle serait exprimée par un terme de la forme $fp + \gamma l$, en appelant :

f, le coefficient de frottement,
p, le poids de la maçonnerie supérieure au joint considéré,
γ, le coefficient de la cohésion,
l, la surface de l'assise,

donc si l'on a pour l'assise supérieure $fp + \gamma l > Q$, il n'y aura glissement nulle part.

Il resterait encore à examiner la question de l'écrasement. Ici, il est évident que c'est dans les assises inférieures que cet effet pourrait se produire, parce que la ligne des pressions est partout à égale distance de la paroi. Ainsi, on aurait à voir si en appelant P le poids du massif et d la distance de la résultante à la paroi, on aurait $\frac{2P}{3d}$ plus petit que la résistance de la maçonnerie à la compression.

Même en admettant toutes ces conditions remplies, il ne faudrait pas encore en conclure que le massif se maintiendra en équilibre, parce que, par suite du peu de distance de la ligne des pressions à la paroi AC, la pression se répartit inégalement sur la surface des assises, ce qui tend à disloquer le massif.

Ainsi, d'après la théorie que nous avons exposée plus haut, si, à droite de pR, nous menons une verticale p'R′ (*fig.* 13), telle que $Ap' = 3Ap$, nous aurons une ligne qui séparera dans chaque assise la partie pressée de celle qui ne l'est pas. A droite de p'R′, les joints tendraient à s'ouvrir, comme nous l'indiquons dans la *fig.* 13, en exagérant les résultats pour les rendre appréciables à l'œil. Si le massif était composé de pierres de taille, les assises pourraient rester dans la position indiquée dans la *fig.* 12, surtout si, une fois l'effet produit, on avait le soin de garnir les joints; mais si le massif est composé de maçonnerie ordinaire, les portions d'assises soulevées telles que *astb* ne pourront se soutenir, car elles sont dans la position de poutres encastrées, et un grand effort à l'extension s'exercera près de

l'encastrement, c'est-à-dire, dans la verticale *as*, de sorte que la maçonnerie cédera, et une disjonction s'opérera suivant une ligne telle que *fh*R'. Cette disjonction étant opérée, il est clair que le massif résistant n'est plus que AB*fh*R'C, et qu'il y a lieu de déterminer les nouvelles conditions d'équilibre relatives à ce massif. Or, il arriverait certainement que dans l'hypothèse admise pour l'intensité de la force Q et pour le poids de la maçonnerie, la ligne des pressions sortirait du massif, ce qui en occasionnerait le renversement. Nous ne pousserons pas plus loin l'examen des conditions de stabilité de l'exemple que nous avons choisi; nous n'avons voulu que faire voir comment, sous l'action de forces extérieures et par suite du défaut de cohésion de ses parties, un massif de maçonnerie pouvait se trouver disloqué et devenir par là incapable de résister soit au renversement, soit au glissement. Nous aurons d'ailleurs l'occasion de revenir plus tard sur cette observation qui a une très-grande importance pratique.

Nous avons supposé le massif composé d'assises horizontales; non-seulement cette condition n'est pas nécessaire pour l'équilibre qui peut exister avec une infinité de systèmes d'assises, mais la direction à donner aux joints est une des inconnues du problème que le constructeur doit résoudre et il est essentiel de se rendre compte comment cette direction fait varier la ligne de pression. Considérons maintenant le massif comme composé d'assises parallèles, mais inclinées (*fig.* 14). Pour rendre la comparaison plus facile, nous supposerons le massif divisé par ces plans inclinés en un même nombre de parties égales entre elles, de sorte que la résultante sur chaque assise sera la même que dans le cas précédent pour l'intensité et la direction, il n'y aura de changé que son point d'application. Ainsi pour l'assise n° 3, la résultante sera égale et parallèle à mr_3 de la *fig.* 12; pour trouver le point de la courbe sur le joint A1 (*fig.* 14), il suffira de chercher le centre de gravité g_1 du triangle AB1, de le projeter en m' et de mener par m' une parallèle à mr_1; r' sera le premier point de la courbe cherchée. Pour avoir le point situé sur le joint 2, on cherchera le centre de gravité g_2 de la partie du massif

supérieure au joint 2 (*), on le projettera sur la ligne AB et on mènera une parallèle à mr_2. En continuant de la même manière, on aura le tracé de la nouvelle courbe des pressions $Br_1'\ldots r_4\ldots$R, n'ayant avec la verticale pR que le point R commun. Il est évident que des assises de plus en plus inclinées donneront des courbes qui s'inclineront vers la ligne BD, de sorte que le centre de pression se rapproche du milieu du massif pour les assises supérieures. Si nous supposons le massif coupé par des assises verticales, nous aurons la limite extrême vers laquelle peut s'incliner la courbe des pressions. Ce mode de division offre d'ailleurs une circonstance particulière qu'il est essentiel de signaler.

Supposons donc le massif divisé en un nombre égal de parties verticales (*fig.* 15). Projetons le centre de gravité de la première partie sur la direction de la force Q et par le point de rencontre, menons une ligne parallèle à mr_1 (*fig.* 14), elle déterminera sur le joint n° 1 le premier point de la courbe. Projetons ensuite le centre de gravité des deux premières parties sur la direction de la force Q, menons par le point de rencontre une parallèle à mr_2 et nous aurons un second point de la courbe sur le joint n° 2, ainsi de suite.

La courbe ainsi obtenue dans le cas considéré d'un massif vertical serait une parabole. Il est évident, en effet, qu'en renversant la figure et supposant chaque assise suspendue à un câble tiré horizontalement par la force Q, les tensions en chaque point de ce câble seraient égales aux résultantes sur les assises, car on les obtiendrait par la même construction. Dans ce cas particulier, les résultantes sont tangentes à la ligne des pressions, ce qui n'a pas lieu quand les joints sont inclinés par rapport à la verticale. Ainsi dans la *fig.* 12, où les joints sont horizontaux, les résultantes mr_1, mr_2..... mR, partent toutes du point m et coupent plus ou moins obliquement la ligne de pression pR.

(*) Cette opération est rendue plus facile quand on a divisé le massif en éléments égaux, car ayant déterminé le centre de gravité de chacun de ces éléments, on obtient très-aisément le centre de gravité d'un nombre quelconque de ces mêmes éléments, puisqu'il ne s agit plus que de composer des forces égales.

L'équation générale de la courbe des pressions va d'ailleurs donner une démonstration analytique de cette propriété du système de joints verticaux.

Prenons pour axes des coordonnées les lignes OX et OY (*fig.* 16) passant par le point d'application de la force Q.

Nommons : x, y, les coordonnées du point m de la courbe de pression, par rapport aux axes OX et OY passant par son sommet;

p, le poids de la partie du massif supérieure au joint qui passe par m; ou plus généralement la résultante verticale des forces supérieures au joint considéré;

ξ, l'abscisse du centre de gravité de cette partie;

Q, la force horizontale agissant en O;

l'équation de la résultante, qui passe par le point dont l'abscisse est ξ et dont l'inclinaison a pour tangente $\frac{p}{Q}$, est :

$$y = \frac{p}{Q}(x - \xi), \tag{1}$$

l'équation du joint sera

$$y = ax + f(a), \tag{2}$$

car cette droite est soumise à un système de génération quelconque qui établit une relation entre son inclinaison et le point où elle coupe l'axe des y; son équation ne doit donc contenir qu'un coefficient indéterminé. p, poids de la somme des assises jusqu'au joint, et ξ, abscisse du centre de gravité, sont des fonctions de a.

Maintenant si on remplaçait p et ξ dans l'équation (1) par leurs valeurs en a, puis la quantité a par sa valeur en x et y tirée de l'équation (2), on

aurait l'équation de la courbe des pressions. En considérant donc p et ξ comme des fonctions de x, on peut se servir de l'équation (1) comme de celle de la courbe des pressions (*). En la différentiant pour avoir l'inclinaison de la tangente, on obtient :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{Q} + \frac{1}{Q}\left[(x-\xi)\frac{dp}{dx} - p\frac{d\xi}{dx}\right]; \tag{3}$$

$\frac{p}{Q}$ représentant la direction de la résultante, celle-ci ne peut devenir tangente, à moins qu'on n'ait :

$$(x-\xi)\frac{dp}{dx} - p\frac{d\xi}{dx} = 0, \tag{4}$$

ou

$$x\frac{dp}{dx} = \frac{d(p\xi)}{dx}.$$

Or quand le joint est vertical, on a, en appelant y' l'ordonnée de la paroi inférieure du massif,

$$p = \int_0^x y'dx, \qquad \xi = \frac{\int_0^x y'x dx}{p};$$

d'où

$$x\frac{dp}{dx} = xy', \quad \frac{d(p\xi)}{dx} = y'x;$$

l'équation (4) est donc satisfaite. Elle l'est, du reste, toutes les fois que l'abscisse du centre de gravité de l'assise est la même que celle de la ligne de pression. En effet, lorsqu'on passe d'un joint à un autre, ξ augmente de $d\xi$ et p de dp; si l'abscisse du point m est la même que celle du centre

(*) On pourrait établir l'équation (1) par la considération des moments pris par rapport au point dont les coordonnées sont x, y. On a en effet pour un point quelconque de la courbe des pressions :

$$Qy = p(x-\xi).$$

de gravité de l'élément dp, on trouvera évidemment l'abscisse du centre de gravité du solide $p + dp$ par la proportion

$$d\xi : dp :: x - \xi : p + dp.$$

(la *fig.* 17 représente cette composition de forces parallèles appliquées aux extrémités de la droite nm dont la longueur est $x - \xi$).

De la proportion précédente, on tire, en négligeant l'infiniment petit du second ordre $dp\,d\xi$

$$(x - \xi)\,dp = p\,d\xi. \tag{5}$$

Ainsi la condition géométrique nécessaire pour que la résultante des forces qui agissent au-dessus du joint soit tangente à la courbe des pressions, c'est que cette courbe et le centre de gravité de chaque élément du massif aient la même abscisse, condition évidemment satisfaite quand le joint est vertical. Dans ces circonstances, la courbe des pressions est une chaînette, en étendant cette dénomination aux courbes données par une chaîne flexible et pesante, quelle que soit la relation entre le poids et la longueur. Quand les deux abscisses ne se confondent pas, la résultante du poids et de la poussée et la tangente à la courbe des pressions font entre elles un angle, mais très-petit. En effet, supposons que l'abscisse de la courbe et celle du centre de gravité diffèrent de ε, c'est-à-dire, qu'on ait :

$$x = x' + \varepsilon;$$

à l'aide de l'équation (5), l'équation (3) se réduit à :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{Q}\left(1 + \frac{\varepsilon}{p}\frac{dp}{dx}\right)$$

Si ε est petit, ce qui a lieu lorsque le joint est vertical ou presque ver-

tical, si p est grand par rapport à dp, ce qui a lieu pour les assises les plus basses, $\frac{dy}{dx}$ ne diffère pas beaucoup de $\frac{p}{Q}$. Il y a donc une grande analogie entre une chaînette et la courbe des pressions et, dans beaucoup de circonstances, l'assimilation de ces deux courbes facilite la recherche des conditions d'équilibre des massifs de maçonnerie. C'est à ce point de vue que nous nous sommes arrêté sur ces propriétés de la courbe des pressions, car la condition que la résultante soit tangente à cette courbe n'a pas d'importance pratique. Ce que le constructeur doit plutôt rechercher, c'est que la direction du joint soit normale à la courbe des pressions, parce qu'alors tout glissement du massif sur le plan de joint devient impossible. Or cette condition est facile à remplir.

En effet, la direction de la résultante sur un joint ne dépend que du volume de la partie supérieure du massif, elle peut donc être déterminée d'avance. Ainsi, par exemple, supposant le massif de la *fig.* 12 divisé en huit parties égales, les directions mr_1, mr_2, mr_3, etc., de la résultante appartiennent à tous les systèmes de division qui partagent le massif en huit parties égales. Donc si l'on mène une perpendiculaire à mr_1, on aura la direction du premier joint et il suffira de chercher, parmi les parallèles, celle qui a la propriété de séparer le huitième du massif; c'est un problème de géométrie toujours facile à résoudre. Nous nous bornerons à faire observer que, pour le cas simple du massif de la *fig.* 12, on obtiendrait facilement les joints intermédiaires en menant les perpendiculaires aux directions des résultantes par le milieu des joints horizontaux. Une fois le solide divisé en un certain nombre de volumes égaux, on déterminera le centre de gravité de la partie du massif située au-dessus de chaque joint, on le projettera sur l'horizontale de la force Q et par ce point on mènera la résultante qui déterminera le point de la courbe sur le joint. En procédant de la même manière pour un certain nombre de joints, on tracera facilement la courbe des pressions correspondant aux joints normaux à la résultante des forces qui agissent sur le joint (*fig.* 18).

Si les autres convenances de la construction le permettent, c'est évidemment la meilleure direction à donner aux joints de la maçonnerie, puisque, la résultante agissant normalement aux joints, aucun glissement ne peut s'y produire.

Nous devons peut-être ici aller au-devant d'une objection qui pourrait se présenter à l'esprit des lecteurs auxquels ces considérations ne seraient pas familières.

Au premier coup d'œil, on ne se rend pas bien compte du nombre infini de courbes des pressions qui peuvent être tracées dans l'intérieur d'un massif; il semble que la pression en chaque point de ce massif soumis à l'action de diverses forces étant nécessairement déterminée, la courbe des pressions devrait l'être aussi et ne pas dépendre du système de joints. Ainsi, par exemple, nous avons vu que, dans le système de joints horizontaux, le point r_2 (voir *fig.* 12) appartenait à la courbe des pressions, et puis dans la *fig.* 18 qui représente les joints normaux, on voit sur le même joint n° 2 le point *m*. Ainsi, sur le même joint, on trouve plusieurs centres de pression. Cela tient à ce que la courbe des pressions ne représente pas l'état physique du corps, c'est un lieu uniquement déterminé par des considérations géométriques qui varient avec l'inclinaison du joint. On pourrait former de même la courbe des centres de gravité des assises ou voussoirs et cette courbe varierait elle-même avec le système des joints.

Les courbes que nous venons de déterminer supposent que chaque assise forme un monolithe non susceptible de se diviser; mais si elles sont formées de petits matériaux réunis par du mortier, il y aura, comme nous l'avons déjà fait remarquer, tendance à la disjonction, à partir du point où la pression sera nulle (ligne ponctuée *fig.* 18). Si cette disjonction s'opère, le massif devra être considéré comme réduit à la partie où la pression existe, et il y aura lieu de rechercher la courbe de pression correspondant à cette hypothèse, ce qui peut conduire à modifier la forme du massif, de manière que la courbe de pression passe au milieu ou près du milieu des assises. Lorsque cette condition est satisfaite,

l'équilibre ne peut plus être détruit que par l'écrasement des matériaux qu'on prévient en donnant au joint une surface convenable.

Jusqu'à présent nous n'avons considéré que le cas d'un massif pesant, sollicité par une force horizontale extérieure, parce qu'il nous a semblé utile d'exposer la théorie sur un cas très-simple et parce que c'est celui qui présente le plus d'analogie avec ce qui a lieu dans l'équilibre des voûtes dont nous nous occuperons spécialement; mais on doit comprendre que, dans les constructions, les massifs de maçonnerie peuvent être soumis à un grand nombre de forces extérieures et comme la construction des ponts entraîne presque toujours celle de murs de soutènement aux abords, il ne sera peut-être pas inutile d'exposer succinctement comment on peut se rendre compte de l'équilibre de ces constructions par le même procédé géométrique et comment les propriétés des courbes de pression se modifient dans ces circonstances.

Si la force qui agit extérieurement sur le massif (*fig.* 19) n'est pas horizontale et a une direction quelconque, en appelant :

Q, sa composante horizontale,
N, sa composante verticale,
ξ', l'abscisse du point de rencontre de la direction de la force extérieure avec la verticale passant par le centre de gravité du massif supérieur à l'assise considérée,

on aura pour équation de la résultante des forces qui agissent sur le joint :

$$y = \frac{p + \mathrm{N}}{\mathrm{Q}}\left(x - \xi'\right)$$

et ξ' sera donné par l'équation :

$$\xi' = \xi \frac{p}{p + \mathrm{N}},$$

d'où, en considérant la première équation comme celle de la courbe des pressions,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p+N}{Q} + \frac{x-\xi}{Q}\frac{dp}{dx} - \frac{p}{Q}\frac{d\xi}{dx}.$$

Nous avons fait voir que, dans le cas de joints verticaux, les deux derniers termes étaient égaux; dans ce cas, l'équation précédente se réduit donc à :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p+N}{Q},$$

et on voit que la résultante est encore tangente à la courbe; pour

$$x = 0, \quad p = 0, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{N}{Q},$$

la courbe est tangente à la direction de la force extérieure.

Dans le cas où les joints ne sont pas verticaux, l'équation différentielle peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p+N}{Q}\left[1 + \frac{(x-\xi)\frac{dp}{dx} - p\frac{d\xi}{dx}}{p+N}\right]$$

et on voit que si les joints sont peu inclinés sur la verticale et si N est grand par rapport à p, le second terme de la parenthèse devient négligeable; la courbe se rapproche plus dans cette circonstance de la chaînette que quand la force est horizontale, car le dénominateur du terme qui, pour la chaînette, doit devenir nul, est $p+N$ au lieu d'être p.

Passant maintenant au cas (*fig.* 20) où le massif est sollicité par plusieurs forces agissant sur sa face verticale BD, nous ferons remarquer que les équations précédentes ne sont plus applicables, parce que la quantité Q que nous avons considérée comme constante devient variable. Pour fixer les idées, considérons le cas où les forces extérieures croissent

proportionnellement à la hauteur, de manière que chacune de ces forces étant représentée par une horizontale, leurs extrémités déterminent la ligne BF. C'est le cas de la poussée des terres contre un mur vertical.

Il est clair que si on suppose un système de joints verticaux, la force Q, résultante de toutes les forces agissant sur BD, pourra être considérée comme appliquée sur la première assise et deviendra pour les autres une force constante, de sorte qu'à partir de son point d'application, situé aux deux tiers de DB, la courbe des pressions dans le massif rentre dans le cas précédent et donne lieu à une chaînette nR.

Pour tout autre système de joints, la force Q devient variable par son intensité et même par son point d'application et alors la résultante n'est plus tangente à la courbe de pression. L'équation de la résultante sur un joint serait, en appelant η et ξ les coordonnées du point d'application de la force extérieure,

$$y - \eta = \frac{p}{q}(x - \xi)$$

et, en considérant cette équation comme celle de la courbe, on obtient pour l'expression de l'inclinaison de la tangente :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{q}\left[1 + \frac{(x-\xi)\frac{dp}{dx} - p\frac{d\xi}{dx}}{p} + \frac{q^2\frac{d\eta}{dx} - (x-\xi)p\frac{dq}{dx}}{pq}\right];$$

si le système de joints est vertical,

$$(x-\xi)\frac{dp}{dx} - p\frac{d\xi}{dx} = 0, \quad d\eta = 0, \quad dq = 0,$$

et on a :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{q},$$

c'est-à-dire, que la résultante est tangente à la courbe, comme nous venons de le faire voir par des considérations plus simples. Dans le cas

contraire, c'est-à-dire, pour un système de joints quelconques, l'inclinaison de la résultante et celle de la tangente sont différentes.

Dans le cas où les joints sont horizontaux et dans l'hypothèse d'un massif rectangulaire et soumis aux forces horizontales limitées par la ligne BF, on aurait :

$$p = \alpha y, \qquad \alpha \text{ étant une constante ;}$$
$$q = \beta y^2, \qquad \beta \text{ étant une constante ;}$$
$$\eta = \frac{2}{3} y,$$
$$\xi = \frac{1}{2} e, \qquad e \text{ étant l'épaisseur du massif ;}$$

et pour équation de la courbe de pression

$$y^2 = \frac{3\alpha}{\beta}\left(x - \frac{1}{2}e\right).$$

qui représente une parabole à axe horizontal. Il en serait de même si la coupe du mur était triangulaire ou trapézoïdale ; mais dans la pratique, il est beaucoup plus commode de déterminer géométriquement la courbe des pressions, parce que les massifs affectent des formes compliquées et que les épaisseurs sont discontinues. Nous croyons donc inutile de nous occuper davantage de ces recherches analytiques qui ne pourraient avoir qu'un intérêt purement théorique.

Nous ferons même observer, en ce qui concerne la poussée des terres, que les résultats du calcul sont basés sur de nombreuses hypothèses. On considère, en effet, le massif de terre comme parfaitement homogène dans toutes ses parties, susceptible de se diviser suivant certains plans, donnant lieu sur la paroi des murs à des pressions parfaitement déterminées et ayant une résultante connue en direction et en intensité. Or, rien de tout cela ne se réalise dans la pratique. L'ingénieur qui projette un mur de soutènement, ne sait ordinairement pas quelle sera la nature des remblais qui seront placés derrière et ne connaît ni leur densité, ni leur cohésion,

ni leur coefficient de frottement, quantités qui seront d'ailleurs modifiées plus tard par la pluie, la gelée, etc. Il est donc impossible qu'il traduise en chiffres les formules de l'analyse. C'est avec raison qu'en exposant la théorie de la poussée des terres, M. Coriolis a dit (*Mécanique des corps solides*, p. 357) :

« Quelques auteurs ont cherché le point où l'on pourrait supposer « qu'agissait la résultante des pressions de la terre contre le mur : ils « ont supposé pour cela que les terres poussaient effectivement le mur à « chaque hauteur avec la plus grande poussée répondant à cette hauteur.

« Cette supposition n'est admissible qu'autant que le terrain serait d'une « homogénéité toute idéale; dans l'état ordinaire des choses, il est pos- « sible que la rupture ne tendant à se faire que dans la partie inférieure, « la force de plus grande poussée s'exerce en totalité vers le bas du mur « ou vers le haut du mur, suivant que le contact aurait lieu à l'une ou « l'autre de ces places. Ainsi on doit, dans les applications, supposer que « la plus grande poussée a lieu dans un point où elle a le plus d'action « contre la stabilité du mur, puisqu'il s'agit toujours de pouvoir garantir « que cette stabilité a lieu. Cette manière de considérer la question doit « être celle des ingénieurs. »

La justesse de ces observations ne dispense pas l'ingénieur de se rendre compte de la forme, des dimensions, de la direction des assises à donner au mur qui doit résister à la poussée des terres; elles montrent seulement qu'il doit supposer les conditions les plus défavorables et établir ses calculs sur cette hypothèse.

En résumé, le tracé de la courbe des pressions dans un massif de maçonnerie, même soumis à des forces extérieures variables, pourvu qu'elles soient connues, ne saurait souffrir de difficultés.

En effet, commençant par l'assise supérieure, on cherchera par les règles de la statique la résultante de toutes les forces qui lui sont appliquées, et le point de passage de cette résultante sur le premier joint donnera le premier point de la courbe. On procédera sur la seconde assise comme pour la première en supposant celle-ci enlevée et considérant la

résultante déterminée par la première opération comme une force appliquée sur le joint supérieur de la seconde assise. Composant cette force avec le poids de la seconde assise et avec les forces qui peuvent lui être appliquées, on aura la seconde résultante qui donnera un nouveau point de la courbe sur le second joint. On opérera de même pour la troisième assise, et ainsi de suite. On peut aussi regarder comme une seule assise toutes celles qui sont supérieures au joint que l'on considère; cette méthode est même plus simple que la première.

Si la courbe de pression ne sort pas du massif, il est en équilibre et on peut considérer la courbe des pressions comme donnant le point d'application de la résultante. Il ne reste plus qu'à examiner si cette force n'excède pas la résistance des matériaux, ce dont il est facile de se rendre compte.

Si la courbe de pression sort du massif, il n'est plus en équilibre et le constructeur doit évidemment en changer la forme. La courbe indiquera même dans quel sens cette forme devra être changée, puisqu'il n'aura qu'à enfermer la courbe dans le nouveau profil. Il est vrai qu'en changeant le profil, la courbe change aussi et qu'il y a par conséquent une petite vérification à faire; mais c'est là une affaire de tâtonnement trop simple pour nous y arrêter.

Pour l'étude que nous avons à faire, il est cependant utile de se rendre compte du mouvement qui se produit dans un massif qui n'est pas en équilibre.

Il est bon de faire remarquer que, quand la courbe dite des pressions sort du massif, elle n'indique plus le passage des résultantes sur les joints, attendu qu'elles n'en sauraient sortir. Ainsi, dans ce cas, cette courbe que nous appellerons *statique*, n'est plus qu'une construction géométrique, propre à faire reconnaître si le massif est en équilibre et de quel côté se fera le mouvement s'il n'y est pas; mais si on veut connaître les circonstances de ce mouvement et comment se comporte la courbe des pressions pendant qu'il a lieu, il faut avoir recours à d'autres considérations que nous allons exposer. Il semble au premier abord que cette recherche

n'ait point d'utilité pratique, puisque les constructions en maçonnerie sont évidemment destinées à l'équilibre et qu'on doit s'assurer d'avance qu'elles en remplissent les conditions; mais nous devons faire observer que certains massifs comme les voûtes sont construits sur des moules ou cintres en bois destinés à les porter jusqu'à leur achèvement et que, quand on enlève les cintres, ces massifs doivent nécessairement faire un petit mouvement pour faire naître des réactions moléculaires qui remplacent la réaction du cintre. Or, quoique ce mouvement soit très-petit, il suffit cependant pour amener dans les massifs une certaine dislocation qu'il est essentiel de connaître pour se rendre compte des conditions de leur stabilité définitive.

Dans le cas d'équilibre d'un massif, il est facile de calculer la pression des diverses assises, qui est toujours produite par des forces égales et opposées. Ainsi, dans ceux que nous avons considérés, en décomposant les forces auxquelles ils sont soumis en forces verticales et forces horizontales, on a vu que les premières étaient détruites par la réaction du plan de fondation et les secondes par le frottement. Il en est de même dans le mouvement uniforme.

Considérons, à cet effet, un massif en maçonnerie (*fig.* 21) simplement soumis à l'action de la pesanteur et pour lequel la courbe de pression K*st*R sort de la paroi dans l'étendue *st*. Dans toute cette étendue, le mouvement de rotation de la partie supérieure par rapport à une assise quelconque *mn* est possible, mais ce serait une erreur de croire que le massif, en tombant, va se diviser en autant de parties qu'il y a d'assises. Au-dessous de l'assise qui correspond au point *s*, le massif supérieur n'est plus en équilibre et si la partie inférieure à l'assise *mn* était un monolithe solide, il est clair que cette partie supérieure tomberait en tournant autour du point *n*; mais comme un mouvement semblable peut avoir lieu par rapport à toute autre assise, il s'agit de savoir celle autour de laquelle il aura lieu en effet. Or, il est évident que si nous cherchons la force horizontale Q qui, appliquée au sommet du massif, établirait l'équilibre par rapport à une arête quelconque dont l'ordonnée serait *y*, nous aurons :

$$Qy = p\,(x' - x) \quad \text{ou} \quad Q = p\,\frac{x' - x}{y}.$$

en appelant x', l'abscisse de la paroi,

x, l'abscisse de la courbe de pression,

p, le poids de la partie supérieure à l'assise considérée.

Or il est évident que si on détermine la valeur de Q pour chaque assise, celle qui donnera le maximum déterminera l'assise autour de laquelle le mouvement de rotation aura lieu, car ce serait le seul possible si on appliquait une force un peu inférieure.

Il faut donc chercher le maximum de l'expression

$$\frac{p\,(x' - x)}{y};$$

or, le poids p de la partie supérieure est $\rho l y$, en appelant ρ la densité du massif, l la largeur moyenne du massif jusqu'à l'ordonnée y. L'expression ci-dessus revient donc à :

$$\rho\, l\,(x' - x).$$

Si la largeur du massif était constante, le maximum de cette expression correspondrait rigoureusement à celui de $x' - x$, c'est-à-dire, au point où la courbe de pression est le plus éloignée de la paroi; or, à moins de donner au massif une forme tout à fait exceptionnelle, il en sera toujours à peu près ainsi. En effet, l exprimant la largeur *moyenne* du massif *supérieur* est très peu variable d'un point à un autre, de sorte que pour le point où $x' - x$ est un maximum, la condition

$$dl + d\,(x' - x) = 0$$

est toujours à peu près satisfaite, car dl étant très petit, $d(x' - x)$ doit être à peu près nul. Du reste, si on avait la largeur du massif en fonction de

y, on pourrait résoudre exactement l'équation, mais cette solution précise est inutile pour la pratique. La courbe de pression indique suffisamment la place δ de l'arête de rotation comme correspondant à sa plus grande distance de la paroi.

Dans le cas que nous considérons, le nom de *courbe de pression* ne convient pas à la courbe K*st*R, qui n'indique le centre de pression sur les assises qu'autant qu'il y a équilibre ou mouvement uniforme; mais, dans le mouvement accéléré, la pression sur une assise se détermine par d'autres considérations que nous croyons devoir exposer d'une manière sommaire, dans le but de bien faire comprendre ce qui se passe dans la rotation du massif.

Considérons d'abord le cas plus simple d'un corps supposé sans pesanteur, dont la masse est M (*fig.* 22), poussé par une force horizontale Q à une extrémité et par une force horizontale R à l'autre extrémité, et cherchons la pression sur un joint quelconque *mn* en appelant μ la masse comptée à partir de A.

Si R était égale à Q, la pression serait évidemment Q; c'est l'état d'équilibre que nous avons considéré jusqu'à présent; mais si R est plus petit que Q, il y aura un mouvement dont l'équation sera, d'après le principe connu de la mécanique :

$$\mathrm{M}\frac{dv}{dt} = \mathrm{Q} - \mathrm{R};$$

mais on aurait de même pour la partie antérieure du corps, dont la masse est $\mathrm{M} - \mu$, en appelant q la pression cherchée sur le joint *mn*,

$$(\mathrm{M} - \mu)\frac{dv}{dt} = q - \mathrm{R},$$

d'où l'on tire, en appelant m la masse de la partie antérieure au joint *mn*,

$$q = \mathrm{R} + m\frac{dv}{dt};$$

donc pour trouver la pression sur une tranche, il faut ajouter à la force retardatrice une force capable de produire l'équilibre de la masse. On ramène ainsi la recherche de la pression au cas de l'équilibre, en supposant appliquée à chaque élément dm de la masse antérieure une force égale à $dm\frac{dv}{dt}$. C'est une extension ou l'application du principe de d'Alembert. On a aussi en vertu des équations précédentes :

$$q = Q - \mu\frac{dv}{dt}.$$

Cette équation fait voir que la pression Q qui a lieu à l'origine, ne se transmet pas intégralement aux tranches suivantes, comme dans l'état d'équilibre; elle est successivement absorbée par l'inertie de la masse qui précède la tranche.

En mettant dans l'équation précédente pour $\frac{dv}{dt}$ sa valeur, on obtient celle de q, en fonction des forces et des masses :

$$q = Q - \frac{\mu}{M}(Q - R).$$

Pour avoir une représentation graphique de la loi que suit la pression, en supposant que le corps en mouvement ait une section constante, élevons sur l'extrémité poussée par la force Q et sur l'extrémité retardée par la force R des verticales proportionnelles à ces forces et joignons leurs extrémités par une droite CD; les ordonnées de cette ligne représenteront les pressions éprouvées par chacune des tranches verticales du corps. Si la force R devenait égale à Q, la ligne CD deviendrait horizontale, la pression serait partout constante et égale à Q. Ainsi on voit que l'influence de la force R diminue depuis B jusqu'en A où son influence est nulle.

En considérant le mouvement d'un corps par rapport à trois axes rectangulaires, on arriverait, par des formules analogues, à résoudre d'une

manière générale le problème de la détermination de la pression dans les tranches d'un corps en mouvement; mais nous ne voulons nous en occuper ici que sous le rapport de ce qui peut être applicable au mouvement des massifs de maçonnerie qui ne sont pas en équilibre.

Considérons maintenant un mouvement de rotation tel que celui qui aurait lieu autour du point δ pour le massif de la *fig.* 21.

Si nous cherchons d'abord quelle est la pression sur le premier joint *ab*, nous reconnaîtrons qu'elle doit être telle que combinée avec la pesanteur de cette assise, elle lui imprime l'accélération de vitesse qui a lieu dans le mouvement. Si nous décomposons la réaction qui a lieu sur *ab* en deux forces, l'une verticale R_v, l'autre horizontale R_h, nous aurons, en appelant p le poids supérieur au joint :

$$R_v = p - \sum m \frac{d^2x}{dt^2},$$

$$R_h = \sum m \frac{d^2y}{dt^2}.$$

Pour trouver les intégrales du second membre, il faudrait, procédant comme on le fait pour le pendule composé, déterminer la vitesse angulaire au bout du temps t et le moment d'inertie. Les équations précédentes donneraient d'ailleurs l'intensité de la pression sur un joint quelconque, en étendant la limite de l'intégration à tout le massif supérieur au joint considéré. Le calcul rigoureux de la courbe de pression serait assez compliqué, mais il est facile d'en avoir le résultat approximatif, car deux points de cette courbe, l'origine K et le point δ étant connus, il suffit de les réunir par une ligne courbe pour avoir une idée de la courbe de pression dynamique. En effet, que donnerait le calcul exact dont nous venons d'indiquer la marche? Supposons d'abord qu'au sommet du massif, on ait appliqué la poussée Q minimum capable de produire l'équilibre et, par conséquent, amenant la courbe de pression tangentiellement en δ; l'équation de cette courbe

$$y = \frac{p}{Q}(x - \xi)$$

pourra se mettre sous la forme :

$$x = \xi + \frac{Qy}{p};$$

or, nous venons de voir qu'on a $p = \rho l y$; l'équation de la courbe se réduit donc à :

$$x = \xi + \frac{Q}{\rho l}.$$

$x = \xi$, c'est la courbe statique qui correspond à $Q = 0$. Quand Q prend une valeur finie, l'abscisse augmente de $\frac{Q}{\rho l}$, c'est-à-dire, d'une quantité à peu près constante. L'effet de la force Q, lorsqu'elle augmente, est donc de transporter la courbe de pression à peu près parallèlement à elle-même et de la rendre tangente en δ, dès qu'elle atteint l'intensité qui suffit à l'équilibre; la courbe K*st*R devient K′δR′. Or, il est facile de voir que la courbe dynamique Kδ est comprise entre ces deux courbes; car l'abscisse d'un point quelconque est fournie par la considération d'une force horizontale inférieure à Q, puisque cette force met tout le massif en équilibre, tandis que la force horizontale $\sum \frac{m d^2 y}{dt^2}$ ne produit que l'équilibre du massif supérieur au joint. La courbe dynamique Kδ ne dépasse donc jamais la courbe statique K′δ.

Si on suppose que le massif, au lieu de tourner librement autour de l'arête δ, trouve en B un obstacle d'où naîtrait une force variable q augmentant successivement, on reconnaîtra que l'existence de cet obstacle aurait pour effet de rapprocher successivement la courbe Kδ de K′δ, position qui amènerait l'équilibre du massif en négligeant l'effet de la vitesse acquise qui ne ferait, au reste, que produire quelques oscillations autour de cette position définitive.

Nous n'irons pas plus loin dans l'examen des circonstances de la chute d'un massif en maçonnerie. La première condition de toute construction étant d'être en équilibre, on ne peut avoir dans la pratique à se préoccuper des pressions qui se manifestent pendant la chute. Nous n'avons voulu dans cette analyse que poser les principes qui vont nous servir à déterminer ce qui se passe dans le petit mouvement que les voûtes exécutent au moment du décintrement et réduire par là l'indétermination de la courbe des pressions.

Ce sera le sujet du chapitre suivant.

CHAPITRE III.

DE LA STABILITÉ DES VOUTES EN MAÇONNERIE.

Une voûte est un massif de maçonnerie composé de plusieurs morceaux dits voussoirs, reposant sur un certain nombre de points d'appui et recouvrant un vide. Comme le remarque Gauthey, les premiers ponts en maçonnerie ont sans doute été faits comme les ponts en charpente, c'est-à-dire, à l'aide de longues pierres taillées en forme de poutres. Ce ne sont pas là des voûtes à proprement parler et la théorie de ces constructions rentre dans celle de la résistance des poutres droites. Ce qui constitue la voûte, c'est le grand nombre de morceaux dont elle est composée et qui, par la manière dont ils sont taillés et s'appuient les uns sur les autres, constituent un massif aussi solide que s'il était formé d'une seule pierre.

On peut terminer les surfaces intérieure et extérieure des voûtes, qu'on appelle intrados et extrados, par une infinité de courbes, suivant les convenances auxquelles on doit satisfaire; on peut donner à leurs voussoirs des formes et des dimensions très variées, mais dans toutes les combinaisons qu'il est possible d'adopter, il est indispensable que la voûte soit stable; il faut donc, avant de la construire, chercher les conditions de son équilibre. D'ailleurs, cette étude amène souvent des modifications soit dans la forme de la voûte, soit dans la disposition des voussoirs, de sorte que

la recherche des conditions d'équilibre n'est pas une simple vérification, mais une partie importante de l'étude préliminaire qui doit précéder tout projet de voûte.

Nous nous occuperons d'abord des voûtes droites en berceau, c'est-à-dire, formées par un cylindre dont les arêtes sont perpendiculaires aux plans des têtes. Il est évident que pour ces voûtes, il suffit de s'occuper d'une section comprise entre deux plans parallèles aux têtes.

Tout le monde sait comment on construit une voûte. On forme d'abord une espèce de moule en charpente qu'on appelle cintre, sur lequel on place les pierres qui doivent former la voûte. Quelque temps après qu'elle est terminée, on enlève le cintre et si la voûte a été établie dans de bonnes conditions, elle ne doit subir d'autre altération que celle qui est due à la compression des matériaux. Nous nous occuperons plus tard de la construction du cintre et des précautions à prendre dans le décintrement; il ne s'agit pour le moment que de reconnaître si les dimensions de la voûte sont suffisantes pour maintenir l'équilibre après le décintrement.

Pour nous rendre compte d'une manière générale de ce qui se passe alors, nous supposerons (*fig.* 23) qu'on ait exécuté sur cintre une voûte composée de deux lignes droites symétriques extradossées par des parallèles; voyons ce qui arrivera après l'enlèvement du cintre. Pour cela supposons la voûte coupée verticalement à son sommet et supprimons par la pensée la partie située du côté droit; il est clair que son action sur la partie restante pourra être remplacée par une force horizontale Q, appliquée en un point m compris dans l'étendue du joint de la clef.

Soient Y, la hauteur du point d'application m de la force Q, au-dessus du plan de la naissance CO;

P, le poids de la demi-voûte;

X, l'abscisse du point de rencontre de la résultante de ces deux forces sur le plan horizontal CD;

Ξ, l'abscisse du centre de gravité de la demi-voûte;

on aura pour équation de l'équilibre du massif :

$$QY = P(X - \Xi),$$

d'où,

$$Q = \frac{P(X - \Xi)}{Y}.$$

Or, X peut croître depuis OD jusqu'à OC et Y depuis OB jusqu'à OA, de sorte que la valeur de Q est comprise entre

$$\frac{P(OC - \Xi)}{OB} \text{ et } \frac{P(OD - \Xi)}{OA}.$$

On ne peut donc déterminer exactement la force Q par le calcul, quand l'étendue des contacts AB et CD a des dimensions finies.

Si, par la forme des joints extrêmes, ces contacts se réduisaient à des points tels que *m* et R, la force Q serait déterminée (*) et on pourrait la construire géométriquement. Sur l'horizontale menée par le point *m*, on projetterait en *g'* le centre de gravité *g* du massif; réunissant ensuite *g'* à R, on aurait la direction de la résultante; puis, en prenant sur *g'g* une longueur *g'p* proportionnelle à P et menant par *p* une horizontale, on déterminerait la longueur *g'q* proportionnelle à Q. En effet, les triangles semblables *g'pp'* et *g'*GR donnent la proportion :

$$\frac{Q}{P} = \frac{X - \Xi}{Y}.$$

La force Q étant connue, rien n'est si facile que de vérifier si, en divisant le massif par un plan quelconque, *st* par exemple, le solide supérieur AB*st* se trouve en équilibre. En effet, il suffit de faire pour ce solide ce qu'on a fait pour la demi-voûte entière, c'est-à-dire, élever une verticale par son centre de gravité jusqu'à la rencontre de la force Q, prendre à partir

(*) Elle serait encore indéterminée si on admettait un frottement vertical en *m*, mais les limites de la force Q sont alors tellement resserrées que la question n'a pas d'intérêt pour la pratique.

de ce point une longueur horizontale égale à la force Q qu'on vient de déterminer et une longueur verticale proportionnelle au poids du solide; à l'aide de ces deux composantes, on connaîtra la direction de la résultante et son point d'intersection avec le plan de joint. Si ce point est compris entre les limites du solide, il peut y avoir équilibre, comme nous l'avons fait remarquer dans le chapitre précédent. Nous disons *qu'il peut* y avoir équilibre dans ces circonstances, parce que si la résultante est très-oblique par rapport au plan de joint et fait un angle φ avec la normale, elle produira une pression $R \cos \varphi$ et une force parallèle au plan $R \sin \varphi$, tendant à faire glisser le solide sur le joint. Or, si on appelle f le coefficient du frottement, il y aura glissement si $fR \cos \varphi < R \sin \varphi$, c'est-à-dire, si $f <$ tang φ. Il faut donc, pour l'équilibre, que non-seulement la résultante tombe sur la surface du joint, mais que l'angle qu'elle fait avec cette surface soit tel qu'on ait tang $\varphi < f$. Dans les maçonneries, le coefficient de frottement d'un joint sur un autre est toujours assez considérable; il est d'ailleurs variable avec la nature et la consistance des mortiers. Quoi qu'il en soit, on devrait regarder comme étant dans une position critique toute maçonnerie où la résultante ferait avec le joint un angle de 35° environ.

Si la résultante passe en dehors du joint, il ne peut pas y avoir équilibre, puisque la surface du joint inférieur ne peut évidemment fournir une réaction égale et contraire passant par un point extérieur. Il faut alors modifier la forme de la maçonnerie.

Imaginons qu'un système de joints verticaux ait donné la courbe de pressions mt'R, qui est extérieure à l'extrados sur une partie de son étendue; on peut être sûr d'abord que tout autre système de joints donnera une courbe qui dépassera davantage l'extrados. En effet, si par le point t (*fig.* 23), on mène un plan de joint ts' incliné sur la verticale, il est clair que le solide Ats'B opposera moins de résistance au renversement que le solide AtsB, car ce dernier est évidemment retenu dans ce mouvement par le solide triangulaire tss'. Ainsi, la division par joints verticaux est celle qui s'oppose le mieux au renversement extérieur. Il est bien entendu que nous excluons des joints

inclinés en sens contraire, tels que ts'', qui pratiquement ne sont pas admissibles à cause du glissement.

Il est donc permis de conclure de la courbe de pression de la *fig.* 23 que la construction en maçonnerie par petites assises n'est pas possible quelle que soit leur direction. Nous disons petites assises, car si l'on exécutait à l'aide d'un monolithe toute la partie du massif pour laquelle la courbe de pression est extérieure, l'équilibre deviendrait possible. Dans cette partie, le monolithe résisterait par la cohésion des molécules et son équilibre devrait être déterminé d'après la théorie ordinaire de la résistance des matériaux, mais ce n'est là qu'un expédient auquel on a rarement recours dans la pratique. Si donc des considérations architectoniques exigeaient de conserver à l'intrados et à l'extrados leur forme rectiligne, il serait indispensable d'augmenter l'épaisseur de la voûte et la courbe de pression indiquerait facilement dans quelle mesure cette augmentation devrait avoir lieu, puisqu'elle ferait voir la partie dont l'épaisseur est insuffisante. De plus, on devra tenir compte de ces deux circonstances : 1° que non-seulement pour la solidité la courbe des pressions ne doit pas sortir de l'extrados, mais qu'il est bon qu'elle s'en tienne à une certaine distance pour éviter l'écrasement des matériaux; 2° que pour qu'il n'y ait pas glissement, on sera obligé d'incliner les joints suivant les normales à la courbe, ce qui l'écartera de celle relative aux joints verticaux. On voit que, par suite de ces deux considérations, on sera amené à augmenter considérablement l'épaisseur de la voûte, ce qui pourrait avoir bien des inconvénients. Cela tient à la forme que nous lui avons supposée et qui ne convient pas à l'équilibre; mais si d'autres convenances ne s'y opposaient pas, cette forme devrait être modifiée et on pourrait couvrir l'espace DE par une voûte beaucoup moins épaisse.

Remarquons, en effet, que la courbe des pressions ne change pas quand, conservant toujours les mêmes points de contact m et R, on ne fait que déplacer verticalement les éléments verticaux de la voûte, de manière que chacun des voussoirs élémentaires conserve la même abscisse pour son centre de gravité. Ainsi, la voûte curviligne A'B'D'C' qui intercepte entre l'intrados et l'extrados les mêmes ordonnées verticales que la voûte rectiligne,

a nécessairement la même courbe de pression. On peut donc se servir du tracé de cette courbe pour donner à l'intrados et à l'extrados une forme telle que la courbe de pression se trouve au milieu du joint. Il suffit de la couper par une série de lignes verticales et de porter au-dessus et au-dessous des longueurs égales.

La forme de voûte que nous venons d'obtenir par ce procédé laisse encore à désirer sous le rapport de la distribution de son épaisseur qui se trouve moindre à la base qu'au sommet. Or, il sera facile, au moyen de quelques tâtonnements, de modifier convenablement le tracé de l'intrados et de l'extrados de manière à satisfaire à toute espèce de condition relative à l'épaisseur de la voûte, tout en conservant la courbe de pression au milieu du joint. Après avoir donné à la voûte l'épaisseur reconnue nécessaire, en prenant pour axe une première courbe de pression, on déterminera ensuite une seconde courbe de pression relative à cette forme et si elle ne se trouve pas dans toute son étendue placée au milieu du joint, on l'y amènera nécessairement par un petit nombre de corrections, ayant pour but de faire varier l'intrados et l'extrados, de manière à ce que la dernière courbe occupe le milieu de leur intervalle.

Ces tâtonnements ne sauraient être ni longs ni difficiles, attendu que les modifications qu'on fait subir à la forme de la voûte ne déplacent que fort peu la courbe, surtout si, comme cela arrive presque toujours dans la pratique, la voûte porte une surcharge de maçonnerie. En effet, l'abscisse de la courbe de pression est exprimée par

$$x = \xi + \frac{Q}{p} y.$$

Or, si l'on fait varier l'intrados en ajoutant à l'épaisseur de la voûte, le petit solide ainsi ajouté ne changera pas sensiblement la position du centre de gravité ni le poids du solide supérieur au joint, de sorte que x restera à peu près constant. Il est d'ailleurs facile de reconnaître dans quel sens marche la courbe quand on modifie l'intrados. En effet, on remarquera que le terme

$\frac{Q}{p}y$ de l'équation ci-dessus étant à peu près invariable, puisque y et p sont à peu près proportionnels, x augmente ou diminue avec ξ. On s'en rend compte mieux encore en renversant la figure et considérant la courbe des pressions comme une chaînette, qui serait donnée par une chaîne flexible à laquelle les voussoirs verticaux seraient suspendus, car son équation est la même. Or, quand une chaîne se trouve dans ces circonstances, il est facile de voir comment l'addition ou la soustraction d'un poids agit sur sa forme. La chaîne s'abaisse évidemment au point où on la surcharge et se relève là où on la décharge. De même, la courbe des pressions se porte vers l'extrados au point où l'on augmente l'épaisseur de la voûte et vers l'intrados quand on la diminue.

A l'aide de cette observation, il est très facile de modifier l'intrados d'une voûte, de manière à faire occuper à la courbe des pressions une position déterminée dans l'étendue du joint, le milieu par exemple. En effet, si pour arriver à ce résultat, on doit ajouter au poids de la voûte, on sait d'avance que cette addition aura pour effet de reculer légèrement la courbe des pressions vers l'extrados et on peut tenir compte de cette circonstance dans la modification qu'on fait subir à la voûte. Ainsi, par exemple, voulant augmenter l'épaisseur de la voûte représentée *fig.* 23 (côté droit) vers la partie inférieure, de manière que la courbe de pression passe toujours par le milieu, au lieu d'ajouter des quantités égales à l'intrados et à l'extrados, on augmenterait un peu plus l'épaisseur du côté de l'extrados.

Les calculs que nous venons de faire et ceux dont nous allons nous occuper, supposent que les points d'application de la résultante des pressions à la clef et aux naissances sont des points fixes par lesquels le constructeur est libre de faire passer cette force. Telle est en effet l'hypothèse des savants qui ont attaqué le problème par l'analyse. Nous verrons plus tard que cette hypothèse est inadmissible et que, dans les voûtes ordinaires, il y a, pour la courbe des pressions, des points obligés; mais cette hypothèse étant généralement adoptée et tenant une grande place dans la théorie des voûtes, telle qu'elle est généralement enseignée, nous avons voulu faire voir que,

même dans cette hypothèse, rien n'était si facile que de résoudre géométriquement le problème de la position de la courbe de pression. Il ne nous paraît d'ailleurs pas impossible, par un artifice de construction analogue à celui indiqué pour le côté gauche de la *fig.* 23 et que nous exposerons plus loin en détail, de forcer la courbe de pression à passer par deux points donnés tels que *m* et R. S'il en était ainsi, le problème aurait en effet toute l'utilité pratique qu'on lui suppose aujourd'hui dans les constructions ordinaires. C'est par ce motif que nous avons cru devoir nous occuper du problème de la position à donner à la courbe de pression; la recherche de sa solution est d'ailleurs un moyen de se familiariser avec les propriétés de cette courbe qui jouent un rôle important dans la question de la stabilité des voûtes.

En admettant qu'on puisse disposer de deux points de la courbe de pression, ce qui est nécessaire pour en déterminer le tracé, les formules analytiques auxquelles on est alors conduit seraient bien peu utiles pour la pratique à cause de leur complication. Elles ont de plus le tort d'altérer la courbe d'intrados, presque toujours imposée par des convenances architecturales. Nous allons faire voir maintenant qu'on peut arriver au même résultat avec une forme quelconque d'intrados et d'extrados.

Remontons, en effet, à l'équation générale de la courbe de pression

$$y = \frac{p}{Q}(x - \xi) = Y \frac{p}{P} \frac{(x - \xi)}{(X - \Xi)}$$

et voyons toutes les modifications que peut subir la voûte sans altérer la position de cette courbe. Nous avons déjà fait remarquer que son équation n'était pas changée, quand on faisait descendre ou monter les éléments verticaux de la voûte; il en est de même lorsque ces éléments subissent une augmentation ou une réduction proportionnelle de leur longueur, ou, ce qui revient au même, changent de densité. Or, lorsqu'on construit une voûte, l'extrados et souvent l'intrados sont assujettis à certaines formes particulières que le constructeur ne peut guère modifier. S'agit-il d'un

pont, par exemple ? La surface qui forme la chaussée ne peut évidemment se modifier suivant les exigences de la courbe des pressions ; celle qui forme l'intrados doit, d'un autre côté, satisfaire à des convenances architecturales et de facilité de construction dont on ne peut guère s'écarter, d'où il suit qu'il serait, en général, plus commode d'évider l'intérieur des maçonneries entre l'intrados et l'extrados.

Un exemple éclaircira ces considérations. Supposons qu'on ait projeté la voûte en arc de cercle dont l'intrados et l'extrados sont BD et AC (*fig.* 24) et qui est destinée à porter une surcharge limitée par la ligne MN ; supposons de plus que la courbe de pression soit *mn*R. Cette courbe s'approchant trop de l'extrados en *n*, on peut vouloir rectifier l'intrados et l'extrados en prenant la ligne des pressions pour axe de l'épaisseur des voussoirs, et on obtiendra ainsi pour intrados et extrados les courbes parallèles B*n*′D, A*n*″C. Certes rien ne s'oppose à ce que la voûte soit ainsi exécutée, mais au point de vue pratique, cela amènerait de longs et fastidieux calculs dans le tracé des épures du cintre et de la voûte, tandis que si l'on conserve l'arc BD (ligne pleine) et qu'on retranche du massif un solide égal à celui compris entre les deux intrados ou extrados, on aura exactement le même résultat, en conservant la simplicité du tracé. En un mot, au lieu de remonter l'intrados et l'extrados en prenant pour axe la courbe de pression, on fait descendre cette courbe en déchargeant la voûte de quantités déterminées.

Le même moyen pourrait servir si la courbe avait besoin d'être remontée, c'est-à-dire, de s'éloigner de l'intrados, car on déduira de la courbe de pression la hauteur d'une surcharge sur la voûte, telle que celle qui est indiquée par les ordonnées de la courbe M*q*N au-dessus de MN ; mais au lieu de mettre cette surcharge, on peut, comme nous l'avons vu, réduire toutes les ordonnées dans le rapport de $\frac{ps}{qs}$, alors le point *q* tombera sur le point *p*, M en M′, N en N′ et alors la courbe M′*p*N′ indiquera ce qu'il y a à retrancher en chaque point du massif pour que la courbe de pression occupe la position qu'on lui a assignée.

Quand la courbe de pression se trouve à une distance verticale constante de l'intrados, l'intrados lui-même peut être considéré comme la courbe de pression, puisqu'on peut supposer les éléments verticaux relevés ou abaissés de la même quantité. Si donc on veut que la courbe de pression se trouve à une distance verticale déterminée de l'intrados, il faut qu'en prenant les points où l'intrados coupe le plan des naissances et le plan vertical de la clef pour point d'application de la force Q et de la résultante, la construction graphique détermine l'intrados pour courbe des pressions.

Nous avons démontré plus haut et souvent rappelé que la courbe des pressions ne changeait pas, quand on faisait mouvoir verticalement les voussoirs élémentaires de la voûte; on peut donc imaginer qu'on les ait relevés jusqu'à ce que leur partie inférieure coïncide avec la courbe de pression qui deviendra ainsi l'intrados. En général, on peut toujours déterminer l'épaisseur variable qu'une voûte doit avoir en chaque point pour que la courbe des pressions soit celle qu'on a choisie, pourvu que cette courbe soit convexe vers le ciel et que sa tangente ne soit pas verticale à la naissance. Nous avons fait voir, en effet, que la courbe des pressions était obtenue par la même construction que celle qui donne la chaînette. Or, une chaîne qui porte des poids est toujours concave vers le ciel et ne peut avoir de tangente verticale aux points d'attache, puisqu'il faut qu'en ce point, comme à tous les autres, la tension fasse équilibre à la force horizontale Q. On comprend du reste qu'on puisse faire prendre à une chaîne fixée à deux points d'appui telle forme qu'on voudra au moyen de poids appliqués à ses divers points et c'est à cela que revient le problème de déterminer l'extrados d'une voûte de manière que la courbe de pression passe par une série de points donnés. Voici comment on peut le résoudre.

Nous avons fait voir que dans la courbe de pression (nous supposons toujours les joints verticaux), on avait

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{Q},$$

p étant le poids de la voûte depuis le sommet jusqu'au joint, Q étant la force horizontale dite poussée.

Si nous différentions cette équation, nous aurons

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{Q}\frac{dp}{dx}.$$

Or, $\frac{dp}{dx}$ est précisément le poids du voussoir au point considéré, poids proportionnel à son épaisseur, donc la hauteur z de l'extrados au-dessus de l'intrados sera exprimée par

$$z = A\frac{d^2y}{dx^2},$$

A étant une constante arbitraire; le problème se trouve donc résolu en différentiant deux fois l'équation donnée de la courbe des pressions.

Par exemple, pour que la courbe de pression soit un arc de cercle de rayon R (*fig.* 25), dont l'équation rapportée aux lignes AX et OA est

$$y^2 - 2Ry + x^2 = 0,$$

on en déduira successivement

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}},$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{R^2}{(R^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

L'épaisseur de la voûte entre l'intrados et l'extrados sera donc

$$z = A\frac{R^2}{(R^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Soit E l'épaisseur de la voûte à la clef, qu'on peut se donner, on aura pour $x = 0$

$$E = \frac{A}{R},$$

donc

$$A = RE,$$

ce qui donne pour l'épaisseur de la voûte

$$z = E\left(\frac{R}{\sqrt{R^2 - x^2}}\right)^3$$

ou

$$z = E\left(\frac{R}{R - y}\right)^3.$$

Telle est la condition pour que la courbe des pressions soit un cercle du rayon R. On voit *à priori* que cette courbe ne peut avoir de tangente verticale à la naissance qu'autant que le poids de cette partie de voûte est infini. Ainsi donc, quand un plein cintre est extradossé parallèlement, la courbe de pression ne peut pas passer par le milieu des joints, car elle serait elle-même un plein cintre. Il en est de même d'un arc quelconque, puisque pour un arc la valeur de z, c'est-à-dire, l'épaisseur de la voûte, doit varier suivant l'équation ci-dessus. Donc pour que la courbe de pression fût un arc de cercle se tenant à une distance déterminée de l'intrados, il faudrait donner à la voûte une épaisseur ou plutôt un poids variable allant en augmentant du sommet à la naissance, dans des proportions tout à fait inadmissibles dans la pratique, ainsi que l'indique la *fig.* 25.

Les considérations qui précèdent nous paraissent fournir les moyens de déterminer la courbe de pression pour une voûte donnée et la voûte qui correspond à une courbe de pression, dans l'hypothèse où cette courbe est obligée de passer par deux points fixes, l'un à la clef et l'autre à la naissance. Or, il n'en est pas ordinairement ainsi; un profil de voûte étant donné, rien n'indique *à priori* la situation des deux points dont nous venons de parler. La question qui se présente est celle de savoir si ces deux points peuvent être déterminés, ou si l'on peut les prendre

arbitrairement; c'est la plus délicate de toutes celles que présente le problème de l'équilibre des voûtes.

Quand une voûte est exécutée avec un certain système de joints, il est clair que sur chacun de ces joints la résultante des pressions qui agissent sur toute la surface passe par un point déterminé. Il n'y a donc qu'une courbe de pression qui se réalise, et il serait évidemment à désirer qu'elle pût être calculée *à priori*.

C'est là un problème que les ingénieurs qui se sont le plus récemment occupés de la théorie des voûtes regardent comme complétement indéterminé. M. Méry, parlant des diverses courbes de pression possibles, dit que ce n'est que par des considérations plus ou moins incertaines sur les effets du tassement que l'on pourrait prévoir celle qui doit se réaliser. Nous n'insisterons pas ici sur ce qu'il y a d'inconséquent, d'une part, à regarder le problème comme complétement indéterminé et de l'autre, à considérer comme donnés un point à la clef et un point à la naissance. C'est dans le chapitre V que nous ferons l'examen critique des théories actuelles; dans celui-ci et dans le suivant, nous nous bornerons à exposer la nôtre.

Il est vrai, comme le dit M. Méry, que ce n'est que par des considérations sur le tassement qu'on peut se rendre compte et qu'on peut chercher à déterminer quelle est la courbe de pression qui se réalisera; mais nous allons voir que dans le mouvement qui se produit au décintrement, il y a quelque chose de certain, de fixe qui ne dépend que du profil de la voûte, puis quelque chose d'incertain qui dépend de la nature des matériaux et du mode de construction; de sorte que si le problème reste indéterminé, il ne l'est plus que dans des limites tellement étroites qu'il n'y aurait guère d'intérêt pour la pratique à les resserrer davantage.

Imaginons donc que la voûte de la *fig.* 26 vient d'être décintrée et que la demi-voûte est abandonnée à elle-même pendant un instant très-court et cherchons quel est le mouvement qui va se produire. Remarquons d'abord qu'à l'origine du mouvement, il n'y a à la clef aucune poussée horizontale et qu'à ce moment on peut considérer chaque demi-voûte comme un massif isolé abandonné à lui-même. Appliquant donc ici les théories qui terminent

le chapitre précédent, nous tracerons d'abord la courbe des pressions statiques IFPZ qui se trouve ici tout entière extérieure au massif. Cette courbe est donnée par la rencontre de la verticale passant par le centre de gravité de la partie de voûte supérieure au joint considéré avec ce joint, puisqu'il n'y a pas de poussée extérieure; elle vient, par conséquent, percer le joint de la base du massif à l'aplomb du centre de gravité K de tout ce massif. Le tracé de cette courbe n'a d'autre but que de nous indiquer le point autour duquel la voûte va tourner et on voit immédiatement que ce sera le point D.

On pourrait vérifier ce résultat ou y arriver directement en cherchant sur l'intrados le point pour lequel la quantité $\frac{p(x-x')}{y}$ est un maximum (p, poids d'une partie de voûte depuis la clef jusqu'à un joint, $(x-x')$, distance du centre de gravité de ce massif à l'arête de ce joint, y, hauteur du massif au-dessus du joint).

Le joint de rotation étant déterminé, nous savons dans quel sens va se mouvoir la voûte et nous pouvons décrire avec un arc de cercle la trajectoire de chacun de ses points. Ainsi, le joint AB de la clef se trouve poussé par une force capable de lui faire prendre la position A'B' dans un temps très court dt. De la comparaison de ces deux positions, *fig.* 26 *bis*, on déduirait facilement la position de la résultante, car les lignes comprises entre les deux positions AB et A'B' peuvent être considérées comme proportionnelles à la quantité $\frac{dv}{dt}$ pour chaque point du joint; il n'y aurait donc qu'à chercher le centre de gravité du trapèze AA'B'B; c'est un calcul que nous ferons plus loin. Pour le moment, nous supposerons que le centre de la poussée dynamique se trouve en d, un peu au-dessus du milieu du joint. Les points d et D étant connus, déterminent eux-mêmes la courbe de pression dynamique dDR qui se produit dans le massif au moment du décintrement. Pour avoir une idée suffisante de son tracé, indiquons la courbe statique correspondante à la valeur de Q qui produit l'équilibre par rapport au point de rotation D. Nous aurons ainsi deux

courbes statiques, l'une correspondant à $Q=0$ et l'autre à $Q=\frac{P(x-\xi)}{H}$, en posant $Ed=H$. Or, nous avons démontré dans le chapitre précédent que la courbe dynamique qui passe par le point D est partout comprise entre les deux et que si, au joint AB, on suppose une force q croissant depuis 0 jusqu'à Q, la courbe dynamique s'avancera vers la courbe statique avec laquelle elle finira par se confondre. Or, c'est précisément ce qui arrive au décintrement. A mesure que les deux demi-voûtes s'appuient l'une contre l'autre, la poussée q se développe et se fait de plus en plus sentir à la clef où elle était nulle; en effet, quand q devient égal à $\frac{P(x-\xi)}{H}$, l'équilibre s'établit nécessairement, si le décintrement s'est fait assez lentement pour qu'il n'y ait pas de vitesse appréciable dans la voûte. Si le décintrement avait lieu brusquement, la force q dépasserait la valeur qui convient à l'équilibre, la courbe statique franchirait le point D, mais la courbe dynamique ne le franchirait pas puisqu'elle ne peut sortir du massif. Cela tient à ce que les molécules du massif, après avoir marché d'un mouvement accéléré vers la position d'équilibre, s'en éloigneraient par un mouvement retardé, ce qui changerait le signe de $m\frac{dv}{dt}$. Dans le chapitre précédent, nous avons fait voir que dans la chute accélérée du massif, la poussée horizontale de la partie supérieure était exprimée par

$$R_h = q + \sum m \frac{d^2y}{dt^2}.$$

Dans le mouvement retardé, elle serait

$$R_h = q - \sum m \frac{d^2y}{dt^2}.$$

Cette diminution de l'effet de la poussée par suite du mouvement retardé a précisément pour effet de maintenir la courbe de pression

dynamique sur le point D, d'où il suit que le joint CD continue à s'ouvrir. Le seul résultat du décintrement brusque, c'est de porter la courbe de pression vers l'extrados où elle pourrait déterminer un nouveau point de rotation et amener la rupture de la voûte; mais si celle-ci est suffisamment épaisse, il est évident qu'une position d'équilibre momentané s'établira, lorsque le travail produit par la chute de la voûte sera équivalent au travail de la compression des maçonneries; il y aura alors une détente de la compression à l'aide de laquelle la voûte pourra remonter; pendant ce mouvement le joint CD tend à se fermer, mais il ne se fermera jamais complétement, attendu que les matériaux sont bien loin d'être d'une élasticité parfaite. La voûte ne reviendra donc pas à la position qu'elle avait avant le décintrement, d'où il suit que l'amplitude des oscillations ira en diminuant et que la voûte prendra très-rapidement sa position d'équilibre avec l'intensité de la force Q calculée plus haut et avec la courbe de pression statique qui en est la conséquence. Il est donc permis de faire abstraction des oscillations qui peuvent se produire après un décintrement brusque; si la voûte y résiste, le résultat final est sensiblement le même.

Ainsi, quels que soient les mouvements qui s'opèrent pendant le décintrement, la courbe des pressions passe toujours par le point D, dit point de rupture, et c'est là qu'elle passe encore quand l'équilibre s'établit.

Quoique la courbe statique ne soit, pendant le mouvement, qu'une construction géométrique purement idéale, il n'est pas inutile de rechercher les variations de sa position à mesure que la poussée se développe à la clef. Ainsi, en donnant à cette force une intensité quelconque q, plus petite que celle qui produirait l'équilibre, on voit que la courbe statique prend une position telle que *dsr* qui se rapproche du massif, mais qui lui est encore extérieure dans une assez grande étendue. Quoi qu'il en soit, cette courbe indiquerait mieux que celle donnée par l'hypothèse $q=0$ la position D de l'arête de rotation; pour la déterminer, il sera donc préférable de donner à q une valeur arbitraire. Si l'on suppose que la valeur de q augmente progres-

sivement, la courbe *dsr* se rapproche de plus en plus du massif, la partie qui lui est extérieure diminue, enfin pour la valeur de

$$q = Q = \frac{P(x-\xi)}{H},$$

la courbe statique passe par le point D et si l'on suppose que la voûte soit descendue à cette position lentement, il est clair qu'elle y restera; mais s'il y a eu une chute brusque, la voûte, en continuant son mouvement, augmentera la poussée et alors la courbe statique franchira le point D et par cette position, elle indiquera encore qu'il n'y a pas équilibre. En effet, remarquons que le solide supérieur au point D n'a plus avec le solide inférieur que ce point de contact et que, quand la courbe de pression le dépasse, cela indique que la force q tend à renverser le corps en arrière; à mesure que la poussée augmente, la courbe s'écarte du point D, en accusant une plus forte tendance à ce renversement qui commence lorsque la vitesse de la voûte devient nulle; alors la poussée va en diminuant, la courbe statique se rapproche du point D qu'elle peut atteindre et franchir en sens contraire. Il est facile de reconnaître qu'après une série d'oscillations dont le nombre et l'étendue dépendront de l'élasticité des matériaux, la courbe se fixera sur la position qui passe par D, puisque l'équilibre n'est compatible qu'avec cette position.

Nous croyons que la démonstration qui précède ne laisse rien à désirer en ce qui concerne l'exactitude du principe de la position du joint de rupture sur l'arête de l'intrados qui donne le maximum pour le moment du renversement de la voûte; mais ce principe est tellement contraire à la théorie admise aujourd'hui par les savants et les constructeurs que nous croyons devoir y ajouter quelques considérations tendantes à faire voir que la position que lui assigne cette théorie inexacte n'est possible que dans des cas tout à fait exceptionnels. Lorsqu'on cherche les conditions d'équilibre d'une demi-voûte, on remarque qu'elles ne déterminent d'une manière précise ni l'intensité de la poussée, ni son point d'application à la

clef, d'où il résulte que l'équilibre est compatible avec une infinité de courbes de pression, en présence desquelles on n'ose faire aucun choix. Cependant, comme on le verra plus loin, on n'hésite pas à admettre qu'en rendant certaines courbes possibles, elles ne manqueront pas de se réaliser, ce qui est une inconséquence ; mais nous allons plus loin, nous ne nous bornons pas à dire que ces courbes ne sont pas probables, nous disons qu'elles sont impossibles. Examinons, en effet, les conséquences d'une courbe dLR′ éloignée partout de l'intrados ; si nous la comparons à la courbe dont nous avons démontré l'existence et qui passe par le point D, nous reconnaîtrons qu'elle suppose une plus grande poussée à la clef. Or, quel que soit le mode de déformation de la voûte, on est bien obligé d'admettre qu'avant le décintrement il n'y a pas de poussée et que, pendant cette opération, cette force passe par toutes les valeurs inférieures à celle qu'elle finit par atteindre, d'où il suit qu'avant d'arriver à l'intensité qui résulte de la courbe intérieure de pression, elle a passé par celle qui suffit à l'équilibre. Or, si le décintrement s'est opéré lentement, il est évident que tout mouvement a dû cesser en ce moment et que la courbe n'a pu s'avancer dans l'intérieur ; que si le décintrement s'est opéré brusquement, la poussée a pu dépasser cette limite sous l'influence de la vitesse acquise par la voûte, mais réagissant bientôt contre la voûte, elle a dû diminuer d'intensité et, après quelques oscillations, s'arrêter à la force qui suffit à l'équilibre. La poussée n'est pas, en effet, une force quelconque, mais une réaction qui ne peut dépasser l'action. Sans doute, si l'on imagine qu'à la clef et au point d, on applique une force quelconque, l'équilibre de la voûte sera compatible avec des intensités de cette force comprises entre deux limites faciles à déterminer ; mais cette intensité, dans une voûte, n'est pas quelconque, elle n'est que l'effet de la réaction des deux demi-voûtes qui tendent à tomber l'une contre l'autre. Demander quelle force il faut appliquer au point d pour soutenir la demi-voûte, c'est un problème indéterminé ; mais demander quelle compression se produit au point d centre de contact de deux demi-voûtes qui s'appuient l'une sur l'autre, c'est un problème tout différent et qui ne peut avoir qu'une solution.

La statique offre une foule de problèmes de cette nature où les réactions ne peuvent se déterminer qu'en examinant les circonstances qui ont précédé le mouvement ; citons-en un exemple. Un corps est posé sur un plan d'une inclinaison suffisante pour qu'il puisse glisser s'il n'était retenu par un taquet (*fig.* 27). On demande sa pression sur ce taquet. Soient

i, l'inclinaison du plan,
f, le coefficient de frottement,
P, le poids du corps,
q, la poussée du taquet.

Il est évident que le corps ne pourra descendre si on a

$$q = \mathrm{P} \sin i - f \mathrm{P} \cos i$$

et qu'il ne pourra remonter si on a

$$q = \mathrm{P} \sin i + f \mathrm{P} \cos i;$$

de sorte que le problème, considéré d'une manière abstraite, est indéterminé et que l'intensité de q est comprise entre les deux valeurs données par les équations précédentes. Ainsi, pour fixer les idées, posons

$$\sin i = 0{,}60,\ \cos i = 0{,}80,\ f = 0{,}10,\ \mathrm{P} = 100,$$

les limites des valeurs de q seront 52 kil. et 68 kil., l'équilibre est compatible avec toutes les valeurs de q comprises entre ces deux chiffres, et il est impossible avec les seules données précédentes d'aller plus loin; mais si on nous fait connaître que le corps P a été simplement posé contre le taquet, ou que l'un et l'autre descendaient le long du plan, au moment où on a fixé le taquet, il est évident que la poussée qui se produit alors est 52 kil., c'est la seule qui puisse spontanément se produire par le mouvement virtuel du corps P. Si, au contraire, on suppose que le taquet, en remontant le corps le long du plan, s'est peu à peu arrêté, la pression sera

de 68 kil.; c'est alors le taquet qui pousse le corps. Ainsi, en examinant les circonstances qui précèdent l'équilibre, on fait disparaître l'indétermination qui ne résulte jamais que de données incomplètes. C'est ainsi qu'on a agi jusqu'à présent pour l'équilibre des voûtes; on en a cherché les conditions d'une manière abstraite, et on a trouvé qu'il était compatible avec des forces diverses, sans se préoccuper si ces forces pouvaient se produire spontanément au moyen des réactions des parties de la voûte. Un des plus graves inconvénients de cette indétermination c'est qu'il n'était même pas possible de reconnaître, *à priori*, si une voûte d'une forme donnée pouvait se maintenir en équilibre. En effet, dès qu'on admettait que l'intensité de la poussée pouvait être quelconque, il n'y avait pas de motif de supposer qu'elle se maintiendrait dans les limites compatibles avec l'équilibre. Si la courbe dLR′ est possible, la courbe dL′R″ ne l'est pas moins et celle-ci produirait le renversement de la voûte. Dans cette théorie, la courbe des pressions contient deux constantes arbitraires, de manière que pour la tracer, il faut se donner ou le point d'application de la poussée et l'intensité de cette force ou deux données équivalentes, deux points de la courbe, par exemple. C'est même avec ces dernières données qu'on trace ordinairement la courbe des pressions qui, à cause de la grande indétermination de son tracé, ne peut guère fournir d'utiles indications pour la pratique. On voit que la théorie que nous avons exposée fait disparaître la plus grande partie de cette indétermination en fixant sur l'intrados et à une position toujours facilement calculable, comme on le verra plus tard, un de ces points. Nous y sommes parvenu en nous rendant compte du mouvement qui s'opère au décintrement; la courbe des pressions reste encore indéterminée, il est vrai, mais d'une part, cette indétermination n'intéresse plus guère la pratique, comme on le verra plus loin, et de l'autre, elle est inévitable.

Il est évident, en effet, que le mode et les vices de construction de la voûte doivent avoir une influence dans la détermination de cette courbe et toute théorie qui ne leur laisserait pas une place serait par cela même erronée; or, par leur nature, quelques-unes de ces circonstances échappent à toute prévision et à tout calcul. Cependant nous allons faire voir

qu'en supposant la voûte construite avec des soins ordinaires, on peut déterminer sinon le point même d'application de la poussée sur la clef, du moins la région dans laquelle il se trouve suivant les différentes espèces de voûtes, parce que s'il y a dans la voûte des déformations accidentelles, il y en a d'autres qui sont inévitables, mais qui, résultant de la nature des matériaux et du mode de leur assemblage, peuvent être prévues. Examinons donc ces déformations et cherchons à en apprécier les conséquences.

Un léger tassement vertical du point D est évidemment sans aucun résultat sur l'équilibre de la voûte qui ne fait que descendre parallèlement à elle-même; mais un reculement horizontal de ce même point peut modifier sensiblement les conditions d'équilibre, car ce reculement aura pour effet de diminuer la pression au point B de la clef et de l'augmenter en A. On comprend, en effet, que le reculement puisse être tel que la pression devienne nulle en B, auquel cas la résultante de la poussée monterait aux deux tiers de la clef; enfin un reculement plus considérable peut limiter le contact au sommet de la clef, où il se maintiendra jusqu'au renversement des culées. Ainsi, on voit que l'écartement des culées a pour effet de faire monter le point d'application de la poussée vers le sommet de la clef. Or, cet effet se manifeste toujours un peu, même dans les voûtes les mieux construites. Les corps ne résistent que parce qu'ils fléchissent; la voûte poussant le point D à l'extérieur, celui-ci ne peut contre-balancer cette poussée qu'en reculant un peu, mais la quantité dont il reculera n'est pas évidemment accessible au calcul. Quoi qu'il en soit, on voit que plus ce mouvement de recul est considérable, plus le joint CD doit s'ouvrir. Il est donc très-important pour la solidité de la voûte que la partie qui se trouve au-dessous de la charnière soit d'une solidité suffisante pour ne reculer que le moins possible.

Au-dessus de la charnière, les imperfections de la construction pourraient modifier aussi le tracé de la courbe des pressions en établissant des points de passage obligés. Un gros grain de sable très-dur placé dans un joint et portant sur les faces des voussoirs sans intermédiaire de mortier

pourrait concentrer la pression autour de ce point et y faire passer la courbe de pression, une mauvaise taille de joints de voussoirs contigus les faisant porter sur deux bosses aurait le même résultat. A la clef, des voussoirs trop démaigris en queue ou avec de grands joints feraient baisser le point d'application de la poussée, un défaut contraire la ferait remonter; mais il faut bien le dire, ces accidents sont très-rares dans une voûte construite avec les soins les plus ordinaires. Ce qui pourra se rencontrer plus souvent, ce sont des joints nombreux, épais et dont le mortier n'aura pas encore suffisamment durci, d'où résultera un tassement de la voûte; mais cette imperfection qui peut amener un abaissement de la clef, ne peut déplacer la position de la courbe des pressions dans le massif, comme on va le voir tout à l'heure. En général, le seul mouvement accidentel qui puisse modifier la courbe des pressions et dont il soit impossible de prévoir l'importance, se réduit à l'écartement des joints de rupture. En faisant abstraction de ce mouvement, il est facile de calculer approximativement le point d'application de la poussée sur la clef.

En effet, de ce que la voûte tourne autour du point D, il s'ensuit que les points A et B de la clef sont inégalement comprimés, car leur compression est évidemment proportionnelle aux espaces horizontaux que parcourraient ces points s'ils étaient libres.

Appelons r, la distance DB,
R, la distance DA,
f, la flèche BE,
e, l'épaisseur à la clef AB,
α, l'angle BDE,
β, l'angle ADE.

Dans la rotation de la voûte autour de D, les angles α et β diminueraient d'une quantité égale si la demi-voûte ne rencontrait pas d'obstacle, la ligne AB se transportant en A'B' (*fig.* 26 *bis*). Or, l'effet de l'obstacle étant de maintenir AB dans la verticale, il s'ensuit que la compression

horizontale en chaque point est proportionnelle aux diminutions des projections horizontales des rayons menés du point D à chacun des points du joint de la clef.

La projection du rayon R est

$$R \cos \beta ;$$

si β diminue de $d\beta$, la projection augmentera de

$$R \sin \beta \, d\beta ;$$

or

$$R \sin \beta = f + e,$$

donc la compression en A est proportionnelle à

$$(f + e) d\beta ;$$

en B, elle serait évidemment, d'après le même calcul, proportionnelle à

$$f d\alpha ;$$

mais

$$d\beta = d\alpha,$$

donc les compressions en A et B sont entre elles comme

$$f + e : f ;$$

il en résulte que le point d n'est pas au milieu de AB et se rapproche du point A. Nous avons établi plus haut que lorsque, aux extrémités d'un joint, les pressions étaient P et p_0, on avait entre ces pressions, l'épaisseur du joint et la distance de la résultante à l'arête où la pression est p_0, la relation

$$\frac{P}{p_0} = \frac{3c - e}{2e - 3c}.$$

Si on remplace dans cette équation $\frac{P}{p_0}$ par $\frac{f+e}{f}$, on en déduira

$$c = \frac{e(3f+2e)}{3(2f+e)} = \frac{1}{2}e\left(1+\frac{e}{6f+3e}\right);$$

on voit que c est toujours plus grand que $\frac{1}{2}e$; si $f=0$, ce qui est le cas d'une plate-bande, on aura

$$c = \frac{2}{3}e.$$

Si f n'est pas nul, c sera compris entre deux tiers et un demi. Il résulte donc de ce calcul que la résultante passe nécessairement plus haut que le milieu de la clef; mais il suppose que le point D est fixe et invariable, et il n'en peut être ainsi. Comme nous l'avons fait remarquer plus haut, il faut nécessairement qu'il se déplace horizontalement d'une certaine quantité. Ce recul a évidemment pour effet de diminuer la pression en B et par conséquent de faire remonter le point d; si la pression en B devient nulle, et il suffit pour que cela arrive que le point D recule de $fd\alpha$, c'est-à-dire, d'une quantité d'autant plus petite que $d\alpha$ sera plus petit, on aura

$$c = \frac{2}{3}e.$$

Si le point D recule davantage, le point d se rapprochera de plus en plus du point A sans pouvoir l'atteindre si l'équilibre s'établit, car il n'est pas admissible qu'une force agisse sur une surface nulle, puisque alors la pression serait infinie; la flexion des parties comprimées donne nécessairement au contact une certaine étendue, d'où il suit que la résultante qui se trouve au tiers de l'étendue du contact, quand il ne s'étend pas à tout le joint, ne peut passer à son extrémité. Quant à cette étendue de contact, il n'est pas possible de la calculer, car elle dépend de la compressibilité de la matière. Cette observation s'applique au point D; quand nous avons dit que la résultante passait par ce point, nous avons supposé le corps incompressible ou peu compressible. Ainsi des voussoirs de fer

ou de fonte donneraient à peu près ce résultat, mais de la pierre et surtout du mortier fléchiront, une surface de contact se formera, et la résultante se trouvera au tiers de son étendue à partir du point D. Nous reviendrons tout à l'heure sur ce sujet.

Quoi qu'il en soit, on voit que la courbe des pressions passe nécessairement très-près du point de rupture et au-dessus du milieu du joint de la clef où elle remonte d'autant plus vers l'extrados que la culée résiste moins au mouvement de recul. Si donc le point D est à peu près invariable, ce qui aurait lieu, par exemple, pour une pile placée entre deux voûtes symétriques et couronnée par une pierre de taille, la courbe des pressions passera, à la clef, à une distance de l'intrados légèrement plus grande que

$$c = \frac{e\,(3f + 2e)}{3\,(2f + e)};$$

mais s'il s'agit d'une culée peu résistante, si les mortiers sont encore frais, le point D reculera sensiblement, alors le sommet de la courbe de pression montera dans la clef et le joint s'ouvrira en B.

On voit ici le rôle que joue le soin de la construction ; on peut empêcher la courbe de pression de s'élever à la clef vers l'extrados, mais on ne peut pas l'empêcher de s'approcher de l'intrados au joint de rupture. Quelles que soient la précision de la taille et la résistance de la culée, le joint DC doit s'ouvrir à l'extrados et la résultante passe d'autant plus près du point D que les matériaux de la voûte sont plus résistants.

Sans doute le contact au joint de rupture ne peut être réduit à un point mathématique et la compression des matériaux convertira ce point en une petite surface ; mais le calcul de son étendue appartient à un autre ordre de questions que celle de l'équilibre des voûtes. De quoi s'agit-il, en effet ? De savoir de combien une pierre, qui repose sur une couche de mortier par son angle, pénètre dans ce mortier en se comprimant elle-même. Imaginons que le solide A B C D (*fig.* 28), qui reposait sur le solide F H I E par l'intermédiaire d'une couche de mortier D C E F, tourne

sur l'arête D, de manière que le joint DC vienne s'incliner en DC′. Il conserverait cette position si la charnière D, ainsi que son support, étaient incompressibles; mais s'il n'en est pas ainsi, comme cela arrive toujours dans les constructions, il est évident que le point D va descendre dans le mortier et que la ligne DC′ viendra en *dc*, de sorte que la section du joint qui était un rectangle DCEF, devient le trapèze *cmd*FE, par suite de la pénétration du voussoir supérieur au joint de rupture. Ainsi, de D en *m*, il y a compression, au delà la fissure commence et va en s'épanouissant jusqu'à l'extrados. Si l'hypothèse qui consiste à placer la résultante des pressions au tiers du joint se réalisait, il n'y aurait jamais de fissure apparente aux joints de rupture, tandis qu'on les voit parfaitement et que l'œil peut les suivre jusqu'auprès de l'intrados. Il est donc constant que si la courbe de pression ne passe pas à l'intrados, elle n'en passe pas bien loin. Quant à déterminer exactement cette distance, cela n'est pas possible, mais on peut facilement apercevoir quelles sont les circonstances qui l'augmentent ou la diminuent.

Remarquons que, d'après la théorie admise au sujet de la résistance des matériaux, cette résultante passera au tiers de D*m*; il s'agit donc de déterminer le point *m*. Nous avons déjà fait observer que la surface du triangle D*md* est proportionnelle à la pression, il nous suffira donc d'examiner dans quelles circonstances sa base D*m* augmente ou diminue.

Or, il est évident que plus le joint DF sera épais, plus le mortier sera compressible, plus la pression sera forte, moins l'inclinaison de DC′ sur DC sera grande, plus le point *m* et la résultante s'éloigneront de l'intrados D. L'effet de l'épaisseur du joint et de la compressibilité du mortier se conçoit parfaitement. Dans le cas théorique de voussoirs incompressibles, c'est à l'intrados même que passe la courbe de pression, la compressibilité de la matière doit donc agir en sens inverse de sa dureté. Quant à l'effet de la pression elle-même, il ne faudrait pas en conclure qu'il est avantageux de charger la voûte parce que cela éloigne la courbe de pression du joint de rupture, mais seulement que l'effet destructeur ne croît pas proportionnellement à la pression. En effet, quand celle-ci augmente, *d* descend en *d′*

et m recule en m', de sorte que la surface du triangle étant proportionnelle à la pression, Dd', c'est-à-dire, la pression à l'intrados n'est plus que proportionnelle à la racine carrée de la pression. Il en est de même de l'angle C'DC $= \alpha$; en effet, on a, en appelant A un coefficient constant,

$$m\,\mathrm{D} \times \sin\alpha = \mathrm{D}d,$$

$$\mathrm{P} = \mathrm{A} \times m\mathrm{D} \times \mathrm{D}d;$$

donc

$$\mathrm{D}d = \sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{A}}\sin\alpha}.$$

Il y a donc grand intérêt à ce que la voûte tourne le moins possible autour du point D. Un petit mouvement est inévitable; mais, comme nous l'avons vu, ce mouvement peut être beaucoup augmenté par le reculement du point D. Ainsi, une culée insuffisante peut être cause de la rupture des pierres au joint de rotation.

Nous venons d'énumérer toutes les causes qui peuvent éloigner ou rapprocher la courbe des pressions de l'intrados et augmenter ou diminuer la pression maximum qui a lieu en ce point et on a dû remarquer que nous n'y avons pas fait figurer la longueur du joint, qui est la seule chose dont on tienne compte dans la théorie aujourd'hui généralement admise. Il est facile d'en trouver le motif; en effet, dès que, conformément à l'expérience, nous admettons qu'une fissure se forme à l'extrados, toute la longueur du joint qui n'est plus en contact avec le mortier, ne saurait avoir d'influence sur tout ce qui concerne la pression. Du reste, il est bien évident que la longueur Dm du contact est complétement indépendante de la longueur DC du joint. L'hypothèse qui consiste à supposer que la pression est nulle à l'extrémité du joint située à l'extrados, détermine l'angle α de rotation. Il faudrait donc que la voûte ne tournât jamais que de $\frac{\mathrm{D}d}{l}$, en appelant l la longueur du joint, ce qui est inadmissible. Puisqu'il y a fissure

apparente et même au besoin appréciable, le constructeur n'est pas libre d'augmenter plus ou moins le contact en augmentant DC. Il faut donc se résigner à admettre que la courbe de pression passe au joint de rotation très près de l'intrados, quoique ce principe soit une difficulté pour la pratique. En effet, dans cette théorie, on ignore à quelle distance précise la courbe de pression passe de l'intrados, et il devient difficile de calculer la pression maximum qui aura lieu en ce point; mais on doit comprendre que la vérité d'une théorie ne dépend pas de la plus ou moins grande facilité qu'on éprouve à l'appliquer et combien il peut être dangereux de mettre en pratique une théorie inexacte; c'est ce que nous ferons voir plus loin.

On pourrait objecter à cette théorie qu'en admettant son exactitude, il y aurait, vers les points de rotation des grands ponts construits, des pressions bien plus considérables que celles qui avaient été calculées par les constructeurs et que, puisque les pierres n'y sont point écrasées, c'est que la pression s'y maintient dans les limites que les constructeurs ont l'habitude de s'imposer. Nous croyons effectivement que les pressions sont beaucoup plus fortes que celles qu'avait données le calcul préliminaire basé sur une fausse théorie, mais la résistance des voussoirs peut parfaitement s'expliquer, même dans ces conditions. En effet, les constructeurs sont dans l'usage de ne faire supporter aux matériaux d'une manière permanente que le dixième environ de l'effort qui serait capable de les écraser. Cette énorme réduction a pour but de mettre à l'abri d'un excès de pression produit accidentellement par un vice de construction ou par toute autre cause; il en résulte que si, par l'effet d'un mouvement de la maçonnerie, la pression se déplace, on a une large marge pour prévenir toute chance d'accident. Quoi qu'il en soit, voici ce qui se passe : on a calculé, par exemple, que la pression sur le joint de rupture serait de 450 kilogr. pour une tranche de voûte de $0^m,01$ d'épaisseur; la pierre employée pouvant supporter, à raison du dixième de la résistance maximum, 10 kilogr. par centimètre carré, la longueur du joint pourrait n'être que de $0^m,45$, si la pression était uniforme dans toute son étendue, mais on lui donne $0^m,90$,

d'après l'hypothèse que la résultante de la pression passera au tiers de la longueur du voussoir. Or, si elle passe à $0^m,05$ seulement, elle sera de 60 kilogr., à $0^m,04$, de 75 kilogr., au lieu d'être de 10 kilogr. comme on l'avait calculé.

Il est évident que le voussoir n'éclatera pas pour cela. En voici les motifs principaux : 1° c'est d'abord qu'on n'a pas encore atteint la limite de la résistance de la pierre; 2° qu'eût-on atteint cette limite, comme cette pression n'existerait que sur un point, elle ne saurait avoir le même effet que si elle existait sur toute l'étendue du contact; 3° que l'arête du voussoir est nécessairement arrondie, si fine que soit la taille, ce qui peut réduire le chiffre de la pression maximum; 4° qu'entre les deux voussoirs se trouve un matelas de mortier; 5° que les pierres de grande dimension doivent avoir une résistance proportionnelle plus grande que celle qui est donnée par les expériences faites sur de petits cubes, ainsi que nous l'avons expliqué dans le chapitre premier. En voilà assez pour comprendre comment il se fait que l'erreur commise sur la position de la courbe de pression ait pu être jusqu'à présent sans influence sur la solidité des ponts; mais si on voulait sortir des dimensions assez restreintes dans lesquelles on s'est maintenu jusqu'à présent, il serait indispensable de mieux se rendre compte de la position de la courbe de pression.

Dans l'exemple que nous avons choisi, la voûte est incomplète et la position du point de rotation est évidente. S'il s'agissait d'une voûte complète, c'est-à-dire, se raccordant avec ses pieds-droits par un élément vertical, on démontrerait par un raisonnement analogue qu'un point de la courbe de pression doit se trouver sur l'intrados et que, au décintrement, la voûte tournera autour de ce point; mais la position de ce point ne ressortirait plus au premier coup d'œil. La seule chose que nous voulions établir dès à présent, c'est que, dans ce cas, la courbe de pression est nécessairement tangente à l'intrados; en effet, si elle ne l'était pas, elle le couperait en deux points, une partie de cette courbe se trouverait donc extérieure au massif et, par conséquent, il n'y aurait pas équilibre.

Nous considérerons donc comme démontré que la courbe de pression passe toujours à l'intrados et que, dans une voûte complète, ou dans une voûte incomplète, mais d'une amplitude telle que, si elle était complétée, le point commun avec l'intrados se trouverait dans l'étendue de la voûte, elle est tangente à cet intrados au point où elle le rencontre. Ce point commun à la courbe de pression et à l'intrados est le point de rotation autour duquel la partie supérieure de la demi-voûte tourne pour s'appuyer sur celle qui lui est symétrique. Sa position, pour une voûte complète, ou pour une voûte incomplète rentrant dans le cas indiqué ci-dessus, doit être déterminée par des considérations qui seront exposées dans le chapitre suivant.

Ce point, dont la théorie a jusqu'ici a méconnu le rôle, a reçu le nom de *point de rupture*, nom fort impropre, en ce que la rupture se fait au contraire à l'extrémité opposée du joint. En conséquence, le point C devrait s'appeler point de rupture et le point D, point charnière. Peut-être ce nom aurait-il suffi pour empêcher la théorie des voûtes de s'égarer, comme elle l'a fait depuis un certain nombre d'années. Quoi qu'il en soit, on doit comprendre que, dans toute espèce de voûte, il y a toujours un point charnière situé à l'intrados, autour duquel la voûte se renverse en dedans pour s'asseoir, comme disent les constructeurs. La courbe des pressions a donc toujours un point commun avec l'intrados, quand la voûte n'est pas soumise à des forces extérieures. Nous examinerons dans un chapitre spécial les modifications que subit ce principe, quand cette dernière circonstance se réalise. Il ne s'agit, pour le moment, que des voûtes soumises à la seule action de la pesanteur des matériaux qui les composent ou les chargent.

En dehors de ces points charnières nécessaires, indispensables dans toute espèce de voûte et qu'on ne peut faire disparaître, il peut en exister d'accidentels tenant simplement à l'insuffisance des dimensions de la voûte ou de ses parties accessoires. La courbe de pression étant déterminée par les considérations précédentes, c'est-à-dire, passant par le point dit de rupture et par un point pris arbitrairement à la clef, il peut

arriver qu'elle coupe l'extrados au-dessous ou au-dessus du point charnière. Ainsi, dans le cas de la *fig.* 26, si le pied-droit avait une épaisseur moindre que RT, il est évident que l'équilibre ne serait pas possible et que la culée serait renversée à l'extérieur en tournant autour d'un point charnière qui se formerait à l'angle extérieur de la culée, tandis que la voûte tomberait à l'intérieur. C'est la seule manière dont la chute peut avoir lieu pour une voûte surbaissée telle que celle de la *fig.* 26; mais quand la voûte est surélevée, comme dans la *fig.* 29, la courbe de pression peut rencontrer l'extrados avant de passer par le joint de rupture.

Il est bon d'analyser ce qui arrive dans cette circonstance. Traçons d'abord la courbe de pression statique pour la voûte de la *fig.* 29, dans l'hypothèse où la voûte serait en équilibre. Nous savons que le point D est un point de cette courbe; si nous menons la verticale par le centre de gravité G, elle coupera en G′ l'horizontale menée par le point *d*, point d'application supposé de la poussée; si nous tirons G′D, nous aurons la résultante des pressions sur le joint de rupture; par conséquent, si G′P représente le poids de la demi-voûte, DP représentera la poussée. Cette force étant connue, on en conclura facilement la courbe de pression statique *dm*D; cette courbe sortant de l'extrados, la voûte n'est pas en équilibre et il y a lieu d'en modifier le profil; mais si l'on veut savoir comment elle va se rompre, on tracera la courbe dynamique *d*ED, tangente à l'extrados vers le milieu de l'intervalle entre les points où il est coupé par la courbe statique, et le point de tangence E indiquera le point de rotation de la voûte, tandis que la courbe *d*ED indique comment se comporte la pression pendant la chute. Ce point de tangence E deviendra ainsi un nouveau point de rotation autour duquel tournera la partie supérieure de la demi-voûte, tandis que la partie inférieure tournera autour de D. Le joint AB prenant part à ce double mouvement, dont l'un tend à le faire monter tandis que l'autre tend à le faire descendre, suivra une direction résultante dans laquelle il pourra arriver qu'il s'élève. Les calculs que nous avons faits plus haut relativement à la position du point *d*, ne sont plus applicables. Il faudrait chercher la di-

rection résultant de la vitesse des points A et B, comme nous l'avons indiqué à la fin du chapitre précédent; mais cette recherche serait sans utilité pratique, puisque la voûte ne serait pas exécutée dans ces conditions; il n'y a donc lieu de s'occuper que du cas où la courbe de pression ne fait que s'approcher de l'extrados.

Ce qu'il y a d'essentiel à remarquer, c'est que dans ce mouvement, la clef remonte; car, d'une part, puisque l'intrados s'ouvre vers F, il s'allonge, ce qui ne peut avoir lieu qu'autant que B s'élève. D'un autre côté, la pression se portant vers l'extrados, cet extrados doit diminuer de longueur; ainsi, tandis que B doit s'éloigner de D, A doit se rapprocher de C; par suite de ce double mouvement, on voit que la clef a une tendance à s'ouvrir en A et à se serrer en B. La loi du trapèze apprend que, quand le centre de pression s'approche de la paroi à moins du tiers de la longueur du joint, la pression est nulle sur le côté opposé dans une certaine étendue. Il suit de là que les joints s'ouvrent légèrement et que la paroi opposée à la pression éprouve une espèce de dilatation qui en augmente le développement. Si donc la voûte avait des dimensions suffisantes pour être en équilibre, comme dans la *fig.* 30, cet effet se produirait dans toute la partie où la courbe de pression dépasse les deux tiers de l'épaisseur de la voûte à partir de l'intrados et les joints s'ouvriraient légèrement à l'intrados. Il est évident que ce mouvement tendrait à soulever la clef et à faire descendre le point *d* vers B. Dans ces espèces de voûtes, le point d'application de la poussée est donc, en général, au-dessous du milieu de la clef, si le point de rupture D ne recule pas sensiblement.

En général, on reconnaîtra que la clef a une tendance à se soulever quand la courbe de pression, dépassant les deux tiers de la longueur des voussoirs à partir de l'intrados, s'approche de l'extrados.

La recherche des conditions de stabilité d'une voûte est ramenée, comme on l'a vu dans ce chapitre, au tracé d'une courbe géométrique qui ne se trouve déterminée de position que quand on connaît deux points de son tracé. Nous avons cherché à démontrer qu'un de ces points, dit point de rupture, était toujours situé à l'intrados et que l'autre se trouvait tantôt

au–dessus, tantôt au–dessous du milieu de la clef. Il est donc important de savoir déterminer la position des points de rupture pour une voûte quelconque, puisqu'elle détermine la courbe de pression; ce sera le sujet du chapitre suivant.

CHAPITRE IV.

RECHERCHE DE LA POSITION DES JOINTS DE RUPTURE ET DE LA COURBE DES PRESSIONS DANS UNE VOUTE QUELCONQUE, SOUMISE UNIQUEMENT A DES CHARGES VERTICALES.

Dans les exemples de voûtes examinés dans le chapitre précédent, la position des joints de rupture était pour ainsi dire évidente, mais nous avons déjà fait remarquer qu'il n'en est plus ainsi quand les voûtes sont complètes. La continuité de la courbe n'offre plus à l'œil de point particulier qui puisse devenir le siége de la rotation de la voûte et il faut en chercher la position par le calcul ou par une construction géométrique. Les considérations que nous avons exposées dans le chapitre précédent rendront cette recherche facile.

Nous avons démontré que, dans une voûte de cette nature, la courbe de pression est tangente à l'intrados au point où elle le rencontre. De plus, si l'on admet un système de voussoirs verticaux, la tangente au point de rupture doit rencontrer la direction de la poussée au même point que la verticale menée par le centre de gravité de la partie de voûte supérieure. Donc, si par un point quelconque m de l'intrados, on mène une tangente à cette courbe, *fig.* 31, elle rencontrera l'horizontale menée par le point k d'application de la poussée en un point n. Maintenant si par le point G, centre de gravité de la partie de voûte Bm, on élève la verticale Gg jusqu'à la rencontre de l'horizontale kn, il arrivera que le point g se trouvera en

avant ou en arrière du point n ou coïncidera avec lui. Si ce dernier cas se présente, le point m est évidemment le point de rupture cherché, car il appartient à la courbe des pressions puisqu'il se trouve sur la résultante du poids combiné avec la poussée et sur le joint correspondant; il est de plus, par construction, sur l'intrados qui n'a de commun que le point de rupture avec la courbe des pressions. Si le point g se trouve en avant du point n, le point m est évidemment trop haut; il faut chercher une autre position un peu plus bas que celle qui serait donnée par la tangente menée du point g, car le centre de gravité de la nouvelle partie de voûte sera nécessairement au delà de g. On pourra donc, pour abréger le tâtonnement, prendre un point g' un peu au delà de g, mener la tangente $g'\delta$ et l'on vérifiera si g' correspond bien à l'abscisse du centre de gravité de la partie de voûte $B\delta$. Inutile d'insister davantage sur ce procédé graphique de tâtonnement, qui est trop simple pour n'être pas immédiatement compris. On peut d'ailleurs en suivre un autre qui ne l'est pas moins. Puisque la courbe des pressions est déterminée quand on en connaît deux points, on peut la tracer en prenant pour première fausse position un point s quelconque sur la courbe d'intrados et le point k, et l'on aura ainsi une première courbe kts, de laquelle il sera permis de conclure que le point de rupture cherché est compris entre s et t. On prendra alors pour second point le point le plus éloigné de la corde st et l'on opérera pour ce point comme on l'a fait pour le premier, si l'on avait besoin d'un grand degré d'exactitude, car, pratiquement, le point δ, ainsi déterminé, pourra être pris sans inconvénient pour la position du joint de rupture. Quoi qu'il en soit, on voit que très peu de tâtonnements suffiront toujours pour déterminer le point δ.

Ce procédé est fondé sur cette propriété de la courbe des pressions que nous avons déjà signalée en mettant son équation sous la forme :

$$x = \xi + Q\frac{y}{p}.$$

Or $\frac{y}{p}$ est très-peu variable, surtout aux environs du point de rupture; il en résulte qu'en appelant α ce rapport, on a à peu près

$$x = \xi + Q\alpha.$$

Pour une autre courbe de pression où la poussée serait Q', on aurait

$$x' = \xi + Q'\alpha;$$

par conséquent

$$x' - x = \alpha(Q' - Q);$$

d'où il résulte que les différences entre les abscisses de deux courbes de pression de la même voûte sont à peu près constantes. Donc si l'on a fait passer la courbe par le point δ qui est le plus éloigné de *st*, la nouvelle courbe ne coupera pas l'intrados en un autre point. Cette propriété des courbes de pression facilite considérablement leur recherche, puisque, lorsqu'on en a tracé une, il suffit d'augmenter ou de diminuer les abscisses d'une quantité constante pour avoir une nouvelle courbe.

Les procédés graphiques que nous venons d'indiquer sont généraux et il faudrait y avoir recours dans le cas où l'on aurait à chercher l'équilibre d'une voûte de forme bizarre ou peu usitée. Soit, par exemple, à déterminer le point de rupture de la voûte de la *fig.* 32 ; on mènera une tangente à un point de la partie arrondie près de la naissance et l'on vérifiera si elle rencontre la direction de la poussée au même point que la verticale menée par le centre de gravité de la partie supérieure de la voûte. S'il n'en est pas ainsi, on y arrivera par des tâtonnements analogues à ceux que nous avons indiqués. On pourra de même tracer une courbe de pression quelconque et opérer comme nous l'avons indiqué plus haut. En un mot, ces procédés graphiques sont applicables à toute espèce de forme de voûtes ; mais dans les travaux publics, on ne se sert guère pour intrados que d'arcs circulaires ou elliptiques et, dans ce cas, on peut sans tâtonnement trouver les points de rupture, comme nous allons le démontrer.

Soient a et b, la demi-ouverture et la montée de la voûte (*fig.* 33),

k, le point d'application de la poussée,

h, la hauteur Ok, ordonnée du point d'application de la poussée,

O, centre de l'ellipse, l'origine des coordonnées.

L'équation de la courbe de pression est alors

$$h - y = \frac{p}{Q}(x - \xi), \tag{1}$$

celle de l'intrados

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \tag{2}$$

Puisque les deux courbes sont tangentes aux joints de rupture, leurs dérivées doivent être égales pour ce point. On a donc (en supposant les joints verticaux) :

pour la courbe des pressions,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{p}{Q} = -\frac{h - y}{x - \xi};$$

pour l'intrados,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{b^2}{a^2}\frac{x}{y};$$

on en déduira

$$hy - y^2 = \frac{b^2}{a^2} x (x - \xi) \text{ (*)}. \tag{3}$$

Pour résoudre cette équation, il faut mettre pour ξ sa valeur en x, tirée de la relation qui existe entre l'abscisse du centre de gravité de la partie de voûte située en avant du point de l'intrados dont l'abscisse est x et cette

---

(*) On peut arriver à cette équation par la considération du maximum de l'expression du moment $p\,\frac{x-\xi}{h-y}$ qui est donné (en remarquant qu'avec des voussoirs verticaux, on a $(x-\xi)dp = pd\xi$) par l'équation

$$h - y + (x - \xi)\frac{dy}{dx} = 0.$$

Substituant ensuite pour $\frac{dy}{dx}$ sa valeur tirée de l'équation de la courbe, on retombe sur l'équation (3).

abscisse, et ensuite la valeur de x tirée de l'équation de la courbe d'intrados.

Cherchons d'abord la valeur de ξ. Si nous représentons par Y l'ordonnée de la courbe d'intrados, celle de la courbe d'extrados sera

$$y = Y + A + Bx + Cx^2 + \text{etc.....}$$

On aura donc pour le centre de gravité de la portion de voûte limitée à x

$$\xi = \frac{\int_0^x (Ax + Bx^2 + Cx^3 .....)\, dx}{\int_0^x (A + Bx + Cx^2 .....)\, dx},$$

soit

$$\xi = \frac{\frac{1}{2}Ax + \frac{1}{3}Bx^2 + \frac{1}{4}Cx^3 .....}{A + \frac{1}{2}Bx + \frac{1}{3}Cx^2 .....},$$

ou

$$\xi = \frac{1}{2}x\left(\frac{1 + \frac{2}{3}\frac{B}{A}x + \frac{1}{2}\frac{C}{A}x^2 .....}{1 + \frac{1}{2}\frac{B}{A}x + \frac{1}{3}\frac{C}{A}x^2 .....}\right).$$

La fraction comprise entre parenthèses diffère peu de l'unité qu'elle dépasse légèrement toutes les fois que B n'est pas nul; c'est le cas général. On peut donc supposer, pour les valeurs de x voisines de celles qui correspondent au joint de rupture,

$$\xi = nx,$$

n étant un peu plus grand que $\frac{1}{2}$. On ne pourrait avoir $n = \frac{2}{3}$ que pour des voûtes extradossées de manières bizarres et inadmissibles. En mettant dans l'équation (3) cette valeur de ξ et ensuite celle de x en y, on obtient

$$y^2 - \frac{h}{n}y + \frac{b^2(1-n)}{n} = 0;$$

d'où l'on tire

$$y = \frac{h\left(1 - \sqrt{1 - 4n\ (1 - n)\ \frac{b^2}{h^2}}\right)}{2n}.$$

On doit remarquer que la valeur de y est indépendante de l'ouverture a de la voûte, c'est-à-dire, qu'elle est la même pour le plein cintre que pour une ellipse quelconque de même montée.

La quantité $n(1-n)$, pour des valeurs de n voisines de $\frac{1}{2}$, est égale à $\frac{1}{4}$. En effet, si l'on différentie l'expression

$$u = n\ (1 - n),$$

on a

$$du = dn\ (1 - 2n),$$

qui fait voir que, quand $n = \frac{1}{2}$, du est nul. L'expression ci-dessus peut donc se mettre sous la forme

$$y = \frac{h\left(1 - \sqrt{1 - \frac{b^2}{h^2}}\right)}{2n}.$$

Si l'on fait $\frac{b}{h} = 0{,}90$, il vient

$$y = \frac{0{,}62}{2n}\ b = 0{,}50\ b\left(\frac{0{,}62}{n}\right);$$

n étant plus grand que 0,50 et plus petit que $\frac{2}{3}$, on voit que y ne différera pas beaucoup de $0{,}50b$.

Ce n'est là au reste qu'une approximation qui cesse d'être vraie quand le rapport $\frac{b}{h}$ diffère très-peu de l'unité, c'est-à-dire, quand l'épaisseur à la

clef est très-petite. On voit alors que la valeur du radical diminue de plus en plus et que y s'approche de $\frac{h}{2n}$, ce qui pourrait avoir lieu, par exemple, pour une voûte construite en matériaux métalliques; alors le joint de rupture pourrait se rapprocher beaucoup de la clef; mais si l'on se tient dans les cas pratiques des voûtes ordinaires en maçonnerie, on peut dire que, dans les voûtes complètes en plein cintre ou elliptiques, le joint de rupture se trouve à peu près au milieu de la montée.

On peut donner de cette propriété remarquable une démonstration purement géométrique, qui nous paraît de nature à la mieux fixer dans l'esprit.

Sur AO $= b$ comme montée (*fig.* 34), traçons trois intrados : un plein cintre et deux ellipses, l'une surélevée, l'autre surbaissée. Sur le milieu de AO, menons une horizontale nDDD et, par ses points de rencontre avec l'intrados, menons trois tangentes DT; elles se rencontreront au même point T sur l'axe; de plus, on aura AT $=$ AO $= b$; ce sont des propriétés connues du cercle et des courbes elliptiques démontrées dans les traités de géométrie élémentaire.

Appelons x, les abscisses des points D considérés comme des joints de rupture,

ξ, les longueurs des parties de l'horizontale $kggg$ menée par le point k d'application de la poussée,

αb, la hauteur du point k au-dessus de l'intrados.

Il est clair qu'en vertu des triangles semblables TnD, Tkg, on aura

$$x : \xi :: \mathrm{T}n : \mathrm{T}k$$

ou

$$x : \xi :: 1{,}50 \times b : (1 - \alpha)\, b;$$

d'où

$$\xi = \frac{1 - \alpha}{1{,}50}\, x.$$

Dans une voûte ordinaire, $\xi > \frac{1}{2}x$, auquel cas, pour que l'équation ci-dessus soit possible, il faut qu'on ait

$$\frac{1-\alpha}{1,50} > \frac{1}{2},$$

d'où

$$\alpha < 0,25.$$

Or, c'est précisément ce qui a lieu en général, l'épaisseur à la clef elle-même n'atteignant jamais le $\frac{1}{4}$ de la montée de la voûte. Cette condition étant remplie, ξ prend nécessairement une valeur comprise entre $0,50x$ et $0,67x$. Nous venons de voir que dans les voûtes ordinaires, cette dernière limite ne pouvait être atteinte; si nous posons $\xi = 0,60x$, nous aurons $\alpha = 0,10$; c'est une proportion qu'on rencontre dans beaucoup de voûtes. D'ailleurs en examinant l'équation qui donne la valeur de ξ, on reconnaît que de légères variations de α sont à peu près sans influence sur cette quantité; ainsi en faisant $\alpha = 0,15$, ξ devient $0,57x$. On est donc en droit de conclure que le vrai point de rupture ne peut guère s'écarter du point qui se trouve au milieu de la montée.

Nous ne donnons pas cette détermination du point de rupture comme exacte et précise, mais comme une approximation très-utile dans la pratique, en ce qu'elle suffit pour les cas ordinaires. En réalité, étant donné l'intrados d'une voûte complète, un point quelconque peut devenir le point de rupture en chargeant convenablement l'extrados. Il suffit pour cela de mener la tangente en ce point jusqu'à la rencontre avec l'horizontale menée par le point d'application de la poussée; puis, disposer de l'extrados de manière que ce dernier point ait la même abscisse que le centre de gravité de la partie de voûte comprise entre la clef et le joint de rupture, ce qui est toujours possible si l'intrados n'a pas une tangente verticale au point de rupture; mais ce sont là des cas particuliers que nous ne signalons que dans l'intérêt de la vérité mathématique.

En résumé, quand la voûte est formée par une ellipse, tout tâtonnement pour la recherche du joint de rupture devient inutile, on obtient une approximation suffisante en le plaçant au milieu de la montée. Si l'ellipse est incomplète, on l'achèvera sur le dessin et l'on prendra le milieu de l'axe vertical, si ce point est au-dessus des naissances, et ces naissances, s'il est au-dessous. On déduit de là que, quand la voûte est formée d'un arc de cercle plus petit que 120°, les joints de rupture sont toujours aux naissances.

Nous répétons d'ailleurs qu'il n'y a là qu'une approximation, car il est bien évident que si le point de rupture, dans une voûte complète, était connu d'une manière absolue, la courbe de pression étant tangente à l'intrados en ce point, ce qui équivaut aux deux conditions nécessaires pour la tracer, cette courbe serait entièrement déterminée; en d'autres termes, la verticale menée par le centre de gravité de la partie de voûte supérieure au point de rupture rencontrant la direction connue de la résultante du poids et de la poussée, en achevant le parallélogramme des forces, on aurait la grandeur et le point de passage de la poussée à la clef.

Avant d'aller plus loin, qu'il nous soit permis de faire voir que, de la connaissance de cette propriété des joints de rupture, résulte un moyen simple et facile de se rendre compte de la stabilité de la plupart des voûtes, sans autre tracé graphique que celui que tout ingénieur peut faire à la main.

Prenons pour exemple la voûte qui sert de base aux calculs de MM. Lamé et Clapeyron, dont nous parlerons dans le chapitre suivant, et qui est représentée par la *fig.* 35. Pour y tracer la courbe de pression, nous indiquerons à l'intrados la position du joint de rupture, correspondant à la demi-hauteur du rayon, puis nous mènerons la tangente TδS. Cette tangente sortant de la paroi extérieure du pied-droit au point S, indique que si le pied-droit se terminait en S, ou si, à partir de ce point, le pied-droit était élargi de manière à contenir cette tangente, tout le massif serait en équilibre. Sans doute cette addition dépasserait ce qu'exige l'équilibre; mais comme, dans la pratique, il faut nécessairement que les constructions

soient stables, on pourrait peut-être se contenter de ces simples indications. Si l'on voulait leur donner plus de précision, il suffirait de déterminer la poussée en construisant le parallélogramme des forces au point δ, $gp\delta q$, dans lequel gp représentera le poids de la partie Cδ de la voûte. On en conclurait que la poussée est représentée par gq. Cherchant ensuite l'abscisse kG du centre de gravité du massif, menant GP proportionnel au poids du massif, prenant $Gq' = gq$, on aura, en achevant le parallélogramme, le point U par le prolongement de sa diagonale. On pourra donc construire complétement la courbe $k\delta$U. Cette courbe, qui donne une approximation suffisante pour la pratique, démontre que le massif n'est pas en équilibre et elle permettra de modifier le profil d'une manière convenable. On remarquera que, dans cet exemple, on n'a eu besoin de déterminer un point de la courbe de pression que parce que les pieds-droits sont très élevés; dans la plupart des cas, la connaissance de la position du point de rupture permet de tracer la courbe des pressions à main levée.

Quoi qu'il en soit, le tracé sommaire que nous venons d'indiquer résout le problème d'une manière suffisamment exacte pour la pratique. D'abord parce que, comme nous le verrons tout à l'heure, un tracé plus étudié n'a pas beaucoup plus de chances d'être plus exact, et ensuite parce que le problème à résoudre présente une grande latitude. S'il s'agissait de déterminer une voûte qui n'eût que strictement les dimensions nécessaires pour l'équilibre, il resterait en effet bien des craintes dans l'esprit au sujet de la solution admise; mais c'est là un problème tout théorique; dans la pratique, il faut que les constructions présentent un grand excès de solidité pour résister aux charges accidentelles, aux chocs, aux dégradations, etc. Or, il est évident que cet excès, qui est une mesure de prudence, ne peut être soumis au calcul, c'est une affaire d'expérience et d'usage; d'où il suit que la recherche de conditions d'équilibre plus exactes peut ne pas modifier les dimensions basées sur un calcul approximatif. D'ailleurs, quoique la solidité des constructions en soit la condition la plus essentielle, elle n'est cependant pas la seule et l'on peut être déterminé par d'autres convenances; enfin, quoique nous ayons resserré les limites de l'indétermination en ce qui

concerne la courbe des pressions, elles restent cependant encore assez étendues pour qu'il soit légitimement permis de se servir de méthodes approximatives.

En effet, pour que la courbe fût rigoureusement déterminée, il ne suffirait pas d'en connaître deux points comme on le dit ordinairement; il faudrait encore connaître la manière dont la surcharge des reins pèse sur la voûte, c'est-à-dire, le poids de la voûte correspondant à chaque joint, car l'hypothèse qui consiste à considérer cette surcharge comme produite par des prismes verticaux ne peut être considérée que comme une approximation. En négligeant la légère variation que pourrait amener, dans le tracé de la courbe, la connaissance exacte de la répartition de la charge, l'incertitude dans notre théorie ne repose plus que sur la position exacte d'un point qui se trouve entre le milieu et le sommet de la clef (*). En effet, si la voûte est incomplète, la naissance est un point de la courbe de pression et si la flèche de la voûte est plus grande que la moitié de l'axe vertical, la courbe de pression est tangente à l'intrados, condition qui équivaut à la détermination d'un point.

Considérons un exemple de ces deux cas.

Soit la voûte incomplète (*fig.* 36) formée d'un arc de cercle BD et d'un pied-droit DT. Nous prendrons pour point d'application de la poussée le point K, situé au milieu de l'épaisseur à la clef. A l'aide des points K et D, on déterminera la courbe des pressions correspondant à l'extrados de la voûte après le décintrement, c'est-à-dire, extradossée par la courbe AFC, et dans l'hypothèse de la voûte chargée jusqu'à la ligne AU.

Ces deux courbes seront KDR et KDR′, par exemple, et il faudra qu'elles soient toutes les deux contenues dans le profil de la maçonnerie. Cette condition suffira pour l'équilibre, car, quoique la position exacte du point K soit inconnue, comme elle ne peut être que supérieure à celle que nous lui avons assignée, il s'ensuit que le point R sera certainement plus

(*) Nous ne parlons pas ici des voûtes surélevées, dans lesquelles la résultante de la poussée peut passer au-dessous du milieu de la clef.

éloigné de S dans le fait que dans l'hypothèse admise. On remarquera d'ailleurs que la charge de la voûte aura pour résultat de la consolider, attendu que le point R′ s'éloigne de S. Cela tient à ce que la charge additionnelle a pour effet de rapprocher le centre de gravité du pied-droit. Il est essentiel de se rendre compte de la ligne séparative de la région où une masse additionnelle contribue à l'équilibre. Nous empruntons donc au mémoire de MM. Lamé et Clapeyron la démonstration suivante.

Supposons qu'on place en M sur les reins une masse μ; soient

ε, l'abscisse du point M par rapport à l'axe AP,
d, l'abscisse du point D,
X, l'abscisse du point R,
H, l'ordonnée du point d'application de la poussée,
h, l'ordonnée de la naissance,

cherchons à déterminer ε de manière que la courbe de pression passe par R. Nous aurons, en égalant les moments,

$$\mu\,(X - \varepsilon) = q\,H;$$

mais comme la courbe passe par le point D, nous aurons aussi

$$\mu\,(d - \varepsilon) = q\,(H - h),$$

d'où

$$\frac{X - \varepsilon}{d - \varepsilon} = \frac{H}{H - h},$$

ce qui fait voir que les points M, D, R sont en ligne droite (*). Donc, si l'on mène une ligne par les points R et D, elle déterminera un point M sur la ligne KM, tel qu'en menant une verticale par ce point, celle-ci limitera

(*) On se rend facilement compte de ce résultat en remarquant que la résultante du poids μ et de la poussée correspondante doit passer par D et R.

la partie de voûte sur laquelle la charge contribue à la stabilité. Ainsi tout poids ajouté à gauche de M a pour effet de rendre l'équilibre plus stable en éloignant le point R du point S; c'est ce qui fait que le remplissage des reins, au-dessus de AFC, a porté la courbe de pression de KDR en KDR′, parce que le centre de gravité du solide ajouté se trouve à gauche de M. Un effet tout opposé aurait lieu si l'on chargeait la partie KM, surtout vers le point A; le point R atteindrait le point S et une fois qu'il l'aurait dépassé, la culée se renverserait en tournant autour de ce point, tandis que la voûte, tournant autour du point D, tomberait à l'intérieur.

Il y a donc, pour le constructeur, deux moyens de s'opposer à l'effet de la poussée : c'est d'augmenter l'épaisseur de la culée ou la charge des reins. Si l'on voulait, par exemple, amener la courbe de pression en R″ milieu de ST, on tirerait la ligne R″DM″ et l'on augmenterait la charge au delà de la verticale menée par M″. Nous reviendrons plus tard sur ce résultat.

Considérons maintenant une voûte complète comme celle de la *fig.* 37. Pour déterminer la courbe de pression, nous prendrons toujours le point K, milieu du joint à la clef, pour point d'application de la poussée et pour point de rupture le point δ, situé sur l'intrados au milieu de la montée, et nous mènerons δG tangente à la courbe d'intrados. Pour vérifier si le point δ appartient réellement à la courbe des pressions, nous mènerons le joint δF et chercherons l'abscisse du centre de gravité de la partie de voûte ABδF; si cette abscisse est égale à KG, le point δ est réellement le point de rupture. Si la projection du centre de gravité cherché tombe en g' ou en g'', il y aura une correction à faire suivant le procédé de tâtonnement indiqué plus haut. Supposons ce point trouvé, on a en K et en δ deux tangentes à la courbe des pressions qui serviront à la déterminer dans toute l'étendue du massif de la voûte. On pourra d'ailleurs obtenir autant de points qu'on voudra par la méthode que nous avons déjà indiquée.

La surcharge de la voûte, suivant une ligne telle que UV, aurait pour effet de faire descendre le point de rupture de δ en δ′. Ce dernier point se

trouvera facilement par tâtonnement au moyen de la condition de faire passer la tangente par la projection du centre de gravité de la partie supérieure de la voûte sur la direction de la poussée. On obtiendra ainsi une courbe telle que Kδ'R'. Si l'on voulait déterminer la limite verticale des charges qui contribuent à la stabilité de la voûte, on ferait passer une ligne par R'δ', prolongée jusqu'à l'horizontale KG, et en menant une verticale par le point de rencontre M, on aurait la limite cherchée (*). Nous négligeons la correction due au changement de position du joint de rupture par suite de la surcharge. Les voûtes elliptiques complètes n'offrent donc pas plus de difficulté que les voûtes incomplètes quant au tracé de la courbe des pressions.

Considérons maintenant une voûte en ogive, *fig.* 38, c'est-à-dire, dont l'intrados est formé de deux arcs se coupant à la clef, suivant un angle plus ou moins ouvert. Nous avons vu que, dans ces voûtes, le point d'application de la poussée se rapprochait plus de l'intrados que de l'extrados; mais comme il est indéterminé, nous prendrons d'abord une position moyenne en *k* sur le milieu du joint et nous tracerons la courbe de pression dans cette hypothèse. Pour cela nous diviserons la voûte en parties de volume égal, quatre par exemple. Cette division facilitera beaucoup la recherche des centres de gravité des portions de voûte supérieures à un joint donné. En effet, en projetant les centres de gravité sur l'horizontale *k*G, on n'aura plus à composer que des forces égales entre elles, ou ayant des rapports simples et déterminés; ainsi, pour les deux premiers voussoirs, on prendra le milieu de l'intervalle entre les deux centres de gravité, pour le troisième, on en prendra le tiers, pour le quatrième, le quart, etc. Supposons tous ces centres de gravité numérotés sur l'horizontale *k*G, d'après le numéro du voussoir auquel ils correspondent; en faisant rouler une règle tangente à l'intrados et lisant les numéros que son prolongement atteint sur l'ho-

(*) Il est bon de faire observer que dans cet exemple et le précédent, on ne doit pas tenir compte des charges qui se trouvent au delà du joint de rupture, si ce n'est pour la résistance de la partie inférieure.

rizontale, on arrivera facilement à ce résultat que le numéro sur la courbe soit le même que sur l'horizontale. Ainsi, pour la *fig.* 38, cette coïncidence ayant lieu pour le joint n° 3, nous en conclurons que la courbe de pression est tangente en ce point, qui se trouve déterminer le joint de rupture. Nous avons ainsi deux tangentes à la courbe cherchée; on peut du reste déterminer son point de passage sur chaque joint et avoir un tracé aussi complet qu'on pourra le désirer.

On remarquera facilement que la courbe des pressions de cette nature de voûte vient percer le plan des naissances tout près de l'intrados, ce qui indique qu'il y a peu de tendance à un renversement extérieur. Au reste, pour s'assurer que ce renversement est réellement impossible, on pourra mener une nouvelle courbe de pression par le point B, ou seulement mener la tangente au joint de rupture relatif à ce point, après avoir descendu sur l'horizontale en B les numéros des centres de gravité; on reconnaîtra facilement que le nouveau joint de rupture ∂ est situé un peu au-dessus du premier et que la tangente en ce point diffère très-peu de celle menée au point 3.

Cette vérification qui, dans l'exemple choisi, est pour ainsi dire superflue, une fois faite, il convient de s'assurer de la stabilité de la partie supérieure de la voûte par rapport au renversement extérieur. Si le point *k* était réellement le point d'application de la poussée, le tracé de la courbe de pression donnerait toute sécurité à cet égard, mais il peut très-bien se faire que par le mode de construction de la voûte, ce point d'application remonte vers A; ainsi, si le joint de la clef était ouvert à l'intrados par construction et que le décintrement ne l'eût pas complétement fermé (comme l'indique la *fig.* 38 *bis*), le point d'application pourrait passer tout près de A. Or, la courbe de pression qui a son sommet en ce point, sortant de l'extrados (tracé ponctué A1), la partie supérieure de la voûte se renverserait à l'extérieur, ce qui permettrait à la partie inférieure de tomber en dedans. Ainsi, quoique la voûte de la *fig.* 38 soit stable, car, si sa construction ne présente rien de particulier, la poussée passera plutôt au-dessous qu'au-dessus de *k*, cependant

elle pourra tomber au décintrement, si un vice de construction a pour résultat de remonter le point d'application de la poussée vers son sommet. Pour prévenir cet accident, il faudrait ou augmenter l'épaisseur de la voûte à partir du joint 2, ou, ce qui serait plus hardi, couper le sommet sur la ligne *k*G, ou, ce qui reviendrait au même, refouiller le joint depuis le sommet jusqu'au point *k*, *fig.* 38 *ter*. Nous reviendrons plus loin sur le parti qu'on peut tirer de ce système pour la stabilité des voûtes.

Si la voûte portait une surcharge, les conditions d'équilibre ne seraient pas plus difficiles à trouver.

Nous ferons observer que, en général, quand la surcharge s'élève à une grande hauteur et que les culées ont une épaisseur pour ainsi dire indéfinie, la voûte, quelle qu'elle soit, est nécessairement stable, car elle ne peut tomber ni à l'extérieur à cause de la résistance de la culée, ni à l'intérieur, puisque chaque portion de voûte est plus large à l'extrados qu'à l'intrados. Dans ces circonstances, la recherche de la courbe des pressions ne peut avoir d'autre but que de s'assurer que la pression ne dépasse pas la résistance dont les matériaux sont susceptibles. Cette observation s'applique du reste à toute espèce de voûte. Si nous considérons par exemple la voûte de la *fig.* 35, qui, avec ses pieds-droits isolés, n'est pas en équilibre, ainsi que l'indique la courbe des pressions *k*∂*m*U, et que nous supposions que le pied-droit s'appuie contre une maçonnerie indéfinie, il est évident que le renversement ne pourra pas avoir lieu, parce que le pied-droit poussé à l'extérieur fera naître une pression qui maintiendra l'équilibre; la courbe des pressions ne pourra donc sortir de la paroi extérieure et arrivera au point R. D'un autre côté, elle ne pourra s'avancer davantage vers l'intérieur, car ce serait admettre que le mur pousse le pied-droit, tandis qu'il ne s'agit que d'une réaction qui ne peut dépasser certaines limites. Ce n'est que par la réaction du mur que la courbe des pressions rentre dans le profil de la voûte et quand cette courbe passe par le pied du mur, la réaction ne peut plus augmenter, car l'équilibre étant établi,

le mur cesse de se renverser. De cette observation générale, il résulte que quand les voûtes sont entourées de maçonnerie, les courbes de pression ne peuvent sortir de leur paroi et sont tangentes à ces parois, si les voûtes et leurs pieds-droits considérés comme isolés ne sont pas en équilibre. Nous supposons que la maçonnerie extérieure est elle-même en équilibre et qu'elle ne presse la voûte que parce qu'elle en est elle-même pressée. Quand la voûte se trouve environnée d'un masif qui, n'étant pas en équilibre, exerce des pressions sur la paroi extérieure de la voûte, la courbe des pressions de la voûte ne peut plus se déterminer que par la connaissance de ces pressions extérieures.

Ainsi, dans la *fig.* 35, si, à gauche du pied-droit RY, il y avait, au lieu d'une maçonnerie en équilibre, un remblai en terre exerçant une poussée, la courbe des pressions pourrait prendre, au lieu de la position $k\delta R$, la position $k'\delta' nR'$ qui amènerait le renversement du pied-droit à l'intérieur. Nous ne faisons cette observation que pour aller au-devant d'objections qui pourraient se présenter à l'esprit du lecteur; pour le moment, nous ne considérons que des voûtes soumises à des charges verticales.

Il nous reste à examiner le cas des voûtes en plate-bande, c'est-à-dire, de celles dont l'intrados est une horizontale. Il est clair que pour ces voûtes comme pour les voûtes incomplètes, le joint de rupture se trouve aux naissances, puisque c'est évidemment en ce point que se trouve le maximum du moment de renversement. Donc si K est le point d'application de la poussée à la clef, *fig.* 39, au moment du décintrement, la courbe dynamique passe par les points K et D, et se confond avec la courbe statique quand l'équilibre est établi. Quant à la position du point K, elle est toujours indéterminée, mais moins que dans les autres voûtes. En effet, il est évident que le point B descendra au décintrement d'une petite quantité, l'intrados devenant une ligne brisée plus longue que la ligne droite primitive; le joint doit donc s'ouvrir en B et, par conséquent, la pression y sera nulle, d'où il suit que AK est égal tout au plus au tiers de AB. On devra donc dans le calcul de la poussée

supposer $AK = \frac{1}{3}e$, parce que c'est l'hypothèse qui donne le maximum de cette quantité.

Coulomb a démontré que pour que les joints d'une plate-bande fussent normaux à la résultante des pressions, il fallait qu'ils fussent dirigés suivant les rayons d'un même cercle. En effet, menons un joint quelconque *mn*, l'horizontale K*q*, et abaissons du point *g*, point de rencontre avec K*q* de la verticale passant par le centre de gravité du voussoir AB*nm*, la perpendiculaire *gp* sur le joint. Cette perpendiculaire pourra être considérée comme la résultante des pressions, de sorte que si, sur l'hypoténuse *gp*, on forme le triangle rectangle *ghp*, les côtés *gh* et *hp* seront proportionnels à *p* et à Q; ainsi on aura

$$\frac{gh}{hp} = \frac{p}{Q},$$

mais le triangle *ghp* est semblable au triangle BO*n*, on a donc

$$\frac{BO}{x} = \frac{ph}{gh} = \frac{Q}{p}$$

ou

$$BO = Q\,\frac{x}{p};$$

mais *p*, poids de la voûte, est proportionnel à la surface A*mn*B, proportionnelle elle-même à B*n* ou *x*. Donc la valeur de BO est indépendante de *x*, par conséquent tous les joints se rencontrent au même point sur la verticale AB. Pour déterminer ce point, il faut mettre la valeur de Q dans l'expression ci-dessus. Or, si on appelle *a* et P la demi-ouverture et la moitié du poids de la voûte, on aura, en appelant *y* la hauteur BK et *e* l'épaisseur de la voûte,

$$Q = \frac{1}{2}\,\frac{Pa}{y}\ (*),$$

(*) Pour simplifier, nous supposons la voûte terminée par une verticale aux naissances.

donc

$$BO = \frac{a^2}{2y},$$

valeur facile à construire; il suffit de prendre $KK' = BK$ et de faire passer par les points K′ et E un cercle ayant son centre sur AB prolongée; BO est d'ailleurs la valeur de la poussée, quand on représente le poids de la demi-voûte par a. Enfin si on fait passer un cercle par K et par E qui sont deux points de la courbe de pression, on aura, en appelant R le rayon de ce cercle,

$$R^2 = a^2 + (R - y)^2,$$

d'où

$$R = \frac{a^2}{2y} + \frac{y}{2},$$

équation qui fait voir que le centre O′ de ce cercle n'est qu'à une distance égale à $\frac{y}{2}$ du point O précédemment obtenu, quantité négligeable par rapport au rayon. On peut donc poser comme règle pratique que, dans une plate-bande, les joints normaux à la résultante sont les rayons d'un cercle qui passe par les naissances et par le point d'application de la poussée. Si on prend un rayon plus petit, cela n'aura d'autre inconvénient que de donner des angles de voussoirs trop aigus, sans utilité pour la stabilité de la voûte; si on prend un rayon plus grand, les voussoirs auront une tendance à glisser. Il est donc bon de connaître la courbe type, dont on ne devra s'écarter que pour satisfaire à d'autres convenances plus impérieuses. On remarquera qu'une charge uniforme répartie sur toute l'ouverture de la voûte ne modifie pas le tracé des joints, parce que le rapport $\frac{Q}{p}$ ne change pas. La pression qui agit sur chaque joint augmente, mais ne change pas de direction.

Il nous reste à exposer comment les principes précédents se modifient, lorsque la courbe d'intrados n'est pas symétrique.

Examinons ce qui se passe pour une pareille voûte au moment du décintrement (*fig.* 40).

Il est évident que la grande voûte va tourner autour du joint de rupture absolument comme si elle était contrebutée par une demi-voûte symétrique et qu'elle ne s'arrêtera que lorsque la poussée de la petite voûte sera devenue précisément égale à celle que produirait la voûte symétrique. Ainsi, pour le côté de voûte où la poussée est la plus grande, tout se passe comme si la voûte entière était symétrique et la courbe de pression se détermine de la même manière; mais pour l'autre côté, la poussée se trouvant dépasser la limite de celle qui se serait spontanément produite, la courbe doit être tracée en tenant compte de cette intensité de la poussée, d'où il suit qu'elle peut s'avancer plus ou moins dans l'intérieur des maçonneries; il n'y a plus de joint de rupture à l'intrados, il peut même passer à l'extrados, en renversant la voûte. Le tracé de la courbe des pressions pour ces espèces de voûtes ne présente donc pas plus de difficulté que dans le cas ordinaire, car une fois la courbe tracée dans la demi-voûte où la poussée est la plus grande, au moyen du joint de rupture, on connaît pour l'autre côté de la voûte l'intensité de la poussée et son point d'application, ce qui permet de déterminer complétement la courbe. Quant au point d'application de la poussée sur le joint de la clef, il est évident que cette disposition de voûte est de nature à le faire descendre vers l'intrados. En effet, les calculs que nous avons faits plus haut dans le cas de deux demi-voûtes symétriques ne sont plus applicables. Les points A et B se portent à droite de la verticale, la petite voûte se renverse légèrement en arrière, ce qui augmente la pression en B et la diminue en A, la résultante doit dès lors descendre vers le point B. Il serait donc prudent de vérifier les conditions d'équilibre de la petite voûte et de son pied-droit en faisant passer la poussée par le point B.

Il est à peine besoin de s'arrêter aux conditions d'équilibre des arcs rampants, car ce cas peut être ramené à celui des voûtes non symétriques. En effet, en menant une tangente horizontale à l'intrados ainsi que le

joint vertical qui lui correspond (*fig.* 41), on a d'un côté un arc dont on déterminera les conditions d'équilibre comme pour une voûte symétrique. L'intensité de la poussée étant donnée par cette première opération, on en conclut facilement la courbe des pressions pour le petit arc opposé au grand arc. Il est évident que ce procédé s'applique à toute espèce de courbe et à toute espèce d'inclinaison.

Lorsqu'une voûte n'est pas symétriquement chargée, il se passe quelque chose d'analogue au cas des voûtes non symétriques. Le point de rupture ou plutôt de rotation non-seulement peut disparaître dans la demi-voûte moins chargée, mais il peut se transporter à l'extrados. Cherchons la courbe de pression pour la voûte de la *fig.* 42 fortement chargée sur le côté gauche. La première chose à faire, c'est de déterminer le point de rotation de ce côté de la voûte; on voit de suite que ce point se trouvera beaucoup plus bas que dans le cas ordinaire, parce que la tangente en ce point devant rencontrer la verticale passant par le centre de gravité sur l'horizontale menée par le point d'application de la poussée, se trouvera nécessairement peu inclinée. Quoi qu'il en soit, on arrivera facilement par tâtonnement à déterminer la tangente δG passant par le centre de gravité de la partie de voûte supérieure au joint de rotation. Une fois le point δ déterminé, ainsi que la direction δG, on en déduira facilement le tracé de la courbe $R\delta mK$ présentant un angle en m à cause de la discontinuité de la charge. De même, l'autre branche de la courbe de pression se déterminera facilement, puisqu'on connaît l'intensité de la poussée; on aura d'abord une partie Km' symétrique avec Km, puis la partie $m'R'$, s'écartant beaucoup plus de l'intrados que la branche mR, de sorte que si la culée droite n'avait pas une épaisseur suffisante, elle serait renversée à l'extérieur, poussée par la voûte du côté gauche, qui tournerait autour du point δ. Remarquons, en passant, le rôle que joue la charge par rapport à la stabilité de la voûte du côté gauche. Le point R tombant tout près de l'intrados, on voit qu'on peut suppléer à l'épaisseur de la culée par une charge sur les reins de la voûte.

Le principe général qui doit guider dans la recherche de la courbe de pression d'une voûte, c'est qu'il y a toujours à l'intrados un point autour duquel cette voûte tournera au décintrement pour s'appuyer sur la clef où se produit une réaction dite poussée. L'énergie de cette réaction, qui va croissant, s'arrête nécessairement au moment où se produit l'équilibre. On détermine facilement ce point qui devrait s'appeler point *de rotation* et non pas point *de rupture*, en imaginant que la demi-voûte est abandonnée à elle-même et va tomber, et en déterminant l'axe de rotation de cette chute. Ce n'est que pour les cas exceptionnels que cette recherche est nécessaire; pour l'immense majorité des voûtes, ce point se trouve déterminé, soit d'une manière absolue, soit avec une approximation suffisante dans la pratique. Pour les voûtes elliptiques complètes, on peut le regarder comme situé à peu près à la moitié de la montée. Pour les voûtes incomplètes, il est situé à peu près au même point à partir du sommet, si la naissance n'est pas au-dessus, et à la naissance, si elle est au-dessus du point ainsi déterminé. On a donc un point de la courbe de pression et, dans certains cas, une tangente à la courbe en ce point. Dans cette dernière hypothèse, la courbe serait déterminée; on peut d'ailleurs, à raison de l'incertitude qui existe sur la position exacte du point de rotation, supposer que la courbe de pression passe au milieu de la clef et déterminer en conséquence la position qui en découle pour le point de rotation. Lorsqu'on n'a qu'un point de la courbe de pression, le point de passage à la clef est indéterminé, mais il est au-dessus du milieu quand il n'y a pas de point de rupture entre le point de rotation et la clef, et au-dessous, dans le cas contraire. Dans le premier cas, le constructeur peut sans inconvénient supposer le point de passage de la courbe de pression au milieu de la clef; dans le second, à l'intrados. Il sera sûr que la courbe ainsi obtenue sera moins favorable à l'équilibre que celle qui existe réellement. D'un autre côté, elle s'en écartera trop peu pour entraîner dans sa construction des dimensions exagérées.

Qu'on nous permette d'insister sur la distinction que nous avons établie

entre les points de rotation et les points de rupture, parce qu'elle est essentielle et féconde en applications pratiques. En effet, il est toujours facile pour le constructeur de faire disparaître les vrais points de rupture, tandis qu'il ne peut tout au plus que légèrement déplacer les points de rotation, ce qui n'a pas grand intérêt.

Quelques exemples feront mieux saisir cette distinction et nous donneront l'occasion de signaler quelques conséquences de cette théorie.

Considérons le plein cintre, *fig.* 43, extradossé parallèlement. Cette voûte figure dans le mémoire de M. Méry que nous avons déjà cité plusieurs fois et voici ce qu'il en dit :

« La *fig.* 43 représente une voûte en plein cintre montée sur deux « pieds-droits, dont M. Audoy a déterminé l'épaisseur par ses formules, de « manière qu'il y ait équilibre mathématique. La ligne à traits interrompus « est la courbe des pressions ; en remarquant l'angle sous lequel elle coupe « chaque joint, on reconnaît que c'est aux naissances que le glissement est « le plus à craindre ; mais le frottement est suffisant pour s'y opposer. »

Comme il vient d'être dit, et comme le fait voir la courbe des pressions, cette voûte est en équilibre mathématique, c'est-à-dire, qu'il n'y a d'équilibre possible qu'autant que cette courbe se réalisera. La première question à poser est donc de savoir si, en effet, cela aura lieu. Mathématiquement cela est possible, pratiquement cela ne l'est pas. En effet, si on suppose *qu'après le décintrement*, la voûte a pris la forme de la *fig.* 43, ce qui n'a pu arriver qu'autant que le point D a légèrement reculé, ce mouvement a fait monter la pression en A et la courbe de pression a pris la forme indiquée par la figure. Or, la résultante ne sortant nulle part de la section de la voûte, il y a équilibre. Elle est dans la position d'un mur en surplomb, quand son centre de gravité se projette sur la ligne extérieure de sa paroi. L'équilibre mathématique existe, mais ce n'est qu'à la condition que la forme de la voûte est celle qui a lieu après le décintrement. Si c'était celle qui précède le décintrement, il se ferait pendant cette opération une légère déformation qui détruirait l'équilibre mathématique. En effet, la clef en s'abaissant aug-

menterait la poussée et la courbe de pression sortirait du pied-droit, ce qui renverserait la partie DT à l'extérieur. On voit déjà que l'équilibre ne pourrait être que très difficilement obtenu et qu'on peut considérer comme certaine la chute d'une voûte construite suivant le profil de la *fig.* 43. Ce profil devra donc être modifié, de manière à faire disparaître les points de rupture qui peuvent amener le renversement de la voûte. Or, rien n'est plus facile. Ce dont il faut se préoccuper avant tout, c'est du renversement extérieur de la partie TD. On y parviendra facilement en augmentant le poids ou l'épaisseur de la culée; alors l'extrémité inférieure de la courbe de pression s'éloignera de l'arête extérieure. Quant au point de rupture à la clef, il n'y a pas lieu de s'en préoccuper; si on a rendu le point D immobile, la chute de la voûte est par cela même impossible et, d'ailleurs, comme nous l'avons vu, le tracé de la courbe de pression ne peut être celui que la figure indique, lequel suppose que la voûte s'est ouverte à l'intrados à la clef. Or, si le point B s'est abaissé, si le point D est resté immobile, la ligne DB s'est comprimée et non-seulement il n'y a pas d'ouverture en B, mais il y a compression; d'où il suit que la courbe de pression passe au-dessous de A à une distance de plus du tiers de AB. Dans tous les cas, il faudrait bien se garder d'augmenter l'épaisseur à la clef, car cette surcharge contribuerait à détruire l'équilibre; si la résistance de la pierre le permettait, il serait, au contraire, avantageux de la diminuer à partir du point de rotation D. Cette seule correction pourrait suffire pour donner une certaine fixité à l'équilibre de la voûte, le point D descendrait légèrement et la courbe de pression se rapprocherait du point T. Ainsi, dans cet exemple, l'épaisseur à la clef nuit à la stabilité de la voûte et il y a intérêt à la réduire autant que le permet la résistance de la pierre; d'où il résulte que la condition d'avoir un extrados parallèle à l'intrados n'est pas favorable à la stabilité.

Considérons maintenant la voûte ogivale de la *fig.* 44 qui est encore un des exemples cités par M. Méry.

« La montée de cette voûte en ogive, dit-il, est égale à la moitié de

« l'ouverture et le rayon des arcs de cercle est égal à celle-ci. Si on la « compare avec une voûte en plein cintre de même ouverture, on recon- « naîtra qu'elle exige une longueur de joint moins grande et que la « rupture s'y fait en sens inverse. La clef tend à se soulever et les « parties inférieures à se renverser en dedans; le contraire a lieu dans la « voûte en plein cintre. »

Il est bon d'observer d'abord que cette propriété de l'ogive de n'exiger que des joints plus courts ne tient qu'à la condition arbitraire de l'extrados-sement parallèle, elle n'existe plus quand on se résigne à avoir des joints inégaux. Quant à l'instabilité de l'équilibre mathématique de cette voûte, nous ne pourrions que répéter ce que nous avons dit au sujet de la voûte précédente. Construite sur ce type, la voûte tomberait au décintrement, parce que, en tournant autour de son point de rotation D, le point d'application de la poussée descendrait et son intensité augmenterait, la limite de l'équilibre serait donc franchie. La modification qu'il convient d'apporter au profil est indiquée par la nature du mouvement. Ici évidemment une augmentation extérieure de l'épaisseur de la culée ou plutôt de la partie inférieure serait sans résultat, car, dans cette partie, la résultante de la pression tombe à l'intérieur. Ce qu'il faut augmenter, c'est le poids de la partie supérieure, puisqu'elle se soulève. Nous avons d'ailleurs fait remarquer que la courbe de pression se porte à l'extrados quand on lui applique une charge. Ainsi, si on voulait amener l'équilibre par une augmentation locale de l'épaisseur de la voûte, c'est vers la clef qu'il faudrait l'appliquer, comme nous l'indiquons par un tracé ponctué; autrement, il faudrait augmenter l'épaisseur générale.

On remarquera que ces modifications qui font disparaître les points de rupture sont sans influence sur les points de rotation qui, tout au plus, peuvent être légèrement déplacés. Ces points, le constructeur n'a pas à s'en préoccuper autrement que pour en déterminer la position et en conclure la courbe de pression. Il n'en est pas de même des points de rupture qu'on doit toujours faire disparaître en modifiant le profil, à moins qu'ils ne soient situés à la clef.

Imaginons que la voûte de la *fig.* 43 ait été renforcée par l'addition de la maçonnerie indiquée par le tracé ponctué CEFR; cette addition modifiera légèrement la courbe D*n*R, en rapprochant le point R du point T. Cette modification est sans importance; ce que nous voulons seulement faire remarquer, c'est que tout point de rupture à l'extrados a disparu, tandis que dans la partie supérieure, la courbe de pression A*m*D n'est pas modifiée; le point A est toujours un point de rupture. Le principe que nous voulons établir, c'est que cette position de la courbe de pression ne met pas en danger l'équilibre de la voûte. Il suffit de se rappeler, en effet, ce que le problème du tracé de cette courbe conserve d'indéterminé. Certes, la courbe D*m*A est une courbe possible, mais si on a assuré suffisamment l'immobilité du point D, on peut dire que ce n'est pas une courbe probable. En effet, elle suppose que la pression est nulle dans toute l'étendue du joint et, comme nous l'avons déja remarqué plusieurs fois, ce résultat ne peut avoir lieu si le point B est descendu par suite de la rotation de la voûte autour de D, à moins d'un vice de construction qui aurait eu pour résultat de ne pas fermer la clef à l'intrados, comme cela aurait lieu en posant une clef trop mince à l'intrados, auquel cas la voûte s'appuierait effectivement par l'extrados en A; mais en admettant même qu'il en soit ainsi, la voûte ne pourrait tomber à l'intérieur, puisque l'arc DB est plus long que sa corde. Les deux demi-voûtes seraient arc-boutées l'une contre l'autre, il y aurait un certain écrasement en A qui augmenterait la surface de contact. Il y a peut-être là une question de solidité comme au point D, mais il n'y a pas de question de stabilité. En un mot, une partie de voûte ne peut tomber à l'intérieur qu'autant qu'une autre partie de voûte se renverse à l'extérieur, ce qui n'a pas lieu ici, puisque la stabilité de la partie de voûte inférieure au point de rotation D est censée assurée.

Considérons l'ogive de la *fig.* 45, qui a le même intrados que celle de la *fig.* 44, et qui ne diffère de celle-ci que par une plus grande épaisseur de voûte. La courbe de pression D*m*B peut exister, elle indique un point de rupture à l'intrados, à la clef en B, mais il n'y en a plus à l'extrados

à cause de la plus grande épaisseur de la voûte. Il en résulte que le point de rupture en B n'est plus une indication du défaut d'équilibre de la voûte, car puisqu'elle n'a d'autre axe de rotation que D, le point B ne peut pas s'élever, puisqu'il participe, au contraire, au mouvement général de la voûte qui tend à descendre. Nous pouvons dire, comme dans l'exemple précédent, que si la courbe de pression D*m*B est possible, elle n'est pas probable, car elle suppose que la pression est nulle en A, ce qui ne peut avoir lieu qu'autant que, dans la construction de la voûte, le joint de la clef n'aurait pas été suffisamment rempli, auquel cas la voûte s'appuierait effectivement par l'intrados en B; mais en admettant qu'il en soit ainsi, la voûte ne pourrait ni monter ni descendre, par conséquent sa stabilité ne serait pas compromise. En supposant la voûte construite avec des soins ordinaires, il est très-probable qu'à la clef la courbe de pression se trouverait vers le milieu du joint à cause de sa grande flèche, le rapport $\frac{f}{f+e}$ devenant sensiblement égal à 1.

Remarquons que, par suite de l'indétermination qui existe dans le tracé de la courbe de pression, on peut prendre sur le joint de la clef un point quelconque pour le point de passage de cette courbe et, par conséquent, le point de l'intrados ou de l'extrados; que dès lors il n'y aurait pas de voûte en équilibre, si le passage de la courbe par l'un de ces points indiquait un défaut de stabilité.

Ainsi, les points de rupture à la clef ne sont des indices de chute qu'autant qu'il en existe un autre à l'extrados. Quand il n'y en a pas à l'extrados depuis la clef jusqu'à la base des pied-droits, la voûte est en équilibre.

En résumé, pour s'assurer de la stabilité d'une voûte en berceau, il suffit de tracer sur son profil la courbe de pression et de s'assurer que cette courbe ne touche l'extrados en aucun point. Pour tracer la courbe de pression, on cherche d'abord les points de rotation de la voûte, qui se trouvent sur les points de la courbe d'intrados où la tangente passe par la projection du centre de gravité sur la direction de la poussée. Le point d'application de cette poussée à la clef est indéterminé mathématiquement,

mais renfermé entre des limites assez rapprochées pour que le constructeur soit assuré que, quoi qu'il arrive, l'équilibre sera maintenu.

Le problème de la stabilité des voûtes se résout donc complétement à l'aide d'un procédé graphique tellement simple que la plupart du temps on peut l'établir à la seule inspection du profil, sans calcul, sans règle et sans compas.

CHAPITRE V.

EXAMEN HISTORIQUE ET CRITIQUE DES DIVERSES THÉORIES DE L'ÉQUILIBRE DES VOUTES.

Pour bien faire comprendre en quoi les considérations que nous avons exposées dans les chapitres précédents diffèrent de la théorie qui est aujourd'hui généralement admise, il nous paraît indispensable d'exposer les transformations qu'elle a subies depuis le moment où la science s'est occupée de ce problème. Cet examen historique nous fournira d'ailleurs l'occasion de signaler les points où nous avons cru devoir nous en écarter et de motiver de nouveau notre dissentiment. L'autorité des noms sur lesquels s'appuie cette théorie, nous fait un devoir non-seulement de démontrer l'exactitude de certains principes que nous proposons d'y introduire, mais de signaler en quoi nous trouvons inexacts les raisonnements sur lesquels s'appuient ceux qu'ils viennent remplacer. Ce sera, pour ainsi dire, une seconde démonstration qui nous fournira l'occasion de développer et de compléter certaines parties de l'exposé du chapitre précédent et d'amener ainsi, nous l'espérons du moins, une conviction complète dans l'esprit du lecteur.

La Hire paraît être le premier qui se soit occupé scientifiquement du problème de l'équilibre des voûtes. Dans son mémoire (*Histoire de l'Académie des sciences*, année 1712), après avoir constaté que, jusqu'à présent, les architectes n'ont trouvé aucune règle certaine pour déterminer la force que doivent avoir les pieds-droits pour soutenir la poussée des voûtes, il établit ainsi sa nouvelle théorie :

« On remarque ordinairement que lorsque les pieds-droits d'une « voûte sont trop faibles pour en soutenir la poussée, la voûte se fend « vers le milieu, entre son imposte et le milieu de sa clef; c'est « pourquoi on peut supposer que, dans la moitié supérieure du demi-« arc, tous les voussoirs sont si bien liés les uns aux autres qu'ils ne « forment que comme une seule pierre et c'est sur cette position et sur « la solidité de la fondation où les pieds-droits sont assis que l'on « établit la démonstration de la règle que nous trouverons dans la « suite. »

C'est sur ces deux hypothèses inexactes que La Hire établit son calcul. La première, qui consiste à regarder le joint où la voûte se fend comme placé au milieu de l'arc, n'a pas de conséquences bien graves, parce que le moment de rupture à l'arc de 45 degrés ne diffère pas beaucoup de celui qui a lieu à 30 degrés. La seconde hypothèse, qui consiste à considérer comme une seule pierre l'ensemble des voussoirs supérieurs, serait de nature à augmenter sensiblement la stabilité, si elle n'était accompagnée d'une troisième hypothèse qui consiste à faire abstraction du frottement sur le joint de rupture, frottement dont l'énergie et l'intensité seraient certainement considérables et dont on se rendra compte à la seule inspection de la *fig.* 46 qui représente le renversement de la voûte sur le côté gauche, suivant la théorie de La Hire, et sur le côté droit, suivant la théorie actuelle. On évalue à 0,76 le coefficient du frottement de la maçonnerie sur la maçonnerie, mais ici on remarquera que par l'effet de la rotation de la partie inférieure, le poids de la partie supérieure portant sur un angle, augmenterait ce coefficient et qu'enfin ce frottement agirait à l'extrémité d'un très grand bras de levier; il n'est donc pas permis

de négliger l'effet d'une force aussi considérable. Aussi les formules qu'on a établies sur la théorie de La Hire donnent-elles pour l'épaisseur des culées des chiffres trop considérables (*). Elles n'en ont pas moins servi de règle aux ingénieurs pendant plus de cent ans et ce n'est qu'assez récemment (**) qu'on a cessé de les prendre pour guide. Ce succès s'explique facilement, puisqu'elles n'avaient d'autre inconvénient que d'exagérer les dépenses, ce que les constructeurs préfèrent, en général, au risque de compromettre la stabilité de leurs constructions.

On trouve dans les *Mémoires de l'Académie des sciences* de 1729 et 1730 deux mémoires de Couplet, auxquels il nous semble qu'on n'a pas assez rendu justice. Couplet est le premier qui, pour soumettre au calcul l'équilibre des voûtes, soit parti de l'hypothèse d'une simple rotation autour des arêtes de leurs voussoirs. Voici comment il expose les bases de sa nouvelle hypothèse (1730) :

« Quand je dis que je considère les voussoirs comme assez liés pour « ne pouvoir point glisser l'un sur l'autre, je ne prétends pas pour cela « les considérer dans la voûte comme ne faisant tous ensemble qu'une « seule pièce ou un seul corps, j'entends seulement par cette liaison « que les faces des voussoirs qui se toucheront, seront assez embarrassées « par l'engrènement de leurs parties pour ne point glisser les unes contre « les autres et que cette liaison ne s'opposera point à l'écartement des « voussoirs dans la rupture de la voûte, en sorte que ces voussoirs « pourront être écartés l'un de l'autre par toutes forces où il n'y aura « point de frottement de leurs faces l'une contre l'autre. »

En partant de ce principe, voici comment il résout son premier problème.

« Soit une voûte circulaire RAF (*fig.* 47) dont l'intrados SBE et l'ex-

(*) M. Audoy, dans un remarquable mémoire que nous citerons plus loin, a fait ressortir ce résultat en mettant en regard les diverses épaisseurs fournies par les formules de La Hire, avec celles qui résultent de sa théorie.

(**) Le *Traité de construction* de M. l'inspecteur général Sganzin (édition de 1821) contient encore les tables calculées d'après la formule de La Hire.

« trados RAF soient des demi-cercles concentriques, il s'agit de déter-
« miner la moindre épaisseur AB qu'on puisse lui donner. »

« Pour cela, je suppose que la voûte est composée de quatre voussoirs
« égaux attachés ensemble comme par des charnières aux points A, T, K,
« et aux coussinets par des charnières F, R, etc. »

Ces citations ne me paraissent devoir laisser aucun doute sur le mérite qui doit être attribué à Couplet d'avoir trouvé le véritable mode de renversement des voûtes. Il n'y a d'inexact dans sa théorie que la position des joints de rupture sur laquelle il adopte l'opinion, généralement reçue à cette époque, que ces joints doivent se trouver sur le milieu de l'intrados. Cette erreur, qui n'aurait peut-être pas des conséquences très-graves en ce qui concerne le plein cintre, il la généralise pour les voûtes incomplètes en plaçant toujours le point de rupture au milieu de l'arc compris entre la naissance et le sommet, de sorte que ces voûtes se divisent toujours en quatre parties, tandis que, dans la théorie nouvelle, elles ne se diviseraient qu'en deux.

Peu de temps après la publication des mémoires de Couplet, M. Danizy, de l'Académie de Montpellier, fit des expériences en petit qui confirmèrent la théorie de Couplet en ce qui concerne le mode de renversement des voûtes. Elles prouvèrent de plus que les points de rupture ne sont pas toujours placés au milieu des reins, comme on le supposait alors. Ce fut peut-être le point de départ des recherches de Coulomb (mémoire de 1773).

On doit à ce célèbre physicien d'avoir parfaitement déterminé les conditions d'équilibre de chacune des portions de voûte, l'intensité de la poussée au sommet de la voûte et une méthode pour déterminer la position des joints de rupture. Cette méthode consiste dans un tâtonnement; on prend arbitrairement d'abord un point de l'intrados pour charnière de la partie supérieure de la voûte, puis un point au-dessus; si la poussée calculée par rapport à ce dernier point est supérieure à celle du premier, *l'on sera sûr*, dit Coulomb, *que l'angle de rupture de la voûte est entre la clef et le premier joint.*

La véritable théorie des voûtes était enfin trouvée; cependant elle demeura stérile pour la pratique. Voici comment M. Poncelet explique ce fait (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1852).

« La généralité et le vague dans lesquels Coulomb s'était renfermé sur « ce point et celui qui concerne la position de la poussée à la clef, le dé- « faut même d'exemple ou de toute application à des cas spéciaux suffisent « pour expliquer comment les belles et utiles conceptions de cet illustre « ingénieur étaient demeurées jusque dans ces derniers temps en un com- « plet oubli, malgré leur valeur scientifique et pratique. »

Qu'il nous soit permis d'ajouter qu'avant la création de l'École polytechnique, les connaissances mathématiques n'étaient pas vulgaires. Les hommes pratiques étaient plus architectes qu'ingénieurs, la méthode de La Hire traduite en formule satisfaisait à tous les besoins, puisqu'en l'appliquant, on arrivait à construire des voûtes stables; on ne cherchait donc pas à la perfectionner.

Un ingénieur des ponts et chaussées chargé de la construction de plusieurs ponts, entre autres de celui de Nemours, M. Boistard, crut reconnaître que les méthodes et formules en usage n'étaient pas conformes aux faits pratiques et chercha une nouvelle théorie en renouvelant les expériences de Danisy sur une plus grande échelle.

Dans son mémoire, M. Boistard, après avoir rapidement passé en revue les recherches faites sur la poussée et l'équilibre des voûtes, y compris celles de Bossut et de Prony dont nous n'avons pas parlé, parce que nous n'y avons vu aucun progrès sur les travaux antérieurs, M. Boistard, disons-nous, expose ainsi la situation de la science au moment où il entreprend ses expériences.

« Cet exposé très-rapide de ce qu'on a écrit sur la statique des voûtes « fait voir combien nos connaissances sont peu avancées sur cette partie; « loin de connaître les conditions nécessaires à l'équilibre d'une suite de « voussoirs, nous n'avons pas même de formule qui renferme l'expression « exacte de la poussée contre les pieds-droits et la question si importante

« de l'épaisseur des culées, d'une utilité si journalière, est restée jusqu'à « présent sans solution. »

Il résulte de cette citation que M. Boistard ne connaissait pas les travaux de Coulomb, que d'ailleurs il ne cite pas. Quoi qu'il en soit, ses expériences eurent pour résultat de confirmer cette théorie entrevue par Couplet et servirent de guide aux recherches de Gauthey et de Navier, dans lesquelles la théorie de La Hire est définitivement abandonnée.

M. Audoy, chef de bataillon du génie, a publié en 1820 un mémoire sur la poussée des voûtes en berceau (*Mémorial de l'officier du génie*), dans lequel il a soumis à une analyse plus simple et plus complète la véritable théorie de ces voûtes, qui était désormais établie sur des bases indiscutables. Résumant les travaux les plus récents de ses prédécesseurs, ce savant officier s'exprime ainsi :

« Les procédés que proposent MM. Boistard, Gauthey et Navier con-« duisent à des résultats dont l'exactitude est incontestable; cependant ils « peuvent être simplifiés, ainsi qu'on le verra tout à l'heure. »

Les calculs et les formules de M. Audoy sont plus complets que tous ceux de ses prédécesseurs; il les applique à des formes de voûte très variées; mais quoiqu'il soit parvenu à donner, pour ainsi dire, des types de calcul pour la stabilité d'un grand nombre de voûtes, la question après son travail est restée compliquée. Cet ingénieur en convient lui-même à la fin de son mémoire, par un aveu qui en augmente le mérite sous tous les rapports, car il fait voir qu'il comprenait parfaitement les besoins de la pratique.

« Nous regrettons, dit-il, de n'avoir pu exprimer cet équilibre dans « chaque cas particulier par des formules plus courtes et moins compli-« quées; car, il faut l'avouer, quoique dans les applications, l'on puisse « négliger quelques portions de ces formules, à cause de la petitesse des « quantités qu'elles représentent, les calculs à faire n'en resteront pas « moins fort laborieux; mais c'est un inconvénient qui paraît inhérent à « la nature de la question. Au surplus, les ingénieurs rendront service « à la pratique, s'ils parviennent à simplifier ces formules ou à les « construire géométriquement, de manière à épargner des calculs. »

Le vœu de M. Audoy a été rempli par un ingénieur des ponts et chaussées, comme on le verra tout à l'heure; mais avant de parler de son travail, nous devons dire un mot d'un trop court, mais très substantiel mémoire publié en 1823 (*Annales des mines*) par MM. Lamé et Clapeyron.

Les calculs de MM. Lamé et Clapeyron, établis d'après la formule de Coulomb, ne pouvaient conduire à d'autres résultats que ceux qui ressortent du mémoire de M. Audoy. Cette coïncidence est signalée en ces termes par les commissaires de l'Académie chargés d'apprécier leur travail (MM. Prony et Dupin) :

« En 1820, parut dans le n° 4 du *Mémorial de l'officier du génie* « un beau mémoire de M. Audoy, chef de bataillon du même corps, « dans lequel cet officier traite avec beaucoup de détails les diverses « questions relatives à la mécanique des voûtes : c'est lui qui nous paraît « avoir le premier ramené la condition d'après laquelle on détermine le « point de rupture à des termes plus simples en la faisant dépendre, « non du maximum du rapport entre deux moments de force, mais du « maximum d'un des termes de la somme de ces moments, ainsi que « nous l'avons expliqué précédemment, lorsque nous avons dit que « MM. Lamé et Clapeyron avaient introduit dans leur analyse cette « même simplification. »

« On voit par ce qui précède que ces deux jeunes ingénieurs ont été « devancés dans la découverte des bases fondamentales de la théorie « exposée dans leur mémoire; nous ne devons pas en conclure cepen- « dant que le contenu de ce mémoire n'est pas tiré de leur propre « fonds. »

En analysant leur mémoire, M. Poncelet dit : « Ils sont conduits pour « la détermination des joints de rupture ou de maximum de poussée à « des résultats analogues à ceux qui avaient été déjà obtenus par « M. Audoy, d'après la théorie de Coulomb; mais ils y ont joint diverses « remarques ou applications qui donnent à leurs recherches un cachet « particulier d'originalité. »

Parmi ces remarques, qu'il nous soit permis de citer celles qui concernent la position du point de rupture, parce que, complétement conformes à notre théorie, elles ont été complétement oubliées par les savants et les ingénieurs qui se sont occupés de la question d'équilibre des voûtes et, ce qu'il y a d'étrange, par M. Lamé lui-même, ainsi qu'on le verra plus loin.

Le point de rupture se trouve à la naissance dans toutes les voûtes surbaissées, dont l'origine se trouve au-dessus du point de rupture déterminé pour la voûte totale.

Pour ces dernières voûtes, le point de rupture est ainsi défini :

Le point de rupture est celui pour lequel la tangente à l'intrados en ce point vient couper l'horizontale passant par le sommet de la clef, au même point que la verticale passant par le centre de gravité de la masse tendant à se détacher.

Cette définition ne diffère en rien de celle que nous avons donnée dans le chapitre précédent.

M. Lamé déduit du théorème qu'il vient d'établir un procédé graphique pour la recherche des points de rupture; il consiste à construire la courbe résultant de l'intersection de la tangente en un point quelconque de la courbe intrados et de la verticale qui passe par le centre de gravité de la surface correspondante; cette courbe coupera l'horizontale *qui passe par l'extrémité supérieure de la clef* en un point; si par ce point on mène une tangente à la courbe intrados, le point de contact sera le point de rupture.

Ce tracé est aussi celui que nous avons indiqué; seulement il y a une correction à faire à l'énoncé de M. Lamé, en substituant à l'horizontale passant par le sommet de la voûte, celle qui passe par le point d'application de la poussée, ces deux points ne se confondant que très accidentellement.

On doit aussi à M. Lamé l'idée de la simplification qui consiste à supposer que la rupture se fait suivant une ligne verticale, ce qui simplifie beaucoup la solution de tous les problèmes relatifs à l'équilibre des voûtes, sans altérer sensiblement les conditions d'équilibre.

Enfin MM. Lamé et Clapeyron terminent leur mémoire en faisant observer combien il est important de se rendre compte du rapport qui existe entre les pressions exercées dans les différents points d'une voûte et la résistance des matériaux; ils font remarquer que dans la plupart des grandes voûtes la pression que supportent la partie supérieure de la clef et les points de rupture est énorme et s'exerce sur une très-petite surface; qu'en conséquence on devrait s'attacher à répartir autant que possible cette pression sur toute l'étendue des plans de joints; ils ajoutent que la solution de cette question, la plus importante qui reste à résoudre dans la construction des voûtes, dépend d'un emploi raisonné des mortiers, de la taille des pierres et de soins minutieux à apporter dans le décintrement.

C'est là, selon nous, une erreur fondamentale que nous combattrons plus loin. Pour le moment, nous ferons observer que cette opinion est en contradiction manifeste avec les théorèmes qui font le principal mérite du mémoire. On a démontré, en effet, que les points de rupture étaient situés à l'intrados; cette démonstration s'applique à toute espèce de voûte et est indépendante des mortiers, de la taille des pierres et du décintrement. Il n'est donc plus permis de placer ces points dans l'intérieur des voûtes et de se décharger, sur l'expérience des constructeurs exercés, du soin d'indiquer les méthodes les plus convenables pour résoudre le problème; c'est faire croire qu'avec certains mortiers, certaines tailles de pierre et certains soins apportés dans le décintrement, on peut modifier le tracé de la courbe des pressions.

C'est là, selon nous, une erreur très regrettable du mémoire si remarquable de MM. Lamé et Clapeyron, d'autant plus que leur autorité a entraîné dans cette fausse voie les travaux des savants dont il nous reste à parler.

Nous croyons devoir passer sous silence ceux qui n'ont fait qu'exposer ou

développer les principes déjà connus, quoique, sans contredit, ils aient rendu service à la science en la vulgarisant. Cependant nous croyons devoir nous arrêter un instant sur le cours de constructions de M. Navier, pour expliquer comment cet éminent ingénieur résolvait la question difficile dont MM. Lamé et Clapeyron laissaient la solution aux constructeurs exercés.

Après avoir expliqué que, dans une voûte qui par ses dimensions est à l'équilibre limite, les joints de rupture se trouvent à la clef à l'extrados et aux reins à l'intrados, M. Navier ajoute (*Leçons sur l'application de la mécanique*, 1833) :

« Dans la réalité, les voussoirs n'étant pas des corps parfaitement durs, « on ne peut admettre que les pressions s'exercent ainsi contre des « arêtes..... Il paraît nécessaire d'avoir égard à l'élasticité de la matière « des voussoirs, pour évaluer les efforts auxquels les pierres sont exposées. « Cette question serait un cas particulier d'une question plus générale qui « consiste à déterminer les effets qui se produisent dans un corps quelconque « soumis à l'action de diverses forces. La solution de ce problème ne « pouvant être donnée ici, on cherchera à déterminer les efforts dont il « s'agit d'après des suppositions qui paraissent s'éloigner très peu des effets « naturels..... »

« A la clef, nous admettrons que les deux voussoirs séparés par ce joint « ne pressent point l'un contre l'autre par l'arête inférieure. »

« Au joint de rupture, on admettra également que la pression est nulle à « l'arête supérieure. »

« La pression par mètre qui résulte de cette hypothèse, est double de « celle qu'on trouverait, en supposant l'effort uniformément réparti dans « toute la hauteur du joint. »

On voit que d'après cette méthode de calcul, les dimensions des voussoirs sont aussi faciles à calculer que celles des assises d'un pilier vertical. Si l'on a une pression de 10 000 kil. à faire supporter au joint de rupture et que la pierre soit de nature à ne porter d'une manière permanente que 10 kil. par centimètre carré, on donnera au joint une surface de 2 000 centimètres carrés, tandis qu'on ne donnerait que 1 000 centimètres à un pilier vertical.

Rien n'est plus simple, comme on le voit, mais malheureusement rien n'est plus faux. Nous en avons donné de trop nombreuses démonstrations dans les chapitres précédents, pour avoir besoin de les rappeler ici.

Disons seulement en passant que le principe de M. Navier est encore aujourd'hui celui qu'on emploie pour déterminer les deux points de la courbe des pressions indispensables pour fixer son tracé. A la clef, on place un des points au tiers du joint à partir de l'extrados ; au joint dit de rupture, on place l'autre point au tiers du joint à partir de l'intrados. Quant à déterminer ces joints, on suit une règle empirique qui consiste à les placer là où on les a expérimentalement reconnus dans des constructions de même forme. La courbe de pression passant par les deux points ainsi déterminés est celle qui est supposée se réaliser et elle sert à calculer les dimensions de la voûte et de ses culées.

Avant de parler ici de la courbe des pressions, nous aurions dû faire connaître le travail où ce procédé géométrique a été indiqué pour la première fois. Nous avons déjà, dans les chapitres précédents, eu l'occasion de dire qu'il est dû à M. Méry, ingénieur des ponts et chaussées. Les conditions d'équilibre de chaque voussoir avaient été parfaitement déterminées par Coulomb et développées par ses successeurs, mais cette méthode semblait rendre nécessaire un calcul spécial pour chaque voussoir. C'était là une difficulté qui devait laisser du doute dans l'esprit des constructeurs, en général peu habitués aux calculs compliqués. M. Méry (*) eut l'heureuse idée de réunir par une ligne les points de passage de la résultante des pressions sur les joints de voussoirs et il obtint ainsi une courbe qui représente graphiquement l'équilibre de la voûte.

Nous n'avons pas à décrire ici les procédés de construction de la courbe,

(*) Dans son *Mémoire historique*, M. Poncelet dit que c'est à tort qu'on attribue l'initiative des recherches sur les propriétés de la courbe des pressions à M. Méry, qui ne s'en serait occupé que quelques années après M. Moseley. Dans sa traduction de la *Théorie des voûtes* de Scheffler, M. Victor Fournié établit les titres de priorité de M. Méry. Son travail est resté manuscrit jusqu'en 1840, mais il avait été fait en 1827; celui de M. Moseley n'a été publié qu'en 1833 dans le *Philosophical Magazine*.

ni les conséquences qu'on peut en tirer, puisque nous l'avons fait dans le chapitre précédent. Il ne nous reste qu'à faire voir ce que la méthode a d'inexact et d'incomplet.

Le vice capital de la théorie de M. Méry, c'est qu'elle méconnaît la nécessité et le rôle des points de rotation; cet ingénieur n'hésite pas à les placer dans un point quelconque de la voûte, ce qui revient à les supprimer. Ainsi, dans la figure 48 (9 du mémoire de M. Méry), voici comment cet ingénieur s'y prend pour résoudre à la fois le problème de la solidité et de la stabilité de la voûte. Il retranche d'abord à l'intrados et à l'extrados deux zônes concentriques dd', DD′ d'une épaisseur telle que, si la courbe de pression ne fait que les toucher, la maçonnerie ne supportera qu'une certaine pression p par centimètre carré; la question de solidité se trouve ainsi résolue. Quant à la question de stabilité, elle l'est aussi, si l'on peut faire passer une courbe de pression entre les deux lignes intérieures $b'd'a'$ et B′D′A′. « Si, pour plus de sécurité, dit M. Méry, l'on rend cet intervalle un « peu plus grand, il existera une infinité de positions admissibles *à priori* « pour la courbe des pressions, l'une d'elles correspondra à la moindre « poussée et l'autre à la plus grande; et ce n'est que par des considérations « plus ou moins incertaines sur les effets du tassement, que l'on pourrait « prévoir quelle est celle qui doit se réaliser. »

Ainsi, on le voit, M. Méry fait une place au milieu du joint où il espère que la courbe de pression passera, parce qu'il serait avantageux qu'elle y passât, tant dans l'intérêt de la stabilité que de la solidité de la voûte. Il est réellement étrange qu'en reconnaissant que le tassement de la voûte peut déplacer la courbe de pression, il limite cette possibilité à deux cercles concentriques qui n'ont d'autre raison d'être que d'assurer la solidité de la voûte. Il semble dire à la courbe de pression : Je vous ai réservé une place suffisante pour vos excursions, à la condition que vous n'en franchiriez pas les limites, veuillez donc les respecter. Eh bien! si l'on a suivi les démonstrations de l'article précédent, on reconnaîtra que la courbe de pression en sortira certainement dans la plus grande partie de son étendue. En effet, dans le tracé $\beta\delta\alpha$ de la courbe de pression de M. Méry, il n'y a

aucun joint de rotation, on traite la question comme si l'on avait à la clef une force horizontale dont on pût faire varier l'intensité à volonté. Dans ce cas théorique, effectivement la courbe $\beta\delta\alpha$ peut se réaliser, le point α peut même être transporté à l'extrémité de l'intrados et la voûte être renversée tout entière extérieurement. Quelque chose d'analogue arriverait si la voûte considérée était un arc-boutant placé contre un mur lui-même poussé par une autre voûte ou par des terres; mais il s'agit ici d'une voûte dont on représente la moitié et où la poussée ne peut être produite que par la rotation des deux parties supérieures et symétriques, s'appuyant l'une sur l'autre. S'il n'y a pas de rotation, il n'y a pas de poussée; et s'il y a rotation, il y a nécessairement des charnières placées à l'intrados. Pour mieux faire comprendre la différence entre la théorie de M. Méry et celle qui est exposée dans cet ouvrage, nous indiquons sur le côté gauche de la figure 48 la courbe de pression telle qu'elle serait donnée par cette dernière et, à la seule inspection de cette figure, on reconnaîtra combien il peut être important pour la pratique d'adopter l'une ou l'autre théorie. Dans celle de M. Méry, point de précautions à prendre pour le joint de rupture, qui se trouve tout simplement supprimé; le danger est reporté à la naissance, où il faut augmenter démesurément l'épaisseur du joint pour que le point α ne sorte pas par l'extrados ou ne franchisse pas la courbe limite. Dans la nouvelle théorie, au contraire, tout le danger est concentré sur le point de rupture et, à la naissance, la courbe de pression passe très près de l'intrados, ce qui éloigne toute crainte de renversement à l'extérieur.

En résumé, dans la théorie de M. Méry, le champ où la courbe de pression peut venir se placer *n'a d'autres limites que celles des voussoirs eux-mêmes;* dans la théorie nouvelle, il est beaucoup plus restreint : la condition du joint de rupture à l'intrados le réduit d'abord de moitié; la condition du point de passage de la poussée, tantôt au-dessus, tantôt au-dessous de la moitié de l'épaisseur de la clef, selon la nature de la voûte, le réduit encore à la moitié de ce qui reste. Il en résulte qu'au-dessus du point de rupture, l'indétermination est réduite de plus des trois quarts; au-dessous, elle disparaît presque entièrement.

M. Méry attribue l'indétermination, que sa construction graphique laisse à la position de la courbe de pression, au tassement de la voûte dont on ne sait pas tenir compte avec exactitude. Ce n'est, dit-il, que par des considérations plus ou moins incertaines sur les effets du tassement que l'on pourrait prévoir quelle est celle qui doit se réaliser. Il en est effectivement ainsi; mais il faut distinguer dans le mouvement des voûtes deux espèces de mouvement : l'un nécessaire, inévitable et indispensable, qui a pour résultat d'amener l'équilibre par la production de la poussée, c'est le mouvement virtuel de rotation qui fait que les deux parties supérieures de la voûte s'appuient l'une sur l'autre; l'autre accidentel, qui tient à la manière dont la voûte a été construite, à la dureté des mortiers, au plus ou moins de solidité des culées, etc... Celui-ci, en effet, est incertain et inaccessible au calcul, puisqu'il dépend de circonstances tout à fait fortuites; mais, comme nous l'avons vu, les résultats de ce mouvement accidentel sont renfermés dans d'étroites limites. Ainsi, par exemple, quel que soit le soin ou la négligence apporté dans la construction de la voûte de la *fig.* 48, jamais la courbe de pression ne pourrait y prendre une position telle que celle qu'indique M. Méry. Nous insistons d'autant plus sur ce qui nous paraît défectueux et inexact dans le mémoire de M. Méry, que le procédé géométrique dont il a enrichi la science l'a rendu très populaire et qu'il a passé dans la pratique générale des ingénieurs et des architectes. Nous en avons nous-même largement usé dans le chapitre précédent; nous serions donc désolé qu'on vît dans la critique que nous en faisons l'intention d'en diminuer la valeur. L'erreur capitale que nous lui reprochons n'est d'ailleurs pas propre au système, on en trouve le germe dans le mémoire de MM. Lamé et Clapeyron et elle est tout entière dans les leçons de M. Navier; le seul tort de M. Méry est de l'avoir laissée passer sans la corriger.

Après les travaux de cet ingénieur, nous devons parler de deux mémoires de M. Yvon Villarceau, où les conséquences de cette erreur sont poussées à leurs dernières limites. Partant de ce principe que la pression sur l'arête d'un voussoir augmente beaucoup quand la ligne de pression se déplace même légèrement, puisque, par exemple, elle double en passant

de la moitié au tiers de leur longueur, M. Yvon Villarceau a cherché à modifier la courbe d'intrados de manière que la courbe de pression passât exactement au milieu de la longueur des voussoirs. Appliquant à la solution de ce problème les ressources les plus compliquées de l'analyse, il fait voir que, par une très légère modification de la courbe d'intrados, on peut arriver à ce résultat de rendre possible le passage de la courbe des pressions par le milieu des joints, ce qui réduit la pression par centimètre carré à son minimum.

La théorie une fois établie, M. Yvon Villarceau refait le profil de tous ponts construits par les plus célèbres ingénieurs, en réduisant leurs épaisseurs à la clef; cela lui permet en même temps de franchir les limites d'ouverture dans lesquelles la pratique s'est maintenue jusqu'à présent. En effet, par rapport à M. Navier, qui plaçait la courbe de pression au tiers du joint de rupture, la théorie de M. Villarceau, qui la place à la moitié, correspond à une diminution de moitié dans la pression maximum et il est évident qu'elle permet de faire de bien plus grands ponts.

M. Yvon Villarceau était d'ailleurs logique; dès qu'on admettait qu'on pouvait placer les charnières de la voûte dans l'intérieur des joints, il était bien mieux de les mettre au milieu qu'au tiers. D'un autre côté, il faut le dire à l'honneur du mémoire de M. Méry, cet ingénieur fait une part au mouvement de la voûte qui s'opère après le décintrement; il convient qu'on ne peut pas trop savoir quelle est la courbe de pression qui se réalisera. M. Yvon Villarceau ne partage pas cette incertitude; il rend sa courbe possible et il en conclut qu'elle se réalisera, sans faire attention que son procédé n'a pas rendu les autres courbes impossibles et que, même dans la théorie qu'il adopte, il y a l'infini à parier contre un que sa courbe ne se réalisera pas. Il va sans dire que, d'après la théorie que nous exposons, il y a certitude qu'elle ne se réalisera pas, puisque la courbe ne touche pas l'intrados.

A part cette erreur fondamentale, les recherches de M. Yvon Villarceau nous paraissent manquer leur but par leur complication. Nous avons fait voir qu'en appliquant la méthode de M. Méry, rien n'est si facile que de

faire passer la courbe de pression par une série de points donnés, par le tracé graphique que nous avons indiqué; c'est une affaire de tâtonnement qui ne peut exiger que fort peu de temps. Ajoutons que, pour obtenir ce résultat, M. Yvon Villarceau altère le profil de l'intrados, souvent déterminé par des convenances architecturales, et qu'il est bien plus simple d'évider l'intérieur de la voûte.

Malgré ces critiques, qui nous paraissent enlever au travail de M. Yvon Villarceau toute valeur pratique, il n'en a pas moins été, de la part de l'Académie des sciences, l'objet de rapports très élogieux. Le premier rapport fait par M. Lamé (*) contient le passage suivant :

« Un travail aussi précis, aussi complet, mérite de fixer l'attention des « ingénieurs et des architectes, nous émettons le vœu que le système de « voûte imaginé par M. Yvon Villarceau soit adopté et exécuté dans quel- « que construction importante. Il est facile de détruire ici les objections « qui accueillent d'ordinaire toute idée neuve dans l'art des constructions. « Sans doute la forme de voûte proposée est moins simple que la ligne « circulaire, exclusivement adoptée jusqu'ici; mais on peut s'assurer, en « regardant les tracés d'arches de M. Yvon Villarceau, que leur forme n'a « rien de disgracieux et qu'ils semblent même être à la fois plus hardis et « plus sûrs que tout autre tracé. »

« Sans doute lors du décintrement et du chargement des matériaux, la « compressibilité des voussoirs et des mortiers produira une déformation « et amènera une nouvelle distribution des pressions sur les surfaces de « joint; mais d'abord les altérations de forme peuvent être prévues et rec- « tifiées comme à l'ordinaire et, quant au point de la résultante des pres- « sions sur chaque joint rectangulaire, il ne pourra s'écarter que très peu « du milieu de ce joint, tandis que dans les voûtes circulaires, ce point, « déjà très près de l'intrados ou de l extrados pour certains joints, s'en « rapproche encore plus après le décintrement, en sorte que les voussoirs « voisins se trouvent soumis à une compression énorme sur une petite

(*) Les autres commissaires étaient MM. Poncelet et Piobert.

« étendue de leurs surfaces contiguës. Or, cette différence d'effet, toute à « l'avantage du système proposé, constitue en quelque sorte son système « et son but. . . . . »

« En résumé, le travail de M. Yvon Villarceau est remarquable sur plus « d'un point. Outre les vues neuves qui concernent la théorie des voûtes, « il offre un exemple curieux de l'utilité des transcendantes elliptiques; les « calculs et surtout les méthodes d'approximation y sont maniés avec une « dextérité peu ordinaire. »

Nous n'avons voulu ôter à la théorie que nous combattons aucun des appuis qu'elle a rencontrés chez les savants les plus compétents, pour que les lecteurs puissent juger en parfaite connaissance de cause la question qui nous divise; mais il nous est impossible de ne pas faire observer qu'il est réellement étrange de voir le même savant qui avait démontré *que le point de rupture était situé à l'intrados au point où la tangente vient couper l'horizontale passant par le sommet de la clef, au même point que la verticale passant par le centre de gravité de la masse tendant à se détacher*, que ce même savant couvre d'éloges un mémoire qui met à néant ce principe et qui n'est, pour ainsi dire, que la négation complète de son propre mémoire sur la même question, sans même faire le moindre effort pour expliquer cette contradiction.

Le second mémoire de M. Yvon Villarceau ne soulève aucun point de doctrine nouveau; ce n'est qu'une simplification des calculs que sa méthode rend nécessaires; nous ne nous y arrêterons donc pas. Nous ferons seulement observer que ce nouveau travail a été l'objet, à l'Académie des sciences, d'un rapport de M. Poncelet dont voici les conclusions :

« Quelle que soit, au surplus, l'opinion que l'on puisse se former *à* « *priori* du contenu de cette seconde partie du mémoire de M. Yvon Vil- « larceau, on ne peut méconnaître que le résultat des discussions et des « calculs approfondis auxquels il s'est livré, ne fournisse d'utiles indica- « tions pour l'établissement ultérieur des projets où l'on se proposerait de « construire des ponts dont la portée excéderait la limite de ceux qu'on « doit jusqu'ici aux plus habiles ingénieurs; et à ce point de vue ces addi-

« tions nous paraissent, ainsi que les tables, les dessins numériques et des-
« sins d'arches de pont qui les accompagnent, mériter de paraître dans
« les *Mémoires des savants étrangers,* à la suite de la première partie
« dont l'impression a déjà été ordonnée. »

Nous ne saurions trop engager les constructeurs qui voudraient sortir des limites actuelles en fait d'arches de pont à se défier de ces conclusions, car elles seraient de nature à leur inspirer une sécurité dangereuse. Il est impossible que, dans un pont construit avec les méthodes ordinaires, la courbe des pressions passe par le milieu des joints; si les calculs de M. Yvon Villarceau arrivent à ce résultat, c'est qu'ils supposent à la poussée une intensité qu'elle ne peut spontanément atteindre, comme nous l'avons démontré.

Quoique le mémoire de M. Carvallo sur la stabilité des voûtes ait obtenu un accueil aussi favorable de l'Académie des sciences, nous ne pouvons en admettre davantage ni les principes ni les conclusions. En effet, cet ingénieur part de l'hypothèse de M. Navier, que la courbe des pressions passe, à la clef, au tiers du joint à partir de l'extrados et, au joint de rupture, au tiers du joint à partir de l'intrados. Les courbes de pression qu'il considère sont donc, comme celles de M. Yvon Villarceau, des courbes dont la réalisation est impossible. Nous devons d'ailleurs reconnaître que les formules de M. Carvallo sont beaucoup plus simples et qu'il a bien su tirer parti de l'hypothèse des joints verticaux. Les erreurs que nous lui reprochons ne lui appartiennent pas, du reste; il les a trouvées dans les travaux de ses devanciers.

Il nous reste à parler d'un mémoire assez curieux du docteur Scheffler, de Brunswick, que M. Poncelet a fait connaître en substance dans son *Histoire critique de la théorie des voûtes,* histoire dont cet académicien a cru devoir faire précéder ses rapports sur les mémoires de MM. Yvon Villarceau et Carvallo. Ainsi le travail de M. Scheffler est antérieur aux études de ces ingénieurs; mais nous avons cru devoir n'en parler qu'après, parce qu'il appartient à un tout autre ordre d'idées que ceux de MM. Navier et Méry dont MM. Yvon Villarceau et Carvallo ne sont que les continua-

teurs; on va du reste en juger. Voici comment M. Poncelet expose la théorie du docteur Scheffler :

« Ces nouvelles recherches concernent plutôt le point de vue théorique « et abstrait de la question des voûtes que ses applications pratiques à l'art « de l'ingénieur; il s'agit, en un mot, de généraliser, en les rectifiant et « complétant en quelques points, les principes qui ont servi de base aux « théories existantes, en considérant que dans l'état d'équilibre d'une voûte, « la résultante des pressions sur le joint vertical de la clef doit satisfaire à « la condition du minimum, d'après un principe mis en avant par M. Mo- « seley (*Philosophical Magazine*, octobre 1833), sous le nom de principe « de *moindre résistance*, et dont M. Scheffler a ensuite étendu et mis en « son jour la véritable signification dans un précédent mémoire. »

« Ce principe, dont l'énoncé, assez évident en lui-même, pourrait être « généralisé encore, ne diffère pas, quant au fond, de celui dont Coulomb (*) « a offert, dans son mémoire de 1783, de si belles applications aux théories « de la résistance des solides, de la poussée des terres et des voûtes; toute « la difficulté étant seulement d'en tirer, sans trop de tâtonnement et de « calcul, des conséquences relatives à la forme et à la position de la ligne « de pression, en dehors du cas où elle est supposée devoir passer par « certains points donnés *à priori*, ainsi que l'avaient fait auparavant « MM. Moseley et Méry, en se plaçant franchement dans les conditions de « l'équilibre strict envisagées par Coulomb, comme de simples limites à la « stabilité des voûtes. Or, c'est là précisément ce que se propose de faire « M. Scheffler, tout en rentrant dans l'hypothèse de l'incompressibilité « parfaite des voussoirs, et sans rien emprunter à l'expérience, non plus « qu'aux données antérieurement acquises sur les différents modes de « rupture des voûtes. . . . . .

« . . . . . »

(*) Le traducteur de M. Scheffler dit à ce sujet: « Nous n'avons pu découvrir aucun mémoire « de Coulomb portant la date de 1783; si, comme il est probable, il s'agit ici du mémoire « de 1773, nous devons dire qu'il nous a été impossible de trouver trace de l'emploi du principe « de moindre résistance. » Nous ne pouvons qu'adhérer à cette observation.

« Cette détermination, toute géométrique à nos yeux, le point capital du « mémoire exigeant, pour ainsi dire, un nombre illimité de constructions, « rend la méthode à peu près illusoire dans ses applications à la pra- « tique. »

Cette critique de M. Poncelet ne nous paraît pas fondée. Voici d'ailleurs comme l'auteur y répond dans son édition de 1857 (traduction de M. Victor Fournié):

« M. Poncelet dit que ma méthode graphique pour la détermination de « la courbe des pressions, laquelle à ses yeux est la partie capitale de mon « mémoire, rend presque illusoire l'application pratique de ma théorie « parce qu'elle exige une infinité de constructions ou de tâtonnements. Je « dois croire que le sens vrai du mémoire lui a échappé à une lecture trop « rapide. Les nombreux exemples développés plus haut, même pour les « formes et les charges les plus compliquées, montrent clairement que qui- « conque a une teinture des mathématiques peut appliquer cette théorie « sans peine et avec la plus grande rapidité; qu'ainsi cette méthode est « pratiquement la plus simple de toutes. »

Si l'on veut se reporter à ce que nous avons dit dans les chapitres précédents, on reconnaîtra que le tracé de la courbe de pression de moindre poussée n'offre aucune difficulté. M. Méry, dans son mémoire, avait déjà indiqué comment on pouvait l'obtenir. Dans la plupart des cas, il n'y a pas besoin même de tâtonnement, car il est évident que la courbe de moindre poussée doit passer par le sommet de la clef quand elle ne coupe pas l'extrados, ce qui arrive presque toujours pour les voûtes surbaissées comme celles des ponts. Quand l'extrados est coupé, il est facile, en baissant ce point, de la rendre tangente. Il n'y a donc rien de fondé dans la critique de M. Poncelet; d'ailleurs, là n'est pas la question, surtout au point de vue scientifique; la courbe de pression de moindre poussée est-elle, parmi le nombre infini de courbes possibles, celle qui se réalise? S'il en est ainsi, il faut bien l'accepter, dût son tracé présenter plus ou moins de difficultés. Or, d'après le commencement de la citation que nous avons faite plus haut, il nous semble que le savant académicien, non-seulement ne fait aucune

objection au principe de moindre résistance, mais qu'il le trouve évident (*) et susceptible d'être généralisé encore.

Or, s'il en est ainsi, comment peut-on admettre, comme le fait M. Poncelet, les travaux de MM. Yvon Villarceau et Carvallo qui non seulement laissent ce principe de côté, mais en sont la négation, puisque la courbe de pression cherchée doit s'éloigner autant que possible de l'intrados et de l'extrados, tandis que M. Scheffler prétend qu'elle a au moins trois points de contact avec les courbes limites de la voûte? Il y a là une contradiction évidente que nous nous bornons à signaler en laissant au lecteur le soin d'en chercher une explication satisfaisante.

Quant à nous, arrivant au fond de la question, nous n'hésitons pas à dire que nous regardons le principe de la moindre poussée comme complétement inexact. Annoncé d'abord comme un principe métaphysique en vertu duquel la nature, quand on lui en laissait le choix, s'arrangeait toujours de manière à maintenir l'équilibre avec le moindre effort possible, on a cherché depuis à lui trouver une démonstration moins surnaturelle. Nous ne croyons pas que M. Scheffler ait réussi à l'établir. La nature de cet ouvrage ne nous permet pas une refutation littérale de celle que M. Scheffler a placée en tête de son ouvrage, mais nous croyons pouvoir la renverser en montrant quelques-unes de ses conséquences.

Considérons une voûte incomplète et très surbaissée (*fig.* 49). Dans ces circonstances, il est évident que la courbe de pression et de moindre poussée passe au sommet de la clef et aux naissances. D'après la théorie de M. Scheffler, c'est toujours cette courbe qui doit se réaliser; or, pour peu qu'on examine les conséquences de la position qui lui est assignée, on reconnaîtra qu'elle ne peut le faire que dans des circonstances très exceptionnelles.

En effet, si la courbe passe au sommet de la clef, il n'y a de contact dans

(*) Le jeune ingénieur plein de mérite qui s'est donné la peine de traduire le docteur Scheffler, dit à ce sujet dans une note :

« M. Poncelet trouve le principe assez évident. Nous craignons bien que le lecteur français « ne le trouve encore un peu trop métaphysique, malgré les explications données au com- « mencement de cet ouvrage. »

le joint que tout près de ce point, et ce joint est ouvert à l'intrados. D'un autre côté, il est certain que le décintrement amène un petit abaissement de la voûte et, si nous supposons que les points d'appui de la voûte sont fixes, ce qui peut arriver dans certains cas, nous serons obligé d'admettre que la voûte qui avait la forme indiquée par les lignes pleines avant le décintrement, a, après cette opération, la forme indiquée par les lignes ponctuées. Le sommet de la clef A est descendu en *a*, l'intrados de la clef est descendu en s'ouvrant suivant *b'b''*, puisque la courbe de pression *a*DR passe par le sommet *a*. Or, il est complétement inadmissible que le point B, que le mouvement de rotation autour du point D aurait naturellement porté à droite de la verticale AO, vienne au contraire à gauche, sans qu'aucune force l'y contraigne. En effet, l'arc primitif DBD' se rectifiant ou s'aplatissant en venant occuper la position D*b*D', devient plus court, par conséquent se comprime; l'ouverture *bb'* non-seulement n'a aucune raison de se produire, mais on doit admettre qu'il y a compression en *b*. Or, s'il y a compression en *b*, la résultante des pressions ne peut passer en *a*. Est-ce à dire qu'il est impossible qu'elle prenne cette position dans aucun cas? évidemment non; il est clair que si les points D et D' reculent, soit par le glissement de l'assise à laquelle ils appartiennent, soit par le renversement de la culée, le joint de la clef s'ouvrira suffisamment à sa partie inférieure pour que le centre de pression remonte successivement jusqu'en A; d'où il résulte que le passage de la courbe de pression sur le joint de la clef dépend du mode de construction de la voûte que rien ne peut faire prévoir. On peut imaginer, par exemple, que la voûte ait été fermée, comme nous l'indiquons dans la *fig.* 50, par une clef trop épaisse à l'intrados; il est évident que ce vice de construction aura pour résultat de faire passer la courbe des pressions par l'intrados dans une position tout opposée à celle qu'indique la théorie du docteur Scheffler.

Voyons maintenant comment se comporte la théorie de cet auteur à l'égard des voûtes où la courbe de moindre poussée ne passe plus par le sommet de la voûte, ou du moins n'y peut passer qu'en la renversant.

Considérons la voûte surélevée de la *fig.* 51 et traçons la courbe de pres-

sion par les points A et D; cette courbe étant extérieure à l'extrados dans la partie A*t*, M. Scheffler la rejette et considère comme la vraie courbe de pression la courbe *km*D, parce que de toutes celles qui sont compatibles avec l'équilibre, c'est celle qui donne la moindre poussée. On concevrait ce raisonnement s'il était appliqué à une voûte construite et qui se trouverait en équilibre; il est évident qu'alors on ne pourrait admettre d'autre courbe que celle qui serait compatible avec cet état; mais lorsqu'il s'agit d'une voûte à construire, on ne peut pas dire: telle courbe ne se réalisera pas, parce que si elle se réalisait, la voûte serait renversée, car il y a des voûtes qui se renversent; par conséquent, il arrive quelquefois que des courbes incompatibles avec l'équilibre se réalisent. Remarquons qu'un léger renflement de l'extrados suffirait pour rendre la courbe A*t*D compatible avec l'équilibre, de sorte qu'alors le point d'application de la poussée devrait remonter de *k* en A. On voit que cette théorie ne tient aucun compte du mouvement de la voûte après le décintrement et, en particulier, de la rotation de la partie supérieure autour du point *m*, rotation qui a pour effet de faire descendre le centre de pression vers B et de provoquer une ouverture en A. Certes, on ne peut pas dire que la courbe *km*D est impossible, mais pour qu'elle se réalisât, il faudrait que dans le joint AB ou dans un joint voisin, il y eût un vice de construction qui amenât le contact en *k*; tel serait, par exemple, une taille défectueuse ou un gravier dur déterminant le contact en ce point; mais si aucun vice de construction n'existe, le centre de pression descendra vers B.

On doit remarquer que la première objection qui se présente à l'esprit contre la théorie de la moindre poussée, c'est qu'elle enlève au mode de construction toute influence sur le passage de la courbe de pression. Bien ou mal construite, la voûte se comporte toujours de la même manière et la courbe de pression est toujours semblablement placée. Dans la théorie que nous avons exposée, au contraire, une part est faite au mode de construction et cette part consiste, en général, dans la position du centre de pression à la clef. On remarquera, du reste, que le vice de construction n'a pas pour effet nécessaire d'augmenter la poussée. Ainsi, dans le cas de la voûte surbaissée

de la *fig.* 49, l'écartement des culées fait remonter le centre de pression vers le sommet de l'intrados et diminue la poussée. En résumé, cette théorie de la moindre poussée est complétement inadmissible.

Nous ne voulons pas dire par là que le mémoire de M. Scheffler soit sans mérite, il a eu celui de sortir de la fausse voie où on était, depuis le mémoire de M. Méry, de placer la courbe de pression au milieu du profil des voûtes, c'est-à-dire, dans une position impossible. Quoique partant d'un faux principe, M. Scheffler est arrivé à trouver qu'un des points de passage de la courbe des pressions était sur l'intrados, de sorte qu'il a substitué une courbe possible à une courbe qui ne l'était pas; son erreur de fait se réduit à avoir complétement supprimé l'indétermination qui doit rester dans le tracé de la courbe de pression en lui imposant une condition à laquelle elle n'est pas assujettie.

Notre examen historique et critique de la théorie de l'équilibre des voûtes se trouverait terminé, si un article récent des *Annales des ponts et chaussées* (premier semestre, 1865) sur le même sujet, ne nous paraissait devoir être mentionné, parce qu'il renferme un point de vue nouveau qui pourrait d'autant plus égarer les esprits, que les doctrines qui y sont exposées sont censées avoir reçu l'approbation de la commission d'ingénieurs qui préside à la rédaction de ce recueil officiel.

L'indétermination que laisse subsister la théorie actuelle des voûtes sur le tracé de la courbe de pression est réellement fâcheuse pour la pratique, car on ne sait comment calculer les dimensions de la voûte qu'on projette et principalement la longueur des joints. D'un autre côté, il est bien évident que parmi l'infinité de courbes possibles, une seule se réalise; il y a donc là un problème à résoudre, une inconnue à dégager de l'obscurité où on l'a laissée jusqu'ici. M. Drouets s'est dit: parmi toutes les solutions possibles, quelle est donc celle que la nature choisit? Et pour la trouver, il est parti de ce principe :

« La nature ne développe les forces moléculaires de résistance que dans « la mesure rigoureusement nécessaire pour faire équilibre aux forces « extérieures agissant sur les molécules; si donc un système de résistances

« est tel que les plus grandes de tout ce système soient plus petites que les « plus grandes dans tout autre système également en équilibre, c'est ce « système qui se réalisera dans les conditions du problème ; car tout autre « exigerait, de la part des forces de résistance, des efforts supérieurs et « par suite inutiles. »

A l'époque où l'on voulait deviner les secrets de la nature pour s'épargner la peine de les chercher, les anciens physiciens disaient : *natura horret vacuum;* M. Drouets dit aujourd'hui : *natura horret inutile.* L'un n'est pas plus vrai que l'autre. La nature n'a aucune des passions qu'on lui suppose, elle est soumise à des lois inflexibles et invariables et tout ce qui arrive en est une conséquence nécessaire. Pour démontrer la fausseté du principe invoqué sur un exemple plus simple que celui des voûtes, considérons une poutre du poids de 600 kilogrammes reposant sur trois points d'appui équidistants et demandons nous quelle est la pression sur chacun des points d'appui. La statique élémentaire considère le problème comme indéterminé et donnera pour chaque point d'appui une infinité de solutions, comme elle donne une infinité de courbes de pressions pour une voûte d'un profil déterminé ; mais si l'on adopte le principe de M. Drouets, on dira que la pression sur chacun des points d'appui sera de 200 kilogrammes, car toute autre répartition de la pression *exigerait, de la part des forces de résistance, des efforts supérieurs et par suite inutiles.* Or, tout le monde sait qu'en tenant compte de l'élasticité de la poutre et des points d'appui, ce n'est pas la solution qui se réalise. Le principe est donc faux et les espérances que manifeste M. Drouets, *qu'il sera un jour démontré d'une manière générale et rigoureuse, ou admis comme postulatum ou comme axiome,* ne se réaliseront certainement jamais. On ne peut s'empêcher de reconnaître combien il est facile de s'égarer dans cette voie où l'on prend pour guide l'imagination au lieu du raisonnement. Les uns disent : la nature résiste avec la moindre poussée, ce qui, par parenthèse, donne la pression la plus grande sur les joints ; les autres disent : la nature résiste avec la moindre pression par centimètre carré. Pourquoi ne pas dire aussi que la nature, qui a le choix des courbes de pression, réalise celle

qui se rapproche le plus de la ligne droite par l'horreur qu'elle a des voies détournées.

Si la courbe de pression, déterminée par ce futur axiome, avait quelque intérêt pratique, on pourrait l'obtenir facilement par quelques tâtonnements graphiques bien plus simples que les considérations développées par M. Drouets; mais il est inutile de s'arrêter davantage à cette solution, car la courbe qui satisfait à cette condition n'ayant aucun contact avec l'intrados, n'a aucune espèce de chance de se réaliser et sa détermination ne présente qu'un intérêt purement théorique.

Les erreurs que nous avons cru devoir signaler dans les travaux de nos devanciers tiennent toutes à ce que personne n'a voulu entrer dans l'examen de ce qui se passe à l'instant qui suit le décintrement; c'était là qu'était la solution. M. Méry l'avait bien compris; nous avons déjà fait remarquer qu'il avait dit : *ce n'est que par des considérations plus ou moins incertaines sur les effets du tassement que l'on pourrait prévoir la courbe qui doit se réaliser.*

Nul doute que si un aussi excellent esprit eût abordé la question, il ne fût arrivé à la solution que nous apportons aujourd'hui; mais après avoir fait faire à la théorie un très grand pas, il s'est arrêté. C'est ainsi que s'opèrent les progrès en toutes choses; il semble qu'il ne soit donné à chacun que de faire son relais.

CHAPITRE VI.

DES CONDITIONS DE STABILITÉ D'UN ASSEMBLAGE DE VOUTES, DES VOUTES EN DOME, DES VOUTES D'ARÊTES, ETC.

Les ponts, les grands viaducs et les édifices présentent souvent plusieurs voûtes, dont les poussées réagissent les unes sur les autres et modifient leurs conditions d'équilibre. Une voûte unique est souvent poussée par des terres soutenues par les murs qui lui servent de culées. Il est donc essentiel de se rendre compte de l'action des forces extérieures sur une voûte quelconque. Quel que soit l'assemblage de voûtes qu'on considère, il est toujours soutenu par un certain nombre de piles ou piliers et c'est, comme on le verra tout à l'heure, de l'équilibre de ces piliers que dépend celui des voûtes. Nous allons donc d'abord examiner d'une manière plus complète que nous ne l'avons fait dans le chapitre II l'équilibre de ces massifs verticaux.

Quel que soit le nombre d'étages de voûtes auxquels ces piliers servent de points d'appui, il est clair que ces points d'appui sont soumis à une force inclinée de haut en bas dont la composante verticale représente le poids d'une partie de la voûte et la composante horizontale, sa poussée. Dans sa généralité, le problème ne présente pas plus de difficulté que le tracé de la courbe de pression dans les voûtes. Ainsi, si nous considérons une tranche quelconque du massif dans laquelle il s'agit de déterminer la courbe de pression (*fig.* 52), il suffira de prolonger la résultante, appliquée sur la face

supérieure et qui est censée connue, puis d'élever une verticale par le centre de gravité G de la tranche ou assise considérée. Ces deux droites se rencontreront en un certain point G'. Si, à partir de ce point, on prend sur chacune des lignes des longueurs proportionnelles aux forces dont elles représentent la direction, on obtiendra par le parallélogramme des forces le point de passage de la résultante sur le joint inférieur et, par conséquent, un nouveau point de la courbe des pressions qui permettra de la prolonger dans la partie inférieure du massif. Cette méthode suffit parfaitement pour résoudre tous les problèmes que peut présenter le tracé de la courbe de pression dans un massif vertical; mais il est utile d'avoir *à priori* une idée précise de la nature de ces courbes, parce que cela permet de résoudre beaucoup de problèmes pratiques à la seule inspection des figures et que, pour les autres, il suffit de déterminer un très petit nombre de points.

Prenons sur la surface supérieure le point de rencontre m de la force R pour origine des coordonnées (*fig.* 52).

Appelons : Q, la composante horizontale de la force R;
V, la composante verticale de cette force;
ξ, l'abscisse de la résultante du poids du massif considéré et de la force verticale V;
δ, la distance du point d'application de la force R à la verticale passant par le centre de gravité du massif inférieur;

l'équation générale de la courbe de pression étant, comme nous l'avons démontré dans le chapitre II,

$$y = \frac{p}{Q}(x - \xi),$$

on a, pour un massif vertical et prismatique divisé en assises horizontales,

$$p = \alpha y$$

et

$$\xi : \delta :: p : V + p,$$

d'où

$$\xi = \frac{\delta p}{V + p} = \frac{\delta \alpha y}{V + \alpha y};$$

mettant ces valeurs dans l'équation de la courbe des pressions, il vient

$$x = \frac{Q}{\alpha} + \delta \frac{\alpha y}{V + \alpha y},$$

équation qui représente une hyperbole; si $y = \infty$, on a

$$x = \frac{Q}{\alpha} + \delta.$$

L'hyperbole a donc une assymptote verticale située à la distance $\frac{Q}{\alpha}$ du centre de gravité du massif; cette verticale est celle qui correspond au cas où $V = 0$, c'est-à-dire, au cas où il n'y a qu'une poussée horizontale. Nous avons vu, en effet, dans le chapitre II que, dans ce cas, la courbe de pression se réduisait à une parallèle à la verticale qui contient les centres de gravité.

Remarquons en passant que si on appelle ρ la densité de la maçonnerie, e l'épaisseur du massif, on aura, dans le cas où la force Q est appliquée à l'extérieur du massif, $\alpha = \rho e$, $\delta = \frac{1}{2} e$, et, par conséquent, pour $x = e$,

$$e = \sqrt{\frac{2Q}{\rho}} \text{ (*)}.$$

(*) On peut démontrer immédiatement cette formule en supposant le massif d'une hauteur H poussé par la force Q. On a alors, en prenant les moments par rapport à l'arête extérieure,

$$QH = \frac{\rho}{2} e^2 H,$$

d'où l'on tire la valeur de e ci-dessus qui est indépendante de H, parce que la ligne de pression est sur l'arête extérieure.

Ainsi, pour une poussée de 9000 kilog., la densité de la maçonnerie étant 2000 kilog., $e = 3^m$ serait une épaisseur de culée mathématiquement suffisante pour une hauteur de pied-droit quelconque.

On voit donc que dans un pilier vertical, qui sert de culée à plusieurs étages de voûtes, la courbe de pression se compose d'une série d'arcs d'hyperboles concaves vers la poussée résultante.

L'intensité des forces intérieures n'est pas toujours déterminée; il en est spécialement ainsi lorsqu'il s'agit de réactions moléculaires qui se produisent à certains points d'appui. Il est souvent nécessaire d'en calculer l'intensité. Prenons un exemple simple.

Soit ABDC un massif pesant poussé par une force extérieure R contre une saillie B et reposant sur un plan horizontal (*fig.* 53).

Soient Q, la réaction ou poussée en B,
P, le poids du massif,
p, le poids de la partie supérieure au point d'application de la force R,
H, la hauteur totale du massif,
ζ, l'ordonnée du point d'application de la force R au-dessous de AB,
e, l'épaisseur du massif.

Si $R = 0$, $Q = 0$, la courbe de pression se réduit à la verticale MP (ligne ponctuée 1). Si R n'est pas nul, mais plus petit que $\frac{\frac{1}{2}Pe}{H-\zeta}$, on a toujours $Q = 0$, mais la courbe de pression devient MmS (ligne 2), mS étant une branche d'hyperbole, comme on l'a vu tout à l'heure. A mesure que R croîtra, le point S s'avancera vers le point D et l'atteindra pour la valeur

$$R = \frac{\frac{1}{2}Pe}{H-\zeta}.$$

Pour cette valeur, on a toujours $Q=0$ et Mm pour courbe de pression dans la partie supérieure ; mais dans la partie inférieure, cette courbe devient mD (ligne 3).

Dès que

$$R > \frac{\frac{1}{2}Pe}{H-\zeta},$$

Q n'est plus nul et on peut le déterminer par l'équation

$$R(H-\zeta) = QH + \frac{1}{2}Pe,$$

d'où

$$Q = \frac{R(H-\zeta) - \frac{1}{2}Pe}{H}.$$

Dans le cas d'un levier sans pesanteur, le moment de la réaction serait

$$QH = R(H-\zeta),$$

ce moment est donc diminué du moment du poids du levier. Quant à la courbe de pression, elle sera dans la partie supérieure Bm' et dans la partie inférieure m'D (ligne 4).

A mesure que la force R augmentera, le point m' s'avancera vers le point r sur la paroi où elle est appliquée et l'atteindra lorsqu'on aura

$$Q = \frac{1}{2}\frac{pe}{\zeta};$$

à ce moment, la courbe de pression sera BrD (ligne 5).

Mettant cette valeur de Q dans l'équation précédente, on en déduit

$$R = \frac{1}{2}e \times \frac{pH + P\zeta}{H-\zeta}$$

pour la valeur à partir de laquelle la courbe de pression sortant de la paroi en r et en D, la partie supérieure du massif serait renversée à gauche, tandis que la partie inférieure serait renversée à droite.

Ce que nous avons voulu démontrer surtout dans cette analyse, c'est que la force R ne fait naître une réaction opposée en B que lorsqu'elle a atteint une intensité suffisante pour renverser le solide auquel elle est appliquée. Pour trouver l'équilibre du massif ABDC, il suffit donc de faire d'abord abstraction de la réaction Q; si, dans cette hypothèse, la courbe de pression est comprise tout entière dans le solide, elle est la courbe réelle; si elle sort du solide, il faut tenir compte de la force Q, dont on détermine l'intensité par la condition que son moment rétablisse l'équilibre.

Dans le cas où la force R serait appliquée au-dessus du point A, il suffirait de changer le signe de ζ dans les formules précédentes pour avoir toutes les circonstances du mouvement.

Appliquons maintenant ces principes aux voûtes soumises à des forces extérieures. Soit *fig.* 54 une voûte incomplète dont la culée est poussée par la force extérieure R, appliquée au-dessous du joint dit de rupture. Voyons les effets de cette force à mesure qu'elle va croître d'intensité.

Traçons d'abord la courbe KDP pour $R = 0$, et appelons :

Q_0, la poussée initiale de la voûte avant l'application de la force R,

Q, la poussée résultant du poids de la voûte et de la force R,

P, le poids total de la voûte et du massif,

p, le poids de la partie supérieure au joint de rupture,

p', le poids de la partie supérieure au point d'application de la force R,

ξ, l'abscisse du centre de gravité de la partie supérieure au joint de rupture,

ξ', l'abscisse du centre de gravité de la partie supérieure au point d'application de la force R.

H, l'ordonnée de la poussée par rapport au plan inférieur du massif,

ζ, l'ordonnée du point d'application de la force R,

x', son abscisse,

Ξ, l'abscisse du centre de gravité du poids P,

X, celle du point S.

Pour une petite valeur de R, l'influence de cette force ne se fera pas sentir au-dessus de son point d'application, parce que le massif inférieur au joint CD ne sera pas ébranlé; seulement au-dessous du point d'application r, la courbe de pression changera, son pied s'avancera vers S et atteindra ce point pour la valeur de R donnée par l'équation

$$R(H-\zeta)+P(X-\xi)=Q_0 H,$$

c'est-à-dire, pour

$$R_0=\frac{Q_0 H-P(X-\xi)}{H-\zeta};$$

au-dessous de cette valeur de R, la poussée Q_0 reste constante; mais dès que cette valeur est dépassée, la poussée Q augmente et on en obtient l'intensité par l'équation

$$R(H-\zeta)+P(X-\xi)=Q H, \tag{1}$$

d'où

$$Q=\frac{R(H-\zeta)+P(X-\xi)}{H}$$

ou, en tirant de l'équation précédente la valeur de $P(X-\xi)$,

$$Q=Q_0+\frac{(R-R_0)(H-\zeta)}{H}.$$

On voit que la valeur initiale Q_0 augmente, à partir de $R=R_0$, d'une

x', y', les coordonnées du joint de rupture D,

ξ', l'abscisse du centre de gravité de la voûte au-dessus du joint de rupture,

p', le poids de cette partie,

p'', le poids de la partie de voûte située au-dessus de r,

on aura

$$Q_0 = \frac{p'(x' - \xi')}{y'} \tag{1}$$

et

$$Qy' = p'(x' - \xi') + R(y' - \zeta), \tag{2}$$

d'où

$$Q = Q_0 + \frac{R(y' - \zeta)}{y'}. \tag{3}$$

La force Q augmentant, la courbe de pression se modifie immédiatement depuis le point K jusqu'au joint où la force R est appliquée, le point m vient en m'; à partir de ce point, elle passe par le point D, son pied R se rapproche de S et vient en R'. Elle atteindra le point S lorsque le solide inférieur à D commencera à se renverser en avant et quand, par conséquent, on aura

$$QH = P(X - \Xi) + R(H - \zeta). \tag{4}$$

Cette équation combinée avec l'équation (2) donnera l'intensité de la force R qui transporte l'axe de rotation de D en S, ainsi que la force Q; à l'aide de ces deux forces, on pourrait facilement tracer la courbe K''m''S qui correspond à ces valeurs. A mesure que R augmente, le point m'' se transporte vers r qu'il atteindra pour les valeurs de R et de Q données par l'équation

$$Q\zeta = p''(x'' - \xi''),$$

combinée avec l'équation (4).

Au-dessus de cette valeur, la courbe de pression sortirait du massif et la voûte serait renversée. Elle pourrait l'être avant, si une force égale et con-

quantité qui dépend du rapport de la hauteur de son point d'application à la hauteur totale.

Par l'effet de cette valeur de Q, la courbe de pression ne passe plus par le joint de rupture D, le joint DC s'est fermé, ce qui à la clef fait descendre le point K en K′, de sorte que la courbe de pression est devenue K′m′S. R augmentant successivement, le point m' finira par atteindre l'extrados en r pour une valeur telle qu'on ait

$$Q\zeta = p'(x' - \xi');$$

mettant cette valeur de Q dans l'équation (1), il vient

$$R = \frac{H p'(x' - \xi') - P\zeta(X - \xi)}{\zeta(H - \zeta)}.$$

Au-dessus de cette valeur de R, la courbe de pression sortirait de la paroi et la voûte serait renversée. On voit que tout se passe comme dans le cas du massif vertical.

Les calculs précédents supposent que la voûte est soumise à deux forces égales et contraires R; mais si cette force n'agissait que sur une culée, la courbe de pression toujours symétrique dans les deux demi-voûtes jusqu'au niveau de la force R, pourrait, dans celle où cette force ne serait pas appliquée, sortir extérieurement du massif, avant que R n'eût atteint l'intensité déterminée ci-dessus. Dans ce cas, le renversement de la voûte aurait lieu plus tôt et s'opérerait du côté opposé à celui où la force R est appliquée.

Lorsque la force extérieure est au-dessus du joint de rupture D, on obtient des résultats analogues. Soit *fig.* 55 KmDR la courbe de pression avant l'application de la force R. Dès que cette force prendra une certaine intensité, elle aura pour effet d'augmenter la force Q, car elle n'a ici aucun solide à ébranler pour se faire sentir. Ainsi, en conservant les notations précédentes et en appelant

traire à R n'était pas appliquée symétriquement à l'autre demi-voûte et que la courbe de pression correspondant à une certaine poussée sortît par l'extrados du massif. C'est un cas tout à fait semblable à celui des voûtes non symétriques.

Les voûtes complètes donnent lieu à des phénomènes du même genre. Ainsi, dans la *fig.* 56, où on suppose la force R appliquée au-dessous du joint de rupture, la courbe des pressions, à mesure que R augmente, prend successivement les positions $\overline{1,1,1}$, $\overline{2,1,2}$, $\overline{3,1,3}$, c'est-à-dire, que tant que la branche inférieure tombe dans l'intérieur du pied-droit, la branche supérieure et le joint de rupture D demeurent invariables et par conséquent la poussée Q ; mais lorsque la branche inférieure a atteint l'arête intérieure de la culée S et que R augmente, la courbe de pression pénètre dans l'intérieur de la voûte en abandonnant le point D et s'avance vers le point r, la branche inférieure passant toujours par le point S, la poussée augmentant et son point d'application descendant. Enfin, quand la courbe atteint le point r, on est à la limite de la stabilité et, si la force R continue de croître, la voûte est renversée. Le tracé de la courbe de pression n'offre d'ailleurs aucune difficulté, et ce qu'il y a de plus simple, c'est de l'obtenir par tâtonnement. On tracera d'abord la courbe dans l'hypothèse où la force R serait nulle jusqu'au niveau de cette force, puis on en tiendra compte à partir de ce point. Si cette branche inférieure ne perce pas l'intrados au-dessus de S, on aura la courbe cherchée ; si elle perce l'intrados au-dessus de S, on recommencera l'opération en prenant ce point pour joint de rotation, en donnant à Q la valeur qui convient à ce point, c'est-à-dire,

$$Q = \frac{R(H-\zeta)+P(X-\Xi)}{H}$$

et en supposant cette force appliquée au point B ; si la nouvelle courbe ainsi déterminée ne perce pas l'extrados, l'équilibre aura lieu et on pourra apprécier le degré de stabilité de la voûte par la distance de la courbe de pression à l'extrados.

Si la force R est appliquée au-dessus du joint de rupture CD (*fig.* 57), elle le fera descendre immédiatement, parce que la poussée Q augmentera par l'effet de cette force et fera descendre le joint de rupture de D en D_2, ainsi de suite, jusqu'à ce que la courbe, touchant l'extrados, atteigne les limites de la stabilité. Or, il peut arriver qu'à cette position extrême, le joint de rupture se trouve en D_3 et n'atteigne pas encore le point S.

Quant au tracé de la courbe de pression, on l'obtiendra facilement par un tâtonnement graphique.

Supposons le point D déterminé dans l'hypothèse $R = 0$, et cherchons à reconnaître le changement de position que vont amener l'augmentation d'intensité de la poussée Q et la présence de la force R. On sait que la tangente en D passe par le point G (*fig.* 58), projection du centre de gravité de la partie de voûte DB. Si par ce point nous menons la résultante qui convient à la nouvelle intensité de la force Q, nous aurons une ligne G*m* plus oblique que GD et si, par son point de rencontre *m* avec la direction de la force R, nous menons une tangente à l'intrados, elle le rencontrera nécessairement en D′ plus bas que D; or, ce nouveau point D′ est lui-même plus haut que celui qui appartient à la courbe des pressions, car il correspond au point G, abscisse du centre de gravité de DB, tandis qu'il devrait correspondre à G′, abscisse du centre de gravité de BD′.

Ceci posé, pour tracer la courbe des pressions par tâtonnement, on prendra d'abord un point D_2 au-dessous du point D (*fig.* 57), puis on calculera la force Q nécessaire pour faire passer la courbe de pression par ce point d'après la formule

$$Qy = p(x - \xi) + R(y - \zeta),$$

x et y étant les coordonnées de D_2,
p, le poids de la partie de voûte supérieure au point D_2,
ξ, l'abscisse de son centre de gravité;

Q étant déterminée, on tracera la courbe de pression qui, en général, coupera l'intrados en deux points. On recommencera ensuite l'opération en

prenant pour joint de rotation le milieu entre ces deux points, ce qui en déterminera presque toujours la position avec une exactitude suffisante. On pourra d'ailleurs recommencer l'opération, si on a besoin de plus de précision dans les résultats.

D'après ce qu'on vient de dire, on doit reconnaître que, à mesure que R augmente, le point de rotation de la voûte descend de plus en plus, de sorte qu'il finit par atteindre le point S à l'intrados; la courbe de pression s'avance de même vers le point r à l'extrados, qu'elle atteint à la limite de l'équilibre; R continuant à croître, la voûte est brisée en r, la partie supérieure s'élève et la partie inférieure tombe en dedans. Remarquons en même temps que la rotation qui tend à se produire en r a pour effet de faire descendre la pression vers le point B de la clef.

Les procédés que nous venons d'indiquer s'appliqueraient à un nombre quelconque de forces extérieures. La courbe de pression ayant toujours pour équation

$$Qy = p(x - \xi) + R(y - \zeta) + R'(y - \zeta') + \text{etc.},$$

on en déduira facilement le point de rotation par tâtonnement; en prenant un point quelconque de la courbe d'intrados, en substituant ses coordonnées dans l'équation précédente, on aura une valeur de Q qui permettra de tracer la courbe de pression; cette courbe, si elle ne passe pas par le point pris au hasard, coupera l'intrados en deux points et permettra de considérer le point milieu comme le nouveau point de rotation, avec une approximation presque toujours suffisante pour la pratique.

Sans entrer dans plus de détails, nous pouvons aborder maintenant le problème de la stabilité d'un assemblage de voûtes.

Nous considérerons d'abord le cas où deux voûtes ayant des naissances à même hauteur sont séparées par un pilier vertical. Il est évident que si les deux arches sont égales, la courbe de pression dans le pilier est celle qui aurait lieu dans le cas où les deux voûtes n'existeraient pas et que, dans les voûtes, cette courbe est celle qui se réaliserait dans le cas d'une voûte unique comprise entre deux culées immobiles.

Il n'y a donc lieu de s'occuper que du cas où les voûtes sont inégales, comme dans la *fig.* 59. Traçons d'abord dans les deux voûtes, depuis la clef jusqu'aux naissances, les courbes de pression KD, *k*D′, comme si le pilier était immobile. A partir du joint horizontal DD′, la courbe de pression devient une branche d'hyperbole DS dont l'équation serait

$$(Q_1 - Q_2)\, y = p\,(x - \xi),$$

en appelant :

Q_1, Q_2, les poussées des deux voûtes,
p, le poids du pilier jusqu'à l'assise considérée, y compris celui des deux demi-voûtes,
ξ, l'abscisse du centre de gravité des forces verticales qui agissent sur le pilier.

Si, comme l'indique la *fig.* 59, la courbe DS sort du pilier, ce pilier sera d'abord renversé en tournant autour de l'arête E; pendant ce mouvement, une courbe dynamique passant par ce point se formera; mais le pilier, en se renversant, poussera la voûte de gauche sur la culée D″M; ce mouvement tendra à fermer le joint D′C et à faire descendre le point *k*′ vers *b*; cette poussée se transmettra en D″, et si la culée D″MNL n'est pas renversée, ce qu'on reconnaîtra par le tracé de la courbe de pression, l'équilibre se maintiendra. Il est facile de reconnaître la courbe de pression qui correspond à ce cas. Il n'y a, en effet, qu'à donner à Q_2 la valeur qui a pour résultat de faire passer la courbe des pressions par le point E. Or, en appelant :

h, la hauteur du pilier DF,
e, l'épaisseur de ce pilier,
p, son poids,
p', celui de la demi-voûte DB,
Q_1, la poussée de la grande voûte,
Q_2, la poussée de la petite voûte,

on aura, en considérant l'équilibre du pilier par rapport à l'axe de rotation E,

$$Q_2 h + \left(\frac{1}{2} p + p'\right) e = Q_1 h,$$

d'où

$$Q_2 = Q_1 - \left(\frac{1}{2} p + p'\right) \frac{e}{h};$$

on aura donc la valeur de la poussée Q_2 de la petite voûte; à l'aide de cette valeur de Q_2 et du point de rotation D', on pourra tracer la courbe de pression dans la petite voûte. Si son sommet se trouvait plus bas que b, cela indiquerait que la courbe ne passe pas par la naissance et l'on prendrait sur le joint de naissance un point plus élevé, de manière à obtenir ce résultat. On ne peut pas affirmer que cette courbe sera celle qui se réalisera, parce que des vices de construction pourraient changer le point d'application de la poussée à la clef, mais ce sera au moins une parallèle, et le constructeur pourra prendre celle qui sera le plus défavorable à l'équilibre. Une fois ce parti pris, on tracera la courbe de pression symétrique dans l'autre demi-voûte, puis dans le massif formant culée, et si cette courbe ne sort nulle part du dernier massif, tout le système de voûte est en équilibre. Cela tient à la résistance de la culée extrême, sur laquelle se reporte la poussée de la grande voûte par l'intermédiaire de la petite. Or, pour que celle-ci puisse le faire, il faut qu'elle remplisse certaines conditions sur lesquelles nous devons immédiatement appeler l'attention du lecteur.

D'abord il est facile de reconnaître que la flèche de la courbe de pression dans la petite voûte ne variera qu'en raison du poids de la demi-voûte. tandis que la flèche de la demi-voûte peut subir des variations telles que la courbe de pression ne puisse plus y être contenue; car en appelant :

a, la demi-ouverture,
p'', le poids de la demi-voûte,
f, la flèche de la courbe de pression,

on a

$$f = \frac{\frac{1}{2} p'' a}{Q_2}.$$

Or, a et Q_2 sont invariables, il n'y a donc que p'' qui puisse augmenter la flèche. Si Q_2 est très-grand, f sera très petit et la forme de la voûte peut être telle qu'on ne puisse loger la courbe de pression dans le profil de la petite voûte.

Supposons, par exemple, qu'on ait substitué à la voûte surbaissée de la *fig.* 59, le plein-cintre *fig.* 60. Dans cette disposition la courbe de pression, même dans la position la plus favorable, passant au-dessous de la clef, l'équilibre ne pourra plus avoir lieu ; la culée ne sera pas renversée, il est vrai, mais le pilier intermédiaire le sera et la petite voûte sera soulevée à la clef.

On voit que, dans ces circonstances, les plates-bandes ou les voûtes très-surbaissées sont préférables pour transmettre des pressions horizontales. Du reste, remarquons-le en passant, à moins de conditions d'architecture bien impérieuses, la disposition de la *fig.* 59 serait vicieuse en pratique, parce que le pilier intermédiaire portant sur l'angle E éprouverait dans sa partie inférieure des pressions tellement considérables qu'elles pourraient amener l'écrasement des matériaux. Si rien ne s'y opposait, il faudrait tâcher de ramener la courbe des pressions vers le milieu de EF, en chargeant soit la petite voûte, soit le pilier, soit même la grande voûte près de la naissance, ou enfin augmenter l'épaisseur du pilier.

C'est là même une observation générale qui s'applique à tous les cas que nous allons considérer. Dans une construction solidement établie, telle que celles qu'exigent les travaux publics, il ne faut pas que la courbe des pressions passe par les angles des piliers qui la supportent, quoique dans ces conditions l'éqnilibre puisse être très stable. Donc si, comme dans la *fig.* 59, on trouvait par le premier tracé que la courbe de pression naturelle sort des piliers comme D S, au lieu de chercher la courbe de pression définitive, il serait préférable de modifier les dispositions du projet, de manière à ramener la courbe de pression dans l'intérieur des bases, auquel cas ces

courbes se confondent. Il semblerait donc qu'il n'y a pas lieu de s'occuper du cas où les voûtes se poussent les unes sur les autres, puisqu'on ne doit pas le rencontrer dans la pratique; mais nous croyons que le constructeur ne doit rien ignorer de ce qui concerne l'équilibre des constructions, que de plus, il peut se rencontrer des circonstances exceptionnelles qui obligent à avoir recours à cet expédient; enfin on verra plus tard que dans les grands ponts où, par économie, toutes les arches ne sont pas construites à la fois, on tire parti de la poussée réciproque des voûtes pour obtenir leur équilibre provisoire sur des piles qui sont loin d'avoir l'épaisseur nécessaire pour résister comme culées.

Ainsi supposons qu'on ait plusieurs petites voûtes situées à la suite de la grande et cherchons comment s'établit la poussée d'une voûte à l'autre (*fig.* 61).

Nous avons déjà déterminé plus haut la poussée de la première demi-voûte par l'équation

$$Q_2 = Q_1 - \left(\frac{1}{2}p + p'\right)\frac{e}{h};$$

en appelant p'' le poids d'une des petites demi-voûtes, on aurait de même, en considérant l'équilibre du second pilier,

$$Q_3 = Q_2 - \left(\frac{1}{2}p + p''\right)\frac{e}{h}$$

et, en considérant celui du troisième,

$$Q_4 = Q_3 - \left(\frac{1}{2}p + p''\right)\frac{e}{h};$$

on voit que la poussée décroît d'une voûte à l'autre suivant une progression arithmétique dont la raison est

$$\left(\frac{1}{2}p + p''\right)\frac{e}{h}.$$

Si donc sur le milieu de la première demi-voûte, on élève une verticale égale à Q_2 et sur la seconde, une verticale égale à Q_3, et qu'on joigne l'extrémité de ces deux lignes, on aura une ligne inclinée qui déterminera la poussée de chaque voûte et le nombre de voûtes nécessaire pour faire équilibre à la grande voûte. On le déterminerait analytiquement en remarquant qu'en faisant l'addition des équations précédentes, on a

$$Q_n = Q_1 - \frac{e}{h}\left[\left(\frac{1}{2}p + p'\right) + (n-2)\left(\frac{1}{2}p + p''\right)\right];$$

on aurait donc n en égalant à zéro le second membre de cette équation. Ainsi on peut faire équilibre à une voûte par une série de voûtes accolées à la culée; ce n'est certes pas un moyen économique, mais des convenances architecturales peuvent conduire à adopter ce système.

On remarquera que quoique les petites voûtes soient toutes égales, la courbe des pressions est différente dans chacune d'elles, car elles sont soumises à des poussées différentes; la flèche de la courbe augmente à mesure qu'elles s'éloignent de la grande voûte précisément en raison de la poussée. On voit ainsi se réaliser dans une même voûte cette infinité de courbes de pressions possibles qu'admet la théorie actuelle et qui sont, il est vrai, toutes compatibles avec l'équilibre de la voûte, mais qui ne peuvent se produire que sous l'influence de forces extérieures.

La poussée horizontale d'une voûte étant la même dans tous les voussoirs, il en résulte qu'on peut contre-buter une voûte par une demi-voûte de même rayon, comme dans la *fig.* 62; alors dans le pilier intermédiaire, la courbe de pression se réduit à une verticale comme dans le cas de deux voûtes symétriques et la hauteur de la culée diminue de toute la flèche de la voûte, ce qui permet d'en réduire considérablement l'épaisseur. C'est sur ce principe qu'est fondée la théorie des arcs-boutants, qui diffèrent du cas de la *fig.* 60, en ce que la seconde voûte n'est pas continue. Quoi qu'il en soit, la poussée que ces arcs doivent fournir doit se calculer comme pour le cas de la *fig.* 59. La valeur de Q^2 étant obtenue par l'équation

$$Q_2 = Q_1 - \left(\frac{1}{2}p + p'\right)\frac{e}{h},$$

on la partagera entre le nombre n des arcs-boutants, puis, au moyen de cette valeur, on déterminera la courbe des pressions dans chacun d'eux et dans leurs culées, auxquelles on devra donner une épaisseur suffisante pour prévenir le renversement. On pourra diminuer cette épaisseur en chargeant la partie supérieure de la culée. Inutile de s'arrêter sur ces détails qui sont une conséquence directe de la théorie que nous exposons.

Passons au cas où la naissance des voûtes n'est pas située à la même hauteur et considérons d'abord celui où la petite voûte est au-dessous de la grande. Si, dans la *fig.* 59, nous supposions la petite voûte descendue parallèlement à elle-même, de manière que sa naissance fût au-dessous du point S, il n'y aurait pas d'équilibre possible, car toute la partie située au-dessus de la naissance la plus basse est dans les conditions d'une voûte simple et doit être en équilibre par elle-même. Il faut donc supposer la voûte placée au-dessus du point S (*fig.* 63), pour qu'il y ait lieu à vérifier l'équilibre. Dans cette hypothèse, pour que le pilier intermédiaire ne soit pas renversé, on doit avoir

$$Q_1 H = Q_2 h + e\left(p' + \frac{1}{2}p\right)$$

d'où

$$Q_2 = Q_1 \frac{H}{h} - \left(p' + \frac{1}{2}p\right)\frac{e}{h};$$

on voit qu'ici la poussée de la petite voûte doit avoir une intensité plus grande que dans le cas où les deux voûtes sont au même niveau. La petite voûte sera donc astreinte à avoir une flèche plus petite; mais si cette condition est remplie (elle le serait toujours pour une plate-bande), l'équilibre ne dépendra plus que des dimensions de la culée. Or, Q_2 étant déterminé pour la petite voûte, on peut y tracer la courbe de pression et vérifier si elle est contenue partout dans le massif. Ce cas ne peut donc pas présenter plus de difficulté que les précédents.

Si la petite voûte est placée au-dessus de la grande (*fig.* 64), la valeur de Q_2 est déterminée par la même équation, seulement on remarquera que h étant plus grand que H, Q_2 est plus petit que dans le cas précédent. Cependant il peut être encore assez considérable pour détruire l'équilibre de la partie du pilier située au-dessus de la naissance de la grande voûte, ce qui aurait lieu, par exemple, si la courbe de pression dans la petite voûte prenait une position telle que K'S'. Cette voûte, avec ses pieds-droits jusqu'à la naissance de la grande voûte, peut être considérée comme une voûte surélevée dont la poussée compatible avec l'équilibre est limitée. Ainsi une fois la valeur de Q_2 obtenue, on devra considérer la construction comme en danger si la courbe de pression rencontre le pilier au-dessus de F. Si cela n'a pas lieu, la courbe de pression de la petite voûte viendra tomber sur le joint de naissance de la grande voûte et modifiera la courbe de pression DS, qui deviendra DE. Le pilier intermédiaire sera en équilibre; il ne restera plus qu'à vérifier, par le tracé de la courbe de pression, s'il en est de même pour la culée.

Si la culée était remplacée par une série de voûtes quelconques, on trouverait évidemment par le même procédé les poussées Q_3, Q_4, relatives à ces voûtes.

Si le pilier était soutenu par deux étages de voûtes ou par un plus grand nombre (*fig.* 65), il deviendrait impossible de déterminer exactement la poussée de chacune des demi-voûtes. C'est une indétermination inévitable et de même nature que celle qui existe au sujet du point d'application de la poussée. L'équilibre est, en effet, compatible avec des intensités de poussée très différentes dans chacune des deux demi-voûtes; ainsi en appelant Q'_2 et h' la poussée et la hauteur de la voûte inférieure, on aura, pour déterminer Q_2 et Q'_2, l'équation unique

$$Q_2 h + Q_2' h' = Q_1 h - e\left(p' + \frac{1}{2} p\right).$$

Il ne suit pas de là qu'on puisse donner à Q_2 et Q'_2 des valeurs quelconques depuis zéro; il est évident, en effet, que ces quantités ont au

moins l'intensité due au poids et à la flèche de chacune des voûtes, comme dans le cas où le pilier serait immobile. De plus si on suppose que la résultante passe par le pied du pilier, il y a un commencement de renversement du pilier EL qui aura nécessairement pour effet de déplacer les naissances D′ et D″ de quantités proportionnelles aux hauteurs h et h'. Il est donc permis de supposer comme approximation

$$Q'_2 : Q_2 :: h' : h,$$

ce qui donnerait

$$Q'_2 = Q_2 \frac{h'}{h}.$$

Cette équation, combinée avec la précédente, donnerait Q_2 et Q'_2, ce qui permettrait de tracer la courbe de pression dans la culée. Sans doute le procédé que nous indiquons n'est qu'une approximation, et s'il s'agissait de trouver les dimensions limites de l'équilibre, il ne mériterait pas grande confiance, mais comme dans la pratique, on se tient toujours loin de ces limites, l'erreur qu'on peut commettre en le suivant ne saurait avoir de conséquences fâcheuses.

Dans les exemples que nous venons d'examiner et dans tous ceux qu'on pourrait se proposer, on voit qu'il s'agit toujours d'établir les conditions d'équilibre du pilier sur lequel les voûtes prennent leur naissance. Pour cela, la première chose à faire c'est de tracer la courbe de pression dans l'hypothèse où les voûtes auraient leur poussée naturelle, c'est-à-dire, celle qui est due à leur poids. Si cette courbe de pression est contenue tout entière dans le pilier, le problème est résolu; mais si elle sort du pilier, cela indique que celui-ci pousse les voûtes du côté où il doit se renverser.

On cherche alors quelle doit être la poussée de ces voûtes pour que l'équilibre soit rétabli, ce qui détermine la poussée des voûtes pressées et leurs courbes de pression. Si la forme des voûtes pressées permet à la poussée d'atteindre l'intensité voulue par l'équilibre, il ne reste plus qu'à

vérifier si la courbe de pression ne sort pas de la culée opposée. Si au lieu de culée, il y a un second pilier et d'autres voûtes, on procède pour ce second pilier comme pour le premier, etc.

Il peut arriver qu'une voûte s'appuie sur une autre directement sans l'intermédiaire d'aucun pilier. Soit, par exemple, le cas de la *fig.* 66, qui représente un évidement sur une pile de pont dans le genre de ceux qu'on exécute aujourd'hui. Il est clair que dans la petite voûte, la courbe de pression se détermine comme dans le cas le plus simple. Elle passera à la naissance et par un point à la clef qui sera d'autant plus élevé que la grande voûte s'abaissera davantage au décintrement. Voyons maintenant ce qui se passera dans la grande voûte; si elle était isolée, on aurait une certaine courbe KδR, correspondant à une poussée Q_0 facile à déterminer, car le point de rupture δ est connu. Comme nous l'avons vu plus haut, la force extérieure appliquée en M, se trouvant au-dessus du joint de rupture, la poussée de la grande voûte sera augmentée et il est très facile d'en avoir une valeur approchée. Soient en effet :

x_0, y_0, les coordonnées du point de rupture δ pour la grande voûte, indépendamment de la petite voûte,

x', y', les coordonnées du nouveau point de rupture δ' produit par la poussée de la petite voûte,

x'', y'', les coordonnées du point M,

p_0, p', les poids de la demi-grande voûte de B en δ et de B en δ',

p'', le poids de la petite demi-voûte,

ξ_0, ξ', les abscisses des centres de gravité des portions de voûte Bδ, Bδ',

Q_0, la poussée de la grande voûte, indépendamment de la petite voûte,

Q, la poussée eu égard à la petite voûte,

R, la poussée horizontale de la petite voûte,

on aura pour l'équation d'équilibre autour de l'axe δ',

$$Qy' = p'(x' - \xi') + p''(x'' - x') + R(y' - y''),$$

d'où

$$Q = \frac{p'(x' - \xi')}{y'} + \frac{p''(x'' - x')}{y'} + R - R\frac{y''}{y'};$$

le terme

$$\frac{p'(x' - \xi')}{y'}$$

diffère peu de

$$\frac{p_0(x_0 - \xi)}{y_0}$$

qui correspond à la poussée du cas ordinaire (il est un peu plus petit, puisque le point dont les coordonnées sont x_0 et y_0 est celui qui donne le maximum de la fonction $\frac{p(x - \xi))}{y}$, on peut donc le remplacer par Q_0. Le second terme sera en général fort petit et d'autant plus négligeable qu'on a augmenté la valeur du premier. On peut donc écrire comme valeur approximative de Q

$$Q = Q_0 + R - R\frac{y''}{y'},$$

quantité facile à calculer *à priori*.

A l'aide de cette valeur de Q, on tracera facilement la courbe de pression. Si on a pris pour Q une valeur un peu trop faible, elle coupera l'intrados un peu au-dessus et un peu au-dessous du point δ' et on prendra le milieu entre ces deux points pour le nouveau point de rotation. Si on a pris, au contraire, une valeur trop forte, la courbe de pression sera tout intérieure et on prendra sur l'intrados le point qui en sera le plus voisin. Il ne serait même pas nécessaire de calculer d'abord une valeur de Q approximative, ce calcul préliminaire ne fait qu'abréger le tâtonnement. Quoi qu'il en soit, on voit qu'il sera très facile de déterminer la courbe de pression, quel que soit le procédé qu'on adopte.

Le cas que nous venons de considérer n'est qu'une application de celui que nous avons examiné, d'une voûte pressée par une force horizontale extérieure et supérieure au point de rupture; nous croyons inutile de faire une application spéciale du cas où la voûte poussante serait située au-dessous du joint de rupture de la voûte poussée. Il est évident, du reste, qu'il est impossible d'épuiser toutes les combinaisons qu'on pourrait imaginer; nous nous bornerons donc aux exemples que nous venons de choisir et qui suffiront pour donner la marche à suivre dans les cas les plus compliqués, qui tous trouveront une solution par quelques tâtonnements faciles et rapides.

Nous allons examiner maintenant le cas où les voûtes se trouvent consolidées par des armatures spéciales ou par des supports intermédiaires.

Imaginons que dans la voûte de la figure 67, on ait solidifié par des armatures toute la partie inférieure au joint de rupture δ; il est évident que cela ne changera rien à la courbe des pressions et que le renversement de la voûte se fera comme dans le cas ordinaire. Ces armatures devraient donc être considérées comme peu utiles, tant qu'elles ne franchiraient pas le point δ; mais si elles montaient jusqu'en δ', elles diminueraient la poussée, la courbe de pression qui était KδR, deviendrait K$\delta' n$R', le point R' s'avancerait vers E, à mesure que le point δ' monterait vers la clef, et l'atteindrait pour un certain point δ'' où la poussée atteint son minimum. Il faut remarquer, en effet, qu'il y a ici deux forces en présence; la partie supérieure pousse la partie inférieure comme une voûte incomplète, mais cette poussée va sans cesse en diminuant à mesure que le monolithe inférieur s'accroît et que la partie supérieure non armée décroît. D'un autre côté, le monolithe inférieur penche de plus en plus en dedans, à mesure que l'abscisse de son centre de gravité passe plus en avant du point E et il arrive un moment où la poussée de la voûte ne fait que suffire à l'équilibre du monolithe; à partir de ce point, si le monolithe augmente aux dépens de la voûte, c'est lui qui pousse la voûte, de sorte que la poussée reste constante et la courbe de pression conserve la position Kδ''E. On remarquera que dans cet exemple, l'équi-

libre n'exige plus que la courbe de pression soit tout entière comprise dans la surface de la voûte, elle peut en sortir dans toute la partie qui forme monolithe et qui alors résiste par la cohésion des matériaux.

Considérons maintenant le cas où c'est la partie supérieure ABIF qui est armée de manière à former monolithe, (*fig.* 67, côté droit). Cette partie ne poussant pas, il suffit de déterminer la poussée de la partie inférieure. Or, elle peut être considérée comme une voûte en ogive chargée à la clef d'un poids égal à celui de la partie de voûte BI. On déterminera le point de rupture δ, en cherchant sur l'intrados un point tel que sa tangente vienne rencontrer sur l'horizontale IQ la projection du centre de gravité de la partie de voûte δI composé avec le poids qui agit en I. Le point δ étant déterminé, on en déduit par les procédés ordinaires la courbe de pression. On reconnaît facilement que l'armature de la partie supérieure de la voûte fait descendre le point de rupture et diminue d'autant plus la poussée que le monolithe supérieur est plus considérable.

Cet exemple résout le cas des tirants en fer qu'on place quelquefois dans les voûtes, surtout dans celles qui, couvrant des édifices élevés, exigeraient des culées très épaisses. On arrive par ce moyen à diminuer considérablement la poussée.

Si le tirant se trouve au-dessous du joint de rupture (*fig.* 68, côté gauche), le mouvement de la voûte se fera comme dans le cas ordinaire, mais la culée pourra être moins épaisse, puisque la poussée est détruite par le tirant convenablement serré. La courbe de pression qui aurait été KδR et aurait indiqué que le mur d'appui n'était pas en équilibre, devient KδR'.

Si le tirant est placé au-dessus du joint de rupture, comme dans la figure 68, côté droit, il aura pour effet de détruire la poussée de la partie supérieure de la voûte qu'on ne doit plus considérer que comme un poids vertical placé en T; la courbe de pression qui aurait été KδR devient Kδ'R'.

On peut donc, au moyen de tirants reliés à l'extrados par des barres longitudinales, combattre la poussée des voûtes. Ce moyen peut être employé dans les édifices où la solidité et l'économie doivent être préférées à l'élégance de l'architecture. L'effet des tirants est trop facile à calculer pour que nous insistions davantage sur cette disposition. On devra toutefois se rendre compte de l'effet de leur dilatation par la chaleur.

Imaginons maintenant qu'au milieu d'une voûte en plein cintre *fig.* (69), existe un support vertical et cherchons à nous rendre compte des modifications qui peuvent en résulter pour l'équilibre. Partons du cas où la pression de ce support sur la clef de la voûte est nulle et supposons qu'elle aille en croissant successivement. Pour une sous-pression égale à R, prenons, à droite et à gauche du support, une longueur de voûte telle que son poids soit égal à R. Il est clair que pour l'équilibre de cette portion de voûte, il faut que les pressions sur les joints extrêmes soient horizontales; en effet si elles ne l'étaient pas, leurs directions se rencontreraient sur l'axe vertical de la voûte et auraient une résultante. Ainsi la courbe de pression est horizontale sur deux joints situés à égale distance de l'axe et qui sont tels qu'ils détachent de la voûte un poids égal à R, car près de la clef, les joints peuvent être considérés comme verticaux, d'où il suit que la résultante des pressions est tangente à la courbe des pressions. Si maintenant on considère l'équilibre de la moitié du solide dont le poids est égal à R, on reconnaît que le point d'application de la poussée à la clef doit être au-dessous de α, pour former un couple équivalent à celui qui résulte du poids du solide et de la réaction de l'appui, ce qui donne à la courbe des pressions la forme indiquée par la figure 69. On la trouverait du reste par le procédé général; ce que nous venons de dire n'a d'autre but que de constater le type de la courbe. On peut considérer les arcs inférieurs aux joints mn, $m'n'$, comme des moitiés d'ogives pour lesquelles le tracé de la courbe des pressions ne présente aucune difficulté, suivant le procédé que nous avons indiqué pour ces natures de voûte. A mesure que la sous-pression R croît, l'arc Bn croît aussi, et le point α de la courbe finit par

atteindre l'extrados de la voûte; s'il était dépassé, la voûte serait renversée (*).

Il pourrait se faire qu'on ne connût pas la réaction de l'appui B, comme cela arriverait, par exemple, si cet appui était laissé après le décintrement. Alors la courbe de pression est indéterminée; on sait seulement qu'elle ne peut atteindre la limite qui amènerait le renversement de la voûte, car ce renversement supposerait un soulèvement de la clef.

Si l'appui n'était pas situé au milieu de la voûte (*fig.* 70), on déterminerait aussi facilement la courbe de pression. Supposons d'abord que la compression de l'appui soit égale au poids de la partie de voûte comprise entre l'appui et la clef; il est clair que cette partie pourra être considérée comme une voûte incomplète, dont le point d'appui formerait la culée et dans laquelle la courbe de pression viendrait percer l'intrados sur l'appui même. On la tracerait ensuite dans la partie inférieure comme dans un massif poussé horizontalement à sa partie supérieure. Si la sous-pression du point d'appui est inférieure au poids de la partie supérieure de la voûte, la courbe de pression ne viendra pas jusqu'à l'intrados sur le point d'appui. Elle n'en approchera qu'à une certaine distance qu'on déterminera par tâtonnement de la manière suivante : prenant au-dessus du point d'appui un point α quelconque, on tracera la courbe de pression à l'aide de ce point et d'un autre pris au-dessus du milieu de la clef en tenant compte de la sous-pression. Si la courbe ainsi déterminée coupe l'intrados en deux points, c'est que la poussée est trop faible, il faut remonter le point α jusqu'à ce qu'elle devienne tangente. Si la courbe d'essai ne touchait pas l'intrados, on descendrait le point α. On aura d'ailleurs une idée de la forme de cette courbe en remarquant que si on prend au droit du point d'appui un solide dont le poids soit égal à la sous-pression et dont le centre de gravité soit

(*) Cette recherche de la courbe de pression dans le cas où une force — R est appliquée à la clef suppose que cette sous-pression est transmise aux joints voisins par l'effet du frottement, car dans le cas où le frottement serait nul, il est évident que l'effet de la force R se bornerait à faire sortir la clef par l'extrados; mais dans la pratique il n'en est pas ainsi. La poussée à la clef fait naître avec les voussoirs voisins une adhérence à l'aide de laquelle ils sont soulevés comme s'ils ne faisaient qu'un monolithe.

situé dans la direction de cette force, on aura ainsi deux joints sur lesquels la pression sera égale en intensité et en direction; d'où il suit que la courbe de pression présente, au droit du point d'appui, un point d'inflexion, comme nous l'indiquons dans la *fig.* 70. On voit que ce point d'appui intermédiaire diminue la poussée et fait descendre le joint de rupture.

Dans ce qui précède, nous avons supposé qu'il y avait deux points d'appui symétriquement placés par rapport à l'axe de la voûte. S'il n'y en avait que d'un côté, la voûte devrait être considérée comme non symétrique. On commencerait à déterminer la courbe de pression pour le côté où il n'y a pas de point d'appui, ce qui ferait connaître la poussée; puis, à l'aide de cette donnée, on tracerait la courbe de pression dans l'autre demi-voûte et cette courbe ne toucherait plus l'intrados. Il n'y a plus alors d'autre tâtonnement que celui que comporte, dans le tracé de la courbe de pression de la demi-voûte libre, la détermination du point d'application de la poussée à la clef.

Nous croyo[illegible]que les principes que nous avons exposés et appliqués à un certain nor[illegible] cas particuliers permettront de résoudre tous les problèmes q[illegible]enter la recherche de la stabilité des voûtes en berceau dans to[illegible]onstances où elles peuvent se trouver. Ces voûtes sont à peu pr[illegible]eules qu'on emploie dans la construction des ponts et nous pourrio[illegible]s peut-être nous dispenser de parler des autres voûtes; mais puisque nous avons été entraîné à exposer les principes généraux de la théorie des voûtes, nous croyons devoir compléter cette étude théorique par quelques considérations sur les autres espèces de voûtes.

Dans les ouvrages qui traitent de la stabilité des voûtes, on ramène le problème de la stabilité des dômes à celui des voûtes en berceau, en considérant une petite portion de ces dômes comprise entre deux plans méridiens verticaux (*fig.* 71). L'équilibre de cet élément du dôme peut alors se calculer de la même manière que celui d'une section de la voûte en berceau, en ayant soin de calculer le poids et la position du centre de gravité des portions de voûte depuis la clef jusqu'au joint considéré, non pas d'après la surface méridienne, mais d'après le solide. On peut imaginer, du reste, un extrados

fictif (ligne ponctuée), dont la surface depuis la clef jusqu'au joint serait proportionnelle au volume de la voûte. Alors on pourra opérer avec cet extrados comme s'il s'agissait d'une voûte en berceau. A l'aide de la figure, on voit que le joint de rupture est plus bas que dans la voûte en berceau extradossée parallèlement, car les abscisses du centre de gravité des portions de voûte correspondant à un joint quelconque sont plus grandes pour la voûte en dôme que pour la voûte en berceau; la tangente à l'intrados qui passe par la projection du centre de gravité s'approche donc plus de la verticale.

Quoi qu'il en soit, on voit que dans cette hypothèse rien n'est si facile que de calculer la courbe de pression correspondant au dôme ou à une fraction du dôme. On pourrait la continuer de même dans le mur qui porte le dôme et elle représenterait son état d'équilibre dans l'hypothèse où le dôme aurait été construit par plans méridiens juxtaposés sans aucune liaison entre eux, ce qui n'est pas la méthode ordinaire où, au contraire, des liaisons nombreuses sont établies dans les assises horizontales, de sorte qu'une division par un plan méridien ne peut que difficilement se produire. Il résulte de cette observation que s'il y a équilibre dans l'hypothèse d'une division en plans méridiens sans liaison, il y a à plus forte raison équilibre dans le mode de construction ordinaire; mais s'il n'y a pas équilibre dans cette hypothèse, il n'est pas permis d'en conclure qu'il n'y aura pas non plus équilibre dans le mode ordinaire de construction, parce que les liaisons qu'on établit dans le sens horizontal s'opposent au renversement de la culée, puisque ce renversement ne peut avoir lieu qu'autant que le cylindre-culée se divisera suivant des arêtes verticales. Ainsi, l'hypothèse des plans verticaux méridiens est très défavorable à l'équilibre et ne représente pas exactement la résistance de la construction. Il faut d'ailleurs complétement l'abandonner quand le dôme est percé à sa partie supérieure par un vide circulaire, ce qui arrive souvent dans les édifices où ce vide porte une tour dite lanterne. Alors l'assimilation à la voûte en berceau devient impossible, puisque ces voûtes ne peuvent se passer de clef.

Avant d'expliquer comment s'établit l'équilibre des dômes tronqués, nous devons rappeler un théorème connu de mécanique, qu'on peut exprimer

ainsi : quand un cercle est pressé ou tiré par des forces égales dans le sens des rayons, ces forces produisent une pression ou tension qui est $T = FR$, F étant la force extérieure par mètre courant et R le rayon du cercle. On s'en rend facilement compte en construisant le parallélogramme des forces sur un arc de cercle *ds*; la ligne DE (*fig.* 72) sera proportionnelle à F*ds* et la ligne DB à T; les triangles semblables DBE, ABC donnent le rapport

$$\frac{DE}{DB} = \frac{AB}{BC} \quad \text{ou} \quad \frac{F\,ds}{T} = \frac{ds}{R},$$

d'où

$$T = FR \quad \text{et} \quad F = \frac{T}{R}.$$

Or, si l'on imagine qu'un dôme soit décintré avant que la clef soit posée, ou qu'il entre dans la nature de la construction d'avoir un vide circulaire à son sommet, il est évident que la partie inférieure ne tombera pas et qu'il n'y aura qu'une légère inflexion vers l'intérieur de la partie supérieure au joint de rupture. Ainsi, si l'intrados occupait sur le cintre la position indiquée par les lignes pleines (*fig.* 71), il occupera après le décintrement celle qui est indiquée par les lignes ponctuées, tassement tout à fait analogue à celui des voûtes en berceau. Par suite de ce tassement, on voit que toutes les assises horizontales du dôme qui forment des espèces de couronnes se resserrent, puisque leur diamètre diminue. Cette contraction étant exprimée par T donne lieu à une force horizontale dans le sens du rayon $\frac{T}{R}$ qui maintient l'équilibre du voussoir sur son joint et remplace la poussée. $\frac{T}{R}$ étant l'expression de la force par mètre courant, il s'ensuit qu'elle est pour l'assise entière $2\pi R \times \frac{T}{R} = 2\pi T$ et que, pour une partie aliquote de la circonférence $\frac{2\pi}{n} = \alpha$, elle est αT.

Cherchons maintenant à nous rendre compte approximativement de la valeur de T. Il est naturel de supposer que la compression est proportionnelle

à la diminution du développement circulaire des assises ou, ce qui revient au même, à la diminution du rayon. Ainsi, on aura

$$T = \frac{E\,(R - R')}{R}.$$

Or, il est évident sur la figure que $R - R'$ va en diminuant du haut en bas d'une manière sensiblement régulière, tandis qu'au contraire R croît comme les abscisses du cercle; par ce double motif, la valeur de T décroît rapidement à mesure que R augmente. Si, par exemple, on élève une perpendiculaire δE (*fig.* 74) et qu'on porte sur cette ligne des abscisses proportionnelles aux poussées correspondant à chaque assise, leurs extrémités détermineront une courbe aigüe en δ, c'est-à-dire que les abscisses décroîtront plus rapidement que les abscisses de la droite $T\delta$. La surface du triangle rectangle à hypoténuse courbe représenterait la poussée du dôme tronqué et le point d'application de cette force passerait par le centre de gravité de ce triangle. Pour calculer exactement l'intensité de la poussée et son point d'application, il faudrait faire des hypothèses sur la courbe $Tn\delta$; par conséquent, les résultats n'auraient pas beaucoup d'exactitude. Ce que nous avons voulu surtout mettre en évidence, c'est la différence qui existe entre la voûte en dôme et la voûte en berceau. Dans cette dernière, la poussée est constante dans tous les voussoirs, ou plutôt c'est la poussée à la clef qui se transmet dans tous les voussoirs; dans la voûte en dôme, chaque assise a une poussée spéciale, de sorte que le tracé de la courbe de pression aurait lieu d'une manière différente. Ainsi, pour trouver le point de passage sur un joint donné, il faudrait d'abord, comme pour la voûte en berceau, chercher l'abscisse du centre de gravité de la partie de la voûte supérieure au joint ainsi que son poids, mais encore la résultante de la poussée de toutes les assises supérieures et son point d'application, résultante qui croîtrait et point qui descendrait à mesure qu'on considérerait un joint plus bas. Cela est vrai pour les dômes complets comme pour les dômes tronqués; c'est à tort, selon nous, que M. Navier, dans ses *Leçons de mécanique*, établit une distinction entre eux sous ce rapport. Il est vrai que dans le dôme complet la

poussée à la clef pourrait tenir lieu des poussées élémentaires de chaque assise, qui dès lors ne sont pas indispensables à l'équilibre; mais pour être convaincu qu'elles se produisent, il suffit d'observer que même dans le dôme complet, il se produit un tassement général qui fait descendre la clef de B en B′ (*fig.* 71). Toutes les assises circulaires de la voûte se resserrent donc et cette contraction fait naître une poussée horizontale qui tend à les ramener à leur position primitive. M. Dejardin, dans sa *Routine des voûtes*, nous paraît avoir plus exactement rendu compte du phénomène en disant : « Dans la « réalité, il est probable que l'équilibre naturel participe des deux modes « de résistance que l'on vient de spécifier, sans qu'il soit possible d'assigner « à chacun son degré de prépondérance. »

Nous dirons cependant que si la voûte est bien construite, la poussée ne doit pas prendre de valeur finie à la clef, et que ce qu'il y a de plus rationnel à supposer, c'est qu'elle croît graduellement depuis le joint de rupture jusqu'au sommet suivant une loi inconnue. Quoiqu'il en soit, il résulte de cette analyse que le point d'application de la résultante des poussées est sensiblement plus bas que ne le donnerait l'hypothèse des onglets compris entre deux plans méridiens. Or, comme la tangente à l'intrados au point de rupture doit rencontrer la direction de la résultante des poussées sur la verticale qui passe par le centre de gravité de la partie de voûte supérieure, il s'ensuit que l'abaissement de la résultante des poussées doit relever le point de rupture. Pour s'assurer de cette conséquence, supposons qu'on ait déterminé le point de rupture δ (*fig.* 73) correspondant au point d'application d, la tangente δG coupera la direction de la poussée dG au point G, abscisse du centre de gravité de la partie de voûte supérieure au point δ, tandis qu'elle coupera la droite d'G′ à un point G′ plus éloigné que G. Il faudra donc remonter sur le cercle en δ' pour que la tangente δ'G″ rencontre l'horizontale d'G′ au même point que la verticale passant par le centre de gravité de la partie supérieure de la voûte. En résumé, la forme sphérique de la voûte fait baisser le point de rupture par rapport à la voûte en berceau, tandis que la résultante de la compression des assises circulaires qui tient lieu de poussée, se trouvant plus basse que n'est cette dernière force, le fait remonter. On peut donc admettre

que ces deux influences contraires se détruisent et que, dans le dôme, le joint de rupture est situé à peu près à la même hauteur que dans la voûte en berceau. Pour le déterminer exactement, il faudrait faire une hypothèse sur la position de la poussée et ici le champ de l'incertitude est beaucoup plus considérable que dans les voûtes en berceau, parce que, dans ces dernières voûtes, la poussée passe nécessairement dans l'épaisseur de la clef, tandis que dans les dômes la résultante des poussées peut être plus basse.

On remarquera qu'au-dessous du joint de rupture et même un peu au-dessus, la courbe de pression peut se tracer par le procédé ordinaire, c'est-à-dire, en supposant la poussée constante en intensité et en direction; on pourrait donc chercher le point de rupture par des tâtonnements analogues à ceux que nous avons indiqués pour les voûtes en berceau. En commençant le tracé de la courbe par le joint de naissance sur lequel on se donnerait un point, on éviterait la complication qui résulte de la nature spéciale de la poussée.

Au-dessus du joint de rupture, toutes les assises du dôme sont de plus en plus contractées; au-dessous de ce joint, elles sont distendues par la poussée. Si l'on appelle

$$Q = \frac{p}{y}(x - \xi)$$

la poussée totale du dôme, c'est-à-dire, le poids de la calotte au-dessus du joint de rupture multiplié par la distance du centre de gravité de l'onglet à l'arête du joint divisé par la hauteur du point d'application de la poussée, la poussée par mètre courant de circonférence sera $\frac{Q}{2\pi r}$ et la distension suivant un plan vertical $\frac{Q}{2\pi}$. La tour qui supporte le dôme ne pouvant être renversée qu'autant qu'il se formera une disjonction par un plan vertical, on voit que ce renversement ne pourra avoir lieu qu'autant que la cohésion sera vaincue. Si donc il se forme des fissures verticales dans la tour, elles se produiront nécessairement suivant les arêtes qui se trouvent interrompues par des portes, fenêtres ou ouvertures quelconques et pré-

sentent le moins de résistance. Il suit de là aussi qu'on peut empêcher le renversement de ces tours au moyen de cercles en fer placés au-dessous du joint de rupture. Presque tous les dômes sont pourvus de ces armatures qui tiennent lieu des tirants employés dans les voûtes en berceau, mais qui ici ne sont pas apparentes et ont ainsi l'avantage de ne rien enlever à l'élégance et à la hardiesse de la construction.

Nous avons déjà fait remarquer que d'après les conditions spéciales d'équilibre du dôme, cette construction n'avait pas besoin d'être fermée à la partie supérieure; nous ajouterons qu'elle peut être ouverte aussi par des plans méridiens et qu'une fraction de dôme se trouve en équilibre quand l'arc conservé dans chaque assise horizontale est assez grand pour que la tendance de l'assise à augmenter de rayon ne puisse faire glisser les pierres extrêmes. L'onglet compris entre deux plans méridiens quelconques et limité à la clef se trouve nécessairement en équilibre, si l'on suppose que les assises soient des monolithes et que le centre de gravité de la somme des assises supérieures tombe dans l'intérieur de la corde de l'assise inférieure. Ainsi, si nous considérons l'hémicyle de la *fig.* 75, il est évident que si, comme nous venons de le dire, toutes les assises forment monolithe, aucune d'elles ne pourra tourner autour de son diamètre. Maintenant si les assises sont composées de voussoirs, chacune d'elles pourra être considérée comme une voûte placée sur la surface conique de l'assise inférieure. Or, pour que cette voûte se disloquât, il faudrait que ses parties glissâssent sur le joint inférieur, ce qui ne peut avoir lieu à cause du frottement. On remarquera du reste que l'hémicycle supprimé peut être remplacé par des forces horizontales perpendiculaires à la tête de l'hémicycle conservé; que, par conséquent, on peut considérer les pierres de tête comme poussées au vide par l'effet de la poussée; en général, le frottement suffira pour les maintenir, mais on ajoutera à la puissance de son effet en les reliant au mur de tête avec lequel elles sont engagées. Il y a souvent en architecture une disposition qui contribue puissamment à l'équilibre de l'hémicycle, c'est que cette construction termine une voûte en berceau de même profil. L'équilibre est alors aussi solidement établi que pour le dôme complet.

Comme nous l'avons déjà dit, les voûtes en dôme peuvent être tronquées par le sommet et l'on peut établir sur le cercle supérieur des tours ou lanternes ; il est évident que le poids de ces constructions et leur influence sur la position du centre de gravité doivent entrer dans le calcul de la poussée qui nécessairement s'en trouvera augmentée. Nous croyons inutile de nous arrêter à ces cas particuliers où l'on ne rencontre aucune difficulté qui ne soit résolue par la théorie générale que nous avons exposée.

On appelle voûtes en arc de cloître celles qui, recouvrant des polygones en général réguliers, sont formées par des portions de voûte en berceau coupées par des plans méridiens se réunissant au centre du polygone (*fig.* 76). Ce sont, pour ainsi dire, des voûtes en dôme dans lesquelles on aurait remplacé les cercles par des polygones. Il est évident qu'on peut, pour ces voûtes comme pour les dômes et mieux encore, considérer l'équilibre de deux portions opposées, mais on ne tiendrait pas compte ainsi de l'effet de la contraction des assises horizontales d'où résulte dans les plates-bandes de chaque assise une force qui pousse à l'extérieur. Par des calculs et des raisonnements analogues à ceux que nous avons faits pour le cas du dôme, on trouverait que la compression de chaque assise engendre une poussée d'autant plus grande qu'elle est plus près du sommet.

Par ce motif, les voûtes en arc de cloître peuvent être tronquées à leur partie supérieure et recevoir des lanternes ou tours. Le calcul de leur équilibre étant tout à fait analogue à celui des voûtes en dôme, nous ne nous en occuperons pas davantage.

Les voûtes en dôme et en arc de cloître s'appuient, en général, sur des murs continus sur lesquels l'intrados prend naissance. Les voûtes d'arête (*fig.* 77) n'ont besoin que de quatre piliers ; elles sont formées par la pénétration de deux cylindres à angle droit. Pour calculer leur équilibre, on peut isoler par la pensée les parties triangulaires en plan et opposées au sommet, qui appartiennent à une même voûte en berceau dont les éléments vont en croissant depuis la naissance jusqu'à la clef. Pour cette partie de voûte, le joint de rupture et la courbe de pression seront faciles à calculer.

Ainsi on voit de suite que le joint de rupture doit être plus élevé que dans une voûte en berceau ordinaire, puisque le centre de gravité de la voûte l'est davantage lui-même. Quoi qu'il en soit, en opérant de la même manière sur les deux autres parties de voûte, on déterminerait facilement les arêtes de rupture, séparant la partie centrale de la voûte tendant à tomber verticalement au milieu de l'espace couvert par la voûte d'arête, des parties renversées dans la direction des diagonales. Il est évident que si Q est la poussée due à un système de voûte et que l'espace couvert soit un quarré, la poussée suivant la diagonale sera $Q\sqrt{2}$ et l'on donnera au pilier des dimensions en conséquence.

Ces dimensions seraient en général considérables; aussi les voûtes d'arêtes ne sont-elles guère employées que pour couvrir de petits espaces ou de grands espaces divisés en beaucoup de compartiments. Alors les poussées se détruisent sur les piliers qui ne supportent plus que le poids des voûtes, et elles sont reportées sur les murs d'enceinte dont il est plus facile d'augmenter les dimensions.

Nous avons pris, pour génératrices des voûtes que nous avons considérées, des circonférences de cercle, mais on comprend que, comme pour les voûtes en berceau, on peut prendre des ellipses, des ogives, des droites et même réunir ces diverses formes dans une même voûte. Si la surface ABCD (*fig.* 77), au lieu d'un carré était un rectangle, que le côté AC fût plus grand que le côté AB, on pourrait couvrir l'espace par une voûte d'arête qui serait elliptique pour les triangles AOC, BOD, et circulaire pour les triangles AOB, COD; mais ces diverses combinaisons se rattachent toutes aux exemples que nous avons cités et la recherche de leur stabilité doit être faite d'après les mêmes principes. Nous ne pousserons donc pas plus loin cette étude, dont le développement appartient plutôt à l'art de l'architecture qu'à la science de la mécanique.

CHAPITRE VII.

DE L'ÉPAISSEUR A DONNER AUX VOUTES POUR LEUR PROCURER UNE STABILITÉ SUFFISANTE ET POUR PRÉVENIR L'ÉCRASEMENT DES MATÉRIAUX.

Quand l'intrados d'une voûte est déterminé, et il l'est ordinairement par des circonstances locales ou des convenances particulières indépendantes de la stabilité et de la solidité de la construction, la question la plus importante à résoudre est la détermination de l'extrados ou de l'épaisseur à donner aux diverses parties de la voûte. Dans les massifs tels que les piles ou piliers, l'épaisseur résulte presque toujours d'un calcul fort simple qui consiste à diviser la pression totale qu'ils doivent supporter par la pression compatible avec la résistance des matériaux. Ainsi, quand une pile de pont doit supporter 200,000$^{\text{kilog.}}$ par mètre courant et que la maçonnerie est susceptible de porter 10$^{\text{kilog.}}$ par centimètre carré, on conclut que la pile doit avoir une section de 20,000 centimètres par mètre courant, ce qui lui donne une épaisseur de 2$^{\text{m}}$; mais même pour les massifs verticaux, le problème présente déjà une certaine indétermination que le calcul ne peut pas faire disparaître. Soit, par exemple, à construire un mur de clôture de 4$^{\text{m}}$ de hauteur; il est évident que le poids croissant proportionnellement à l'épaisseur,

il n'y a, sous le rapport de l'écrasement, aucun avantage à augmenter ou à diminuer l'épaisseur de ce mur. Les matériaux auront à subir la même pression, soit que le mur ait une épaisseur de $0^m,10$ ou une épaisseur de 1^m. C'est donc à d'autres considérations qu'il faut avoir recours pour déterminer cette épaisseur. Ainsi, il est évident que quoique la destination spéciale d'un mur de clôture ne soit pas de résister à un effort horizontal tendant à le renverser, cependant il est indispensable de le mettre à l'abri des effets d'un pareil effort se produisant accidentellement, soit, par exemple, sous l'influence du vent ou de matériaux appuyés contre lui. De plus le centre de gravité devant toujours tomber dans l'épaisseur de la base, il en résulte que plus le mur est haut, plus cette base doit être large, pour qu'une légère déviation du centre de gravité n'ait pas pour résultat d'amener le renversement du mur. De là ressort une dimension nécessaire qui ne saurait être le résultat d'aucun calcul précis et pour laquelle le constructeur ne doit et ne peut prendre d'autre guide que l'expérience des constructions analogues antérieurement exécutées. La même indécision va se présenter dans les voûtes dont les conditions d'équilibre sont beaucoup plus compliquées.

Considérons, par exemple, une voûte en arc de cercle de moins de 120° (*fig.* 78). Cette voûte qu'on suppose soumise à la seule action du poids de ses matériaux est en équilibre quelle que soit son épaisseur; mais cet équilibre est de la nature de celui du mur vertical que nous venons de considérer, qui, quoique toujours en équilibre, ne peut cependant être construit qu'avec une épaisseur en rapport avec sa hauteur. Supposons en effet, un poids accidentel Π placé sur un point de cette voûte dont les coordonnées sont α et β. La poussée primitive de la voûte

$$Q = \frac{P(a - \Xi)}{Y}$$

deviendra, après l'application du poids Π,

$$Q' = \frac{P(a - \Xi)}{Y} + \frac{\Pi(a - \alpha)}{Y}.$$

La courbe des pressions se trouve donc modifiée. Avant l'application du poids Π, son équation était

$$y = \frac{p}{Q}(x - \xi), \tag{1}$$

après l'addition du poids Π, elle devient, à partir de la clef jusqu'au point où le poids est appliqué,

$$y' = \frac{p}{Q'}(x' - \xi).$$

Pour la même abscisse, on a

$$\frac{y'}{y} = \frac{Q}{Q'} = \frac{P(a - \Xi)}{P(a - \Xi) + \Pi(a - \alpha)}$$

et

$$y - y' = y\,\frac{Q' - Q}{Q'} = y\,\frac{\Pi(a - \alpha)}{P(a - \Xi) + \Pi(a - \alpha)},$$

y' est donc plus petit que y dans un rapport constant; ainsi, à partir de la clef, les deux courbes se séparent et vont en s'écartant; donc la nouvelle courbe coupera l'extrados si cet extrados est peu écarté de l'intrados.

Il faut observer, en effet, que la courbe de pression est discontinue dans le côté de la voûte où le poids additionnel est appliqué. Depuis la clef jusqu'à l'abscisse du point d'application du poids Π, son équation est

$$y = \frac{p}{Q'}(x - \xi) \tag{2}$$

et, depuis ce point jusqu'à la naissance,

$$y = \frac{p(x - \xi) + \Pi(x - \alpha)}{Q'} \tag{3}$$

de sorte que le rapport $\frac{y'}{y} = \frac{Q}{Q'}$ n'existe que dans la partie supérieure de la

voûte ; mais dans l'autre demi-voûte, s'il n'y a pas de poids additionnel symétrique, ce rapport existe dans toute l'étendue de cette demi-voûte et la différence $y - y'$ étant proportionnelle à y va en croissant depuis la clef jusqu'à la naissance. On se rend facilement compte géométriquement de ce résultat en traçant les courbes de pression sans surcharge et avec surcharge. On remarquera de plus que le point de rupture qui se forme à l'extrados a pour effet de faire descendre la poussée à la clef, parce que la partie supérieure de la voûte tend à se relever. Nous n'avons pas tenu compte de cet effet dans les formules précédentes, parce que la position exacte de la poussée à la clef est indéterminée, mais ce déplacement est certain et, lorsqu'il est possible, il facilite l'équilibre. Nous ne pousserons pas plus loin cette recherche, nous ne voulons que faire voir que l'addition d'une pression accidentelle sur une voûte a pour effet de déplacer la courbe de pression dans l'épaisseur de la voûte et que, par conséquent, plus celle-ci est épaisse, plus elle est susceptible de se maintenir en équilibre sous des charges accidentelles. Or, dans la pratique, les voûtes sont nécessairement soumises à quelques-unes de ces charges; on ne peut donc les construire avec les dimensions qui ne donnent que l'équilibre mathématique. Le calcul, comme nous l'avons déjà dit, ne peut déterminer les épaisseurs convenables, mais il fournit quelques indications sur les circonstances qui sont de nature à les augmenter ou à les diminuer. Si nous reprenons l'équation

$$y - y' = y \frac{\Pi (a - \alpha)}{P (a - \Xi) + \Pi (a - \alpha)},$$

nous remarquerons que le déplacement de la courbe de pression est proportionnel à y; or, comme la courbe primitive est toujours contenue dans la voûte, on peut dire que ce déplacement est proportionnel à la flèche et que, par conséquent, pour assurer la même stabilité à deux voûtes d'égale ouverture, il faut donner plus d'épaisseur à celle qui a le plus de flèche. Ce résultat peut paraître paradoxal, attendu que l'augmentation de la flèche est considérée comme un moyen d'augmenter la solidité des voûtes, mais on ne doit pas perdre de vue qu'il y a pour les massifs de maçonnerie deux

modes de destruction, le défaut de stabilité et l'écrasement des matériaux; or, nous ne considérons pour le moment que la stabilité et sous ce rapport, moins les voûtes ont de flèche, plus elles sont stables. Ainsi, par exemple, une plate-bande est toujours stable et si mince qu'elle soit, la courbe de pression ne sortira pas de son profil, quel que soit le poids additionnel appliqué à son extrados. En effet, comme on vient de le voir, ce poids rend cette courbe plus horizontale, de sorte qu'elle ne peut jamais couper l'extrados horizontal de la plate-bande. Si maintenant on se rend compte de l'influence du facteur

$$\frac{\Pi(a-\alpha)}{P(a-\Xi)+\Pi(a-\alpha)}=\frac{1}{\frac{P(a-\Xi)}{\Pi(a-\alpha)}+1},$$

on voit que le déplacement de la courbe dépend du rapport $\frac{P}{\Pi}$, que plus la voûte sera légère par rapport à la charge accidentelle, plus il faudra lui donner d'épaisseur pour que la courbe de pression ne sorte pas de la section. En résumé, plus la flèche de la voûte est considérable et moins cette voûte a de pesanteur, plus il faut pour la stabilité lui donner de l'épaisseur.

Nous abordons maintenant la partie difficile et théoriquement insoluble de la question. Quelle épaisseur faut-il donner aux voussoirs pour qu'il n'y ait pas écrasement? Nous avons vu dans les chapitres précédents que, dans l'hypothèse de voussoirs incompressibles, la courbe de pression passait toujours par l'intrados et qu'elle était tangente en ce point, dans le cas d'une voûte dont la flèche dépassait la moitié de la montée d'une voûte complète. Il en résulterait donc, dans cette hypothèse, une pression infinie en ce point et c'est en vue de cette difficulté que MM. Lamé et Clapeyron avaient fait un appel aux constructeurs exercés. Nous avons ensuite cherché à expliquer comment il se faisait que les matériaux des voûtes n'étaient pas écrasés au point de rupture, comme cela semblerait inévitable si la pression devenait effectivement infinie. Suivant nous, cette résistance est due à la compressibilité des matériaux des voussoirs et sur-

tout à celle du mortier interposé entre eux, qui change en surface de dimension finie l'arête de contact théorique. Nous avons fait voir en même temps combien l'ouverture de l'angle de la rotation qui se faisait autour de l'arête de rupture, était de nature à rapprocher de l'extrados la ligne de pression. La grandeur de cet angle est le seul élément que le mode de construction puisse modifier, c'est par là seulement que le constructeur peut diminuer la pression élémentaire; il est évident, en effet, que la longueur du joint serait sans aucune influence sur le résultat, puisque le contact n'a lieu que près de l'intrados. A ce sujet, il est bon de faire observer comment la forme ou plutôt l'amplitude de l'arc de la voûte peut modifier la pression au joint de rupture. Si cette amplitude est telle que la courbe de pression soit tangente à l'intrados, il est clair que plusieurs joints voisins du point de tangence se trouveront dans une position à peu près identique et que l'angle total de rotation α se partagera entre eux de manière que la rotation de chacun d'eux se trouvera sensiblement diminuée. Or, en se reportant à la *fig.* 28 et au chapitre III, page 73 , on verra que la longueur du contact mD est exprimée par $\frac{\mathrm{D}d}{\sin\alpha}$ et qu'on a

$$\mathrm{D}d = \sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{A}}\sin\alpha};$$

on a donc

$$m\mathrm{D} = \sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{A}\sin\alpha}}$$

et comme la courbe de pression passe au tiers du contact, on peut en conclure que sa distance à l'intrados est proportionnelle à $\sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\sin\alpha}}$. Cette quantité n'est pas susceptible de se calculer, puisqu'il faudrait pour cela déterminer la constante A; nous ne voulons que constater l'influence de l'angle α de rotation et faire voir que quand cette rotation se partage sur plusieurs joints, comme cela a lieu dans les voûtes où la courbe de pres-

sion est tangente à l'intrados, cette courbe pénètre davantage dans l'intérieur du joint, ce qui est favorable à la solidité.

Dans les voûtes incomplètes, au contraire, la courbe de pression n'est plus tangente à la courbe d'intrados qu'elle coupe à la naissance. Il en résulte que presque toute la rotation de la voûte se fait sur le joint de naissance qui s'ouvre seul; alors la longueur du contact $mD = \sqrt{\frac{P}{A \sin \alpha}}$ est beaucoup moindre et les matériaux qui forment le joint de rupture sont plus exposés à l'écrasement.

Ces considérations théoriques sont confirmées par l'expérience. Il est rare que les joints de rupture soient apparents dans les voûtes complètes. En effet, si le mouvement de la voûte exige une ouverture de 1 millimètre à l'extrados, cette ouverture ne sera pas sensible à l'œil, si elle se partage sur cinq ou six joints, d'autant plus que le mortier étant susceptible d'une certaine extension pourra même ne pas se fendre; mais si elle a lieu sur un seul joint, elle sera nécessairement apparente. C'est ce qu'on remarque en effet dans les voûtes très-surbaissées, même dans celles qui sont construites avec le plus grand soin. Nous cherchons à représenter la différence de ces deux natures de joint de rupture dans les *fig.* 79 et 80. Il résulte de là que, à égalité de pression sur les joints de rupture, l'écrasement des matériaux est plus à craindre dans les voûtes incomplètes que dans les voûtes complètes.

Il ne sera peut-être pas inutile de considérer ici les effets de la température sur le mouvement des voûtes, effets sensiblement différents de ceux qui ont lieu pour les solides ordinaires. Une barre de fer placée sur le sol s'allonge et se raccourcit suivant des lois bien connues; au contraire, une chaîne de pierres de taille, comme un bahut de pont, par exemple, s'allongera bien par la chaleur, mais le froid ne ramènera pas les pierres à leur place; elles se contracteront isolément laissant entre elles de petits intervalles parce que la cohésion des mortiers n'est pas assez grande pour les rapprocher. Cela n'a pas lieu dans un pilier vertical, parce que à défaut de la cohésion, la pesanteur suffit pour ramener les

pierres isolées. Dans les voûtes, le froid ayant pour effet de diminuer la longueur de l'intrados, il se produit un mouvement analogue à celui qui s'opère au moment du décintrement, la clef tombe d'une certaine quantité, parce que les deux culées ne se rapprochent pas comme si elles faisaient partie d'un massif très cohérent; alors il se forme une rupture à l'extrados. Il est inutile de revenir sur les circonstances de ce mouvement qui sont absolument les mêmes que celles du décintrement, puisque l'un et l'autre sont produits par la compression ou la diminution d'épaisseur des voussoirs. Nous avons seulement voulu faire voir que la diminution de température avait pour résultat d'ouvrir le joint de rupture et de rapprocher de l'intrados la courbe de pression.

En résumé, le plus ou moins d'épaisseur de la voûte au joint de rupture ne diminue en rien les chances d'écrasement des matériaux. Le constructeur n'a d'autre moyen de les prévenir que de diminuer autant que possible le poids de la voûte et d'avoir recours à quelques artifices de construction dont nous parlerons plus loin. On peut même ajouter que l'épaisseur de la voûte au joint de rupture ne contribue pas à la stabilité, parce que, quelles que soient les charges accidentelles, la courbe de pression passe toujours très près de l'intrados dans ce joint. Ainsi, dans la *fig.* 81, on pourrait certainement enlever la partie triangulaire de l'extrados limitée par une ligne ponctuée, sans que la voûte perdît de sa solidité ou de sa stabilité; mais comme les voûtes portent ordinairement une surcharge de maçonnerie, cet enlèvement ne procurerait, en général, aucune économie, puisqu'il devrait être remplacé par une autre maçonnerie différemment appareillée; on est donc dans l'usage de conserver au joint de rupture l'épaisseur courante de la voûte.

Si nous examinons maintenant l'épaisseur qui doit être donnée à la clef, nous trouverons là des circonstances différentes. En effet, nous avons vu que, dans une voûte bien construite, c'est-à-dire, dont les mortiers sont peu compressibles et qui repose sur des culées solides, la courbe des pressions ne s'éloigne pas beaucoup du milieu du joint de clef et que pour des plates-bandes, par exemple, la poussée devait passer

aux $\frac{2}{3}$ de ce joint, ce qui doublerait la pression élémentaire au sommet de la clef. Il semblerait donc qu'on se mettrait à l'abri de toute chance d'écrasement des matériaux en posant

$$\frac{Q}{1/2\, e} = R,$$

d'où l'on tirerait

$$e = \frac{2\,Q}{R}.$$

La poussée Q est presque proportionnelle à e dans beaucoup de voûtes; on a, en effet (*fig.* 82, côté gauche), en appelant x et y les coordonnées du point de rupture et considérant la partie triangulaire BED comme limitée par une parabole,

$$Qy = \left(\frac{1}{2}\, ex^2 + \frac{1}{12}\, x^2 y\right)\rho,$$

d'où

$$Q = \rho\left(\frac{1}{2}\,\frac{ex^2}{y} + \frac{1}{12}\, x^2\right)$$
$$= \frac{1}{2}\,\frac{x^2}{y}\left(e + \frac{1}{6}\, y\right)\rho.$$

On voit que dans les voûtes surbaissées, où y serait très petit, on pourrait considérer Q comme proportionnel à e et, par conséquent, l'augmentation de l'épaisseur à la clef comme sans influence sur la valeur de la pression par centimètre carré. M. Dejardin, dans sa *Routine des voûtes*, prétend même que, dans tous les cas, l'augmentation d'épaisseur à la clef augmente la pression par unité de surface ; cette assertion n'est exacte que pour une voûte extradossée suivant le système particulier qu'il suppose: mais dans la plupart des cas pratiques il n'en est pas ainsi. Il faut même remarquer que la formule précédente ne tient pas compte de la surcharge constante qui existe presque toujours sur les voûtes, de sorte que nous ne croyons pas qu'il faille admettre le principe posé par M. Dejardin. On doit

considérer l'épaisseur à la clef comme ayant une certaine influence sur la pression relative; mais c'est un moyen dont il ne faut jamais user dans ce but, dans le système ordinaire de construction des voûtes, parce que ce n'est pas à la clef que l'écrasement est à craindre, mais au joint de rupture par deux motifs : 1° la pression sur un joint quelconque étant $\sqrt{P^2+Q^2}$, est plus forte au joint de rupture qu'à la clef; donc l'épaisseur de celle-ci augmente le poids P et la quantité $\sqrt{P^2+Q^2}$; 2° le passage de la résultante étant, au joint de rupture, très voisin de l'intrados, la pression par centimètre carré en est notablement augmentée. D'où il suit qu'en augmentant l'épaisseur à la clef, on peut, il est vrai, diminuer la pression relative dans le joint vertical de la clef, mais qu'on l'augmente certainement dans le joint de rupture et que les matériaux d'une voûte sont d'autant moins exposés à l'écrasement que l'épaisseur à la clef est moindre. Il résulte de ce principe que cette épaisseur doit être réduite à ce qu'exige la stabilité de la voûte.

Ramenée à ces termes, la recherche de l'épaisseur à la clef devient un problème exclusivement pratique et, comme nous l'avons déjà dit, absolument identique à celui de l'épaisseur du mur de clôture vertical. Il n'y a que l'expérience qui puisse indiquer à quelle limite on peut s'arrêter. Malheureusement toute expérience n'est pas utile au progrès de la science, parce qu'elle peut bien indiquer l'insuffisance d'épaisseur, mais jamais l'excès. Là où $0^m.40$ suffisent, $0^m.50$ ou $0^m.60$ suffisent à plus forte raison, et si, dans la pratique, on s'est arrêté à ces dimensions, on ne peut rien en conclure contre des dimensions moindres. La hardiesse des constructeurs a toujours été tempérée par les graves conséquences qu'elle pourrait avoir et, il faut bien le dire aussi, par l'ignorance où ils étaient des véritables conditions d'équilibre des voûtes. Les premiers constructeurs ont donné à l'épaisseur à la clef le $12^{ème}$ de l'ouverture; on s'est réduit depuis au $24^{ème}$ pour les grandes arches, et il est bien probable qu'on ne s'arrêtera pas là. Quoi qu'il en soit, nous devons faire connaître les formules empiriques qui servent de guide aux constructeurs dans la détermination de l'épaisseur à

la clef. En les consultant, on sera sûr de ne faire que ce qui a été fait déjà toutes les fois que les voûtes ne dépasseront pas les limites habituelles.

Perronet avait proposé la formule suivante que beaucoup d'ingénieurs ont adoptée,

$$e = 0^{m}.325 + 0.035\ A,$$

A étant l'ouverture de la voûte.

Cette formule donne, pour les grandes voûtes, des épaisseurs trop considérables ; aussi Gauthey a-t-il proposé de la remplacer, à partir de 16 mètres d'ouverture, par

$$e = 0.042\ A \text{ ou } \frac{1}{24} A,$$

et, à partir de 32 mètres, par

$$e = 0^{m}.67 + 0.021\ A.$$

M. Dejardin propose, pour les pleins cintres,

$$e = 0^{m}.30 + 0.05\ A,$$

pour les voûtes en arc de cercle de 60°,

$$e = 0^{m}.30 + 0{,}05\, r,$$

r étant le rayon de l'arc de cercle, qui est égal à l'ouverture.

Toutes ces formules empiriques seraient bien difficiles à justifier, et l'on va voir tout à l'heure qu'elles n'ont même pas le mérite de s'accorder avec l'expérience. Nous avons donc cru devoir faire un relevé statistique d'un grand nombre de ponts pour en déduire une formule nouvelle donnant au constructeur l'épaisseur minimum des voûtes construites avec la même ouverture. C'est en effet la dimension qu'il lui importe de connaître dans la

plupart des cas. Nous verrons plus tard, au reste, le parti qu'on peut tirer de ces données expérimentales.

Nous avons divisé les ponts en trois catégories : les pleins cintres, les arcs de cercle, les ellipses ou anses de panier, pour reconnaître dans quelle mesure les constructeurs ont tenu compte de la forme des arches pour la détermination de leur épaisseur. Rassemblant donc les données qui étaient à notre disposition, nous avons formé les trois tableaux suivants :

NUMÉROS.	DÉSIGNATION DES PONTS.	OUVERTURE.	MONTÉE.	ÉPAISSEUR à la clef.	
	1° Ponts en plein cintre.				
		mètres.	mètres.	mètres.	
1	Viaduc de Saint-Maurice.....	8.00	4.00	0.65	
2	Viaduc de la Roesbaechel.....	8.60	4.30	0.95	
3	Viaduc de la Voulzie.....	9.00	4.50	0.80	
4	Viaduc de l'Indre.....	9.80	4.90	0.90	
5	Viaduc de Chantilly.....	10.00	5.00	0.75	
6	Viaduc de Chaumont.....	10.00	5.00	0.56	
7	Viaduc de Brunoy.....	10.00	5.00	0.90	
8	Viaduc de Saint-Germain.....	10.00	5.00	0.95	
9	Pont du canal Saint-Martin.....	11.00	5.50	1.20	
10	Pont de Schwelm.....	11.30	5.65	0.94	1848
11	Pont du Layon.....	12.00	6.00	0.60	1848
12	Viaduc de la Fure.....	13.80	6.90	0.75	
13	Pont d'Angers.....	14.00	7.00	0.70	1848
14	Viaduc de Nogent.....	15.00	7.50	1.00	
15	Pont des Basses-Granges.....	15.00	7.50	1.20	Chemin de fer d'Orléans à Tours.
16	Viaduc de Dinan, sur la Rance.....	16.00	8.00	1.00	
17	Pont d'Opladen, sur la Wuper.....	17.58	8.79	0.94	
18	Pont de Sèvres.....	18.00	9.00	1.00	
19	Pont de Kiew, sur la Tamise.....	18.80	9.40	0.81	
20	Pont du chemin de fer de Gorlitz...	18.83	9.42	0.94	
21	Viaduc de Comelle.....	19.00	9.50	1.00	
22	Pont de Courcelles.....	19.00	9.50	1.00	

NUMÉROS.	DÉSIGNATION DES PONTS.	OUVERTURE.	MONTÉE.	ÉPAISSEUR à la clef.	
		mètres.	mètres.	mètres.	
23	Pont antique du Gard.....	19.50	9.75	1.30	
24	Pont Saint-Ange, à Rome.....	19.50	9.75	1.46	
25	Pont de Villevêque.....	20.00	10.00	0.80	
26	Pont de la Ferière, à Neuchâtel.....	21.10	10.55	1.50	
27	Pont du chemin de fer de Busigny..	21.30	10.65	0.96	
28	Pont du Nord, à Édimbourg.....	22.00	11.00	0.84	
29	Pont de Westminster.....	23.20	11.60	1.52	
30	Pont de Semur, sur l'Armançon.....	23.40	11.70	0.97	
31	Pont Cestius, à Rome.....	23.40	11.70	1.46	
32	Pont Fabricius, à Rome.....	25.34	12.67	1.62	
33	Pont d'Alby.....	27.60	13.80	1.30	
34	Pont du chemin d'Annecy à Aix....	30.00	15.00	1.50	
35	Pont des Têtes, sur la Durance.....	38.00	19.00	1.46	1732
36	Pont de Saint-Sauveur.....	42.00	21.00	1.50	
37	Pont de Céret, sur le Tech.....	44.80	22.40	1.62	
38	Viaduc de Nogent-sur-Marne.....	50.00	25.00	1.80	

2° Ponts en arc de cercle.

1	Pont de Nierpleiss, sur la Pluss.....	10.05	2.83	0.85	
2	Pont de Mélizey.....	11.40	1.50	0.60	
3	Pont de Brunswick, sur l'Oker.....	11.62	1.57	0.63	
4	Pont de Montrejeau.....	12.00	1.50	0.75	
5	Pont du canal Saint-Denis.....	12.00	4.50	0.90	
6	Pont de Couturette, à Arbois.....	13.00	1.86	0.90	
7	Pont du chemin d'Annecy à Aix....	13.50	3.00	0.80	
8	Pont de Pesmes.....	13.64	1.19	1.19	
9	Pont sur le Salat.....	14.00	1.90	1.10	
10	Pont de Wiperfurlh, sur la Wuper..	14.13	3.53	0.78	
11	Pont d'Arros.....	15.00	2.00	1.00	
12	Pont du chemin de fer de Busigny..	16.00	4.00	0.96	
13	Pont du chemin de fer de Strasbourg, à Paris.....	16.05	1.55	0.90	
14	Pont de Nemours.....	16.20	1.11	0.97	1805
15	Pont sur le Forth, à Stirling.....	16.30	3.12	0.84	
16	Pont de l'Archevêché.....	17.10	2.40	1.00	1828
17	Pont d'Elberfeld, sur la Wuper.....	17.58	2.83	0.86	

NUMÉROS.	DÉSIGNATION DES PONTS.	OUVERTURE.	MONTÉE.	ÉPAISSEUR à la clef.	
		mètres.	mètres.	mètres.	
18	Pont de Glasgow	17.69	3.35	0.76	
19	Pont de Llanrwst	17.70	5.20	0.46	
20	Pont du chemin de fer de Busigny	18.00	4.47	0.96	
21	Pont de Bendly	18.30	6.10	0.66	
22	Pont du chemin de fer de Busigny	19.50	4.55	0.96	
23	Pont de Conon	19.80	6.60	0.74	
24	Pont du chemin de fer de Busigny	20.00	6.10	0.96	
25	Pont de Tilsitt, à Lyon	22.84	2.75	1.10	
26	Pont de Pont-Sainte-Maxence	23.40	1.95	1.46	
27	Pont du chemin de fer de Busigny	24.00	11.00	1.20	
28	Pont du chemin de fer du Nord, sur l'Oise	25.10	3.57	1.40	
29	Pont des Orfévres, à Florence	25.90	4.60	1.01	
30	Pont Fouchard, à Saumur	26.00	2.63	1.30	
31	Pont de Darlaston	26.37	4.11	1.07	
32	Pont de Dunkeld	27.40	9.10	0.96	
33	Pont de Roanne, sur la Loire	28.00	3.50	1.20	
34	Pont d'Iéna	28.00	3.30	1.44	1811
35	Pont de la Concorde	28.60	3.00	1.41	
36	Pont de Pontoise	29.25	2.17	1.62	
37	Pont de la Boucherie, à Nuremberg	29.60	3.90	1.22	
38	Pont aux Doubles, à Paris	31.00	3.10	1.30	1848
39	Pont de Rouen	31.00	4.20	1.45	
40	Pont des Invalides	31.60	4.10	1.20	1856
41	Petit Pont, à Paris	31.75	3.15	1.35	1853
42	Pont de l'Hérault, route de Nice	32.00	5.80	1.62	
43	Pont d'Austerlitz	32.20	4.67	1.25	1854
44	Pont Saint-Esprit	33.00	8.20	1.08	
45	Pont d'Avignon	33.80	12.30	0.87	
46	Pont Napoléon III, chemin de Ceinture	34.50	4.60	1.20	
47	Pont de Tongueland	36.00	11.60	1.07	
48	Arche d'expérience de Souppes	37.89	2.13	0.80	1m.10 sous la corniche.
49	Pont de marbre, à Florence	42.23	9.10	1.62	
50	Pont de Pontypridd, sur le Taaf	42.67	10.67	0.91	
51	Pont de Claix, sur le Drac	45.80	16.57	1.46	
52	Pont de Tournon, sur le Doux	47.80	19.82	0.85	1545
53	Pont de Vieille-Brioude	55.87	21.44	2.27	1454
54	Pont de Chester	61.00	12.81	1.22	1834
55	Pont de Cabin John, Amérique	67.00	18.00	1.27	1860

NUMÉROS.	DÉSIGNATION DES PONTS.	OUVERTURE.	MONTÉE	ÉPAISSEUR à la clef.	
	3° Ponts en anse de panier ou en ellipse.				
		mètres.	mètres.	mètres.	
1	Pont de Dôle, sur le Doubs.....	15.92	5.31	1.14	
2	Pont Saint-Michel, à Paris.....	17.20	6.68	0.70	1857
3	Pont de Château-Thierry.....	17.50	6.50	1.22	
4	Pont Notre-Dame, à Paris.....	18.76	7.49	0.90	1853
5	Pont de Moulins.....	19.50	6.50	0.97	1764
6	Pont de Saumur.....	19.50	6.50	0.97	1764
7	Pont de Frouard.....	19.50	5.70	1.14	
8	Pont de Cinq-Mars.....	20.00	6.66	1.20	
9	Pont de Wellesley, à Limerick.....	21.34	5.33	0.61	
10	Pont de Charenton.....	22.00	6.00	0.85	1863
11	Pont de Plessis-les-Tours.....	24.00	7.10	1.20	
12	Pont d'Orléans, chemin de Vierzon.....	24.20	7.97	1.20	
13	Pont de Tours.....	24.36	8.12	1.30	1775
14	Pont de Trilport.....	24.40	8.10	1.54	
15	Pont de Montlouis, sur la Loire.....	24.75	7.15	1.30	
16	Pont des Ponts-de-Cé, sur la Loire.....	25.00	7.65	1.20	
17	Pont de Charenton, sur la Marne...	27.00	8.00	1.00	1863
18	Pont de la Trinité, à Florence.....	29.20	4.86	0.97	
19	Pont de Nogent, sur la Seine.....	29.20	8.80	1.45	1769
20	Ponts de Chalonnes et de Nantes, sur la Loire.....	30.00	7.50	1.35	
21	Pont du Point-du-Jour, à Paris.....	30.25	9.00	1.00	1m.60 sous le viaduc.
22	Pont de Blackfriars.....	30.48	12.19	1.52	
23	Pont au Change, à Paris.....	31.60	8.00	1.00	1860
24	Pont Louis-Philippe, à Paris.....	32.00	8.25	1.00	1862
25	Pont d'Orléans, sur la Loire.....	32.50	8.12	2.11	1759
26	Pont de Toulouse, sur la Garonne...	34.40	12.70	0.81	
27	Pont de Waterloo, à Londres.....	36.60	9.10	1.52	
28	Pont de Mantes, sur la Seine.....	39.00	11.40	1.45	
29	Pont de Neuilly, sur la Seine.....	39.00	9.75	1.62	1774
30	Pont de la Scrivia.....	40.00	13.33	1.80	
31	Pont de Vizille, sur la Romanche...	41.90	11.70	1.95	

NUMÉROS.	DÉSIGNATION DES PONTS.	OUVERTURE.	MONTÉE.	ÉPAISSEUR à la clef.	
		mètres.	mètres.	mètres.	
32	Pont de l'Alma, à Paris.....	43.00	8.60	1.50	1855
33	Pont de Gloucester, sur le Severn...	45.75	16.50	1.37	
34	Pont de Gignac, sur l'Hérault.....	48.70	16.20	1.95	
35	Pont de Lavaur.....	48.72	19.81	3.25	

Il n'aurait tenu qu'à nous de multiplier beaucoup ces exemples, la construction des chemins de fer ayant depuis vingt-cinq ans donné lieu à une quantité pour ainsi dire innombrable de ponts et viaducs; mais nous ne croyons pas qu'il en fût résulté grand profit pour la science. Les mêmes dimensions se répétant souvent, nous avons même dû négliger quelques-unes des données qui étaient à notre disposition. Procédant d'ailleurs comme on le fait habituellement quand on cherche une loi empirique, nous avons représenté par des points (*fig.* 83, 84, 85) les épaisseurs à la clef correspondant aux diverses ouvertures des trois systèmes d'arche, ce qui permet de vérifier la concordance des formules en usage avec les épaisseurs usitées. La formule de Perronet, par exemple, étant représentée par une ligne droite, il est évident que les points donnés par chacun des ponts du tableau devraient se trouver très voisins de cette ligne, si cette formule avait servi de guide aux constructeurs. Or, on reconnaît qu'il n'en est rien. Dans les pleins cintres et les anses de panier, on a donné, en général, plus dans les petites ouvertures et moins dans les grandes. Pour les arcs de cercle, la formule Perronet est complétement en défaut, surtout pour les grandes ouvertures. Gauthey avait déjà cherché à remédier à cet inconvénient en proposant d'abandonner cette formule à partir de l'ouverture de 16 mètres; mais à raison de la discontinuité, sa formule, qui représenterait un polygone, nous paraît devoir être remplacée avec avantage par la formule monôme

$$e = 0.20\sqrt{A}$$

qui représente un arc parabolique.

Cette formule donne des épaisseurs moindres que celles de la formule de Perronet et suit assez bien la courbe qui serait donnée par les épaisseurs minima en ce qui concerne les pleins cintres et les anses de panier; mais elle donne des épaisseurs trop fortes pour les arcs de cercle, pour lesquels il conviendrait de prendre

$$e = 0.15\sqrt{A}.$$

Il est remarquable en effet que pour ces voûtes les constructeurs ont, en général, donné des épaisseurs moindres que pour les pleins cintres et les anses de panier. C'est là un fait de pratique qui, comme nous l'avons dit, n'est pas en contradiction avec une théorie rationnelle de la stabilité des voûtes.

Quoi qu'il en soit, en se servant de ces deux formules, les constructeurs seront sûrs de ne faire que ce qui a été fait avant eux, c'est-à-dire, d'avoir une garantie expérimentale de la stabilité de leur construction et, en même temps, de ne pas lui donner une épaisseur inutile et dispendieuse.

On objectera peut-être que nous ne tenons pas compte de la dureté des matériaux et que telle épaisseur qui a pu réussir avec des matériaux durs pourrait amener des accidents avec des matériaux tendres. Notre théorie répond à cette objection. En effet, l'épaisseur à la clef n'a pas pour résultat de diminuer la pression relative que la pierre doit supporter, nous avons vu plus haut que même dans l'hypothèse d'un contact uniforme, cette augmentation d'épaisseur avait une influence sur la pression relative tellement petite qu'elle avait été considérée comme nulle et même comme agissant en sens inverse; mais ce qu'il y a d'incontestable, c'est que cette épaisseur augmente la pression sur le joint de rupture et comme sur ce joint la pression se concentre près de l'arête, il s'ensuit que tout ce qui augmente le poids de la voûte nuit à sa solidité. Il faut remarquer en effet que le joint de la clef est celui où la pression absolue est un

minimum, puisqu'elle est $\sqrt{P^2+Q^2}$ (Q, poussée; P, poids de la voûte depuis la clef jusqu'au joint considéré). Si donc le contact était uniforme, le joint où l'écrasement serait le plus à craindre serait celui où $\frac{\sqrt{P^2+Q^2}}{e}$ est un maximum. Il est vrai de dire que dans les reins de la voûte on pourrait augmenter l'épaisseur du joint en raison de l'augmentation de pression; mais le contact uniforme ne peut exister dans les joints d'une voûte et, à moins de procédés de construction particuliers, au joint de rupture la pression sera toujours très voisine de l'intrados. Or, comme cette pression croît avec l'épaisseur à la clef, il faut en conclure que moins les matériaux de la voûte ont de résistance, moins il faut lui donner d'épaisseur. Nous convenons que le préjugé contraire existe et c'est à ce préjugé qu'il faut attribuer les grandes anomalies qu'on trouve dans les tableaux précédents, où pour des voûtes de mêmes dimensions les épaisseurs varient quelquefois du simple au double; mais il faut reconnaître que la théorie des voûtes est bien nouvelle et que ce qu'ont fait les constructeurs en l'absence de toute théorie ne saurait avoir grande autorité.

C'est à la clef que la question d'épaisseur de la voûte a le plus d'importance, parce que de la dimension verticale de la construction résultent de grandes sujétions qui peuvent entraîner dans de très grandes dépenses sans rapport avec l'augmentation du volume de la maçonnerie. Qu'on donne à la clef 1 mètre ou $1^m.30$ d'épaisseur, cela aura peu d'influence sur l'estimation de la dépense de l'ouvrage lui-même, mais cela peut avoir des conséquences graves sous beaucoup d'autres rapports. Ainsi, on pourra être obligé d'augmenter la pente des abords du pont, d'enterrer des maisons, de ne pas laisser une hauteur suffisante pour la navigation. C'est, en général, à cause du peu de hauteur dont on dispose qu'on est obligé d'avoir recours à d'autres systèmes de ponts que les ponts en maçonnerie, qui présentent cependant des avantages très considérables sous le rapport de la beauté, de la durée et de l'économie. L'épaisseur à la clef est donc une question capitale dans la construction d'un pont en maçonnerie.

Dans les reins de la voûte, la question d'épaisseur a une importance beaucoup moindre; ce n'est pour ainsi dire qu'une question d'appareil, car la maçonnerie en voussoirs doit être remplacée pour les tympans par de la maçonnerie en assises horizontales. Nous n'avons pas besoin de répéter, du reste, que près des joints de rupture, cette épaisseur ne saurait influer sur la pression relative, puisque dans les voûtes construites suivant les procédés ordinaires, la pression absolue passe toujours près de l'intrados.

Ainsi, une fois que l'épaisseur à la clef est adoptée, on peut tracer un extrados parallèle à l'intrados comme type, sauf à le modifier suivant des convenances d'architecture.

Reste donc à déterminer l'épaisseur des culées, c'est-à-dire, de la partie de voûte qui tend à être renversée à l'extérieur et qui commence, par conséquent, au joint de rupture. Ici la théorie se trouve complétement dans son domaine et n'a rien à demander à la pratique. Nous n'avons presque rien à ajouter à cet égard à ce que nous avons dit dans les chapitres précédents; on devra tracer la courbe de pression et vérifier si elle ne sort en aucun point de la paroi de la culée. Cette condition même ne suffit pas; il faut encore que cette courbe s'en tienne à une certaine distance pour que des forces accidentelles ne puissent l'en faire sortir. Quant à cette distance, elle échappe à toute espèce de calcul, puisqu'elle n'est qu'une mesure de précaution du genre de celle qui ne nous fait utiliser que le cinquième de la résistance possible du fer et de la fonte dans les constructions où nous employons ces métaux. Il est évident que la position la meilleure de la courbe des pressions est celle de l'axe de la construction, mais ce serait se jeter souvent dans des dépenses inutiles ou dans des formes bien compliquées que de s'imposer une condition aussi rigoureuse. Quelques constructeurs, pour faire disparaître une pareille indécision, ont adopté un coefficient de stabilité déterminé. Ainsi, en appelant :

Q, la poussée horizontale;
H, sa hauteur au-dessus de la base;
P, le poids de la moitié de la voûte et d'une culée;

δ, la distance horizontale du centre de gravité à l'arête extérieure de la base;

m, le coëfficient de stabilité;

on doit avoir,

$$m\,QH = P\delta;$$

pour l'équilibre mathématique, $m = 1$ et il est évident que l'équilibre sera d'autant plus stable que m sera plus grand. On a donc donné à m des valeurs qui varient de 1.50 à 2. C'est là une question de mesure et de prudence livrée à l'appréciation du constructeur; mais il est essentiel de rappeler ici que dans le calcul du poids P qui contribue à la résistance, il ne faut tenir compte que de la partie du massif où il y a pression, comme nous l'avons fait remarquer dans le chapitre II (page 27). Nous attachons à cette observation une telle importance que nous croyons devoir insister de nouveau sur les principes sur lesquels elle repose et sur les conséquences que pourrait avoir une erreur à cet égard.

Les matériaux ne résistent aux efforts auxquels ils sont soumis qu'au moyen d'un léger déplacement de leurs molécules. Ainsi, quoique un massif de maçonnerie soit en équilibre par rapport à une force horizontale qui tend à le renverser, il éprouve de la part de cette force une déformation par suite de la compression de certaines parties et de l'extension de certaines autres. Les parties où la pression augmente occupent donc un espace moindre et celles sur lesquelles elle diminue occupent un espace plus grand. C'est ce que nous avons cherché à faire comprendre dans la *fig.* 13, dans laquelle l'arête verticale AC se trouve comprimée, tandis que l'arête BD se trouve dilatée. Or, il est évident que dans les joints horizontaux entr'ouverts, il n'y a aucune pression sur une certaine étendue et comme dans les maçonneries, la cohésion est censée nulle, toute la partie du massif qui n'est pas pressée tend, par son propre poids, à être séparée de celle qui l'est.

On concevra facilement cette séparation en considérant un massif sur le

point d'être renversé par une force inclinée R (*fig.* 86). Après avoir tracé la courbe de pression B*m*C, on pourra, en prenant sur chaque assise une longueur $mp = 2nm$, tracer une courbe C*p*S au delà de laquelle il n'y a plus de pression et l'on reconnaît alors que le solide C*p*SD n'étant plus soutenu que par la cohésion, toujours très faible dans un massif de maçonnerie, tendra à se séparer et à modifier les conditions d'équilibre.

Le poids de la partie SCD cessant de s'opposer au renversement, il se forme une autre courbe de pression, d'où l'on conclurait une augmentation de la partie du massif sans pression. Il n'est pas nécessaire, au reste, pour que ces phénomènes se produisent, que le massif ne soit pas en état d'équilibre comme dans la *fig.* 86. Il suffit que la courbe de pression se rapproche assez près de la paroi extérieure pour couper le joint à moins des deux tiers de sa largeur, c'est-à-dire, indiquer une partie où la pression est nulle. On conçoit en effet que là où la réaction du sol ne se fait plus sentir, la maçonnerie se détache nécessairement par l'effet de son propre poids, de sorte que le massif qui doit compter dans le calcul de l'équilibre se trouve quelquefois réduit au point de devenir insuffisant. Soit, par exemple, le massif de la *fig.* 87, soumis à une force inclinée R (qui pourrait résulter du poids et de la poussée d'une voûte), et B*m*R la courbe de pression. Le point R se trouvant à une certaine distance du point C, on pourrait en conclure que le massif sera en équilibre, tandis qu'il n'en est rien. En effet, si l'on trace la ligne FE, limite de la partie pressée, on en conclura que le solide FED devant se séparer du solide supérieur, ne doit pas être compris dans le calcul de l'équilibre et si l'on cherche de nouveau la courbe de pression en ne tenant pas compte du solide EFD, on aura peut-être une courbe telle que B*m*'C ou plus avancée même, et incompatible avec l'équilibre, courbe qui elle-même indiquera une autre partie CE'EF à retrancher, d'autant plus que ces parties inutiles sont précisément celles qui, étant plus éloignées du point de rotation, seraient les plus énergiques pour s'opposer au renversement.

En un mot, le massif n'est en équilibre qu'autant que la courbe de pression statique y est toujours contenue et, dans le calcul de cette courbe, on

ne doit pas tenir compte des parties du massif qui doivent se détacher dans le mouvement virtuel produit par la force extérieure.

Il résulte de ces considérations que les voûtes en arc de cercle sur pieds-droits n'ont pas une forme rationnelle au point de vue mécanique. On peut les considérer comme des pleins cintres dont on aurait remplacé la partie inférieure par une ligne verticale. Or, il arrive que la courbe de pression affectant la forme d'une chaînette s'éloigne de plus en plus de la partie verticale qui, par le renversement de la voûte, tend à être soulevée et à retomber par son propre poids. Pour remédier à cet inconvénient, il faudrait bien se garder d'ajouter de l'épaisseur à la partie inférieure du parement BD; le solide lnpD, quoique son moment par rapport à l'arête C soit très considérable, ne servirait absolument à rien, tandis qu'en arrière, en $l'n'p'$C, il s'opposerait énergiquement au renversement. Si les circonstances locales le permettaient, la position sur la partie supérieure, en KMBL, serait encore plus favorable à l'équilibre. Il faut chercher, en général, à ce que la courbe de pression occupe l'axe du massif.

Une autre condition est encore nécessaire pour assurer la stabilité d'une voûte. La poussée étant une force horizontale ne peut être détruite que par une résistance également horizontale. Supposons, par exemple, une voûte en arc de cercle de moins de 120° d'amplitude reposant sur un plan horizontal sans pieds-droits. Le renversement est évidemment impossible, puisque la courbe de pression, qui passe aux naissances, est toujours comprise dans la largeur des culées; mais si ces culées pouvaient glisser sur leur base, l'écartement des naissances amènerait la chute de la voûte. Il faudra donc s'assurer que ce mouvement n'est pas à craindre.

Dans les voûtes complètes, par suite de l'appareil des voussoirs normalement à l'intrados, le glissement n'est pas possible au joint de rupture et la vérification devra s'appliquer au joint de naissance.

Pour les voûtes incomplètes dont le joint de rupture est aux naissances, la vérification devra être faite pour ce joint. Dans ce cas, il est vrai, on peut diminuer la tendance au glissement en prolongeant l'appareil en

voussoirs dans l'intérieur des pieds-droits; mais il ne paraît pas que cette disposition, qui présente des inconvénients à d'autres égards, ainsi qu'on l'a vu ci-dessus, doive toujours être économique.

Il est clair d'ailleurs que si la résistance au glissement est suffisante dans chaque cas au joint considéré, elle le sera, *à fortiori*, dans toute la hauteur des pieds-droits, puisque la poussée est constante et que le poids de ceux-ci s'ajoute à celui de la culée et de la demi-voûte, qui agit seul au sommet.

Enfin, il faudra s'assurer encore que le glissement n'est pas possible sur le sol à la base même des culées ou pieds-droits; mais ceci est plutôt une question de fondations.

Quant à la résistance que les culées peuvent offrir au glissement, elle résulte non-seulement du frottement proprement dit, mais encore de l'adhérence du mortier et de l'enchevêtrement des matériaux, qui peuvent être tels que les pierres dûssent être rompues pour que le glissement eût lieu, par exemple, si les assises de la maçonnerie étaient reliées par des libages placés debout. Tout ce qui tendra à augmenter la valeur de ces trois éléments sera donc éminemment favorable à la résistance; mais il n'est pas possible de la calculer. Il y a là un coefficient qui ne pourrait être déterminé que par des expériences qui n'ont pas été faites; on ne connaît ni pour les diverses espèces de maçonnerie, ni même pour les pierres de diverses natures, la résistance à des forces agissant parallèlement au plan de rupture.

En constatant l'absence de ces expériences, M. Dejardin fait remarquer, dans sa *Routine des voûtes*, que lorsqu'on démolit sur cintres une ancienne voûte en pierre de taille et mortier médiocre, en enlevant succèssivement les rangs de voussoirs à partir de la clef, les voussoirs se soutiennent d'eux-mêmes et ne peuvent même pas être détachés sans un certain effort, dès que le plan de joint forme un angle de 45°, ou plus, avec l'horizontale. Il en résulte que lorsque les joints sont dressés, mais que le mortier est complétement pris, la résistance est au moins égale au poids agissant sur l'assise suivant laquelle se ferait le glissement. D'après cela, M. Dejardin propose

d'adopter, comme donnant un excès de sécurité, l'unité pour coefficient de glissement de la maçonnerie en moellon brut et mortier de moyenne qualité dans les culées, auxquelles on doit laisser, autant que possible, le temps de prendre complétement avant de leur faire porter la voûte.

En résumé, les formules empiriques que nous avons données et le tracé de la courbe de pression, en tenant compte de l'observation ci-dessus, déterminent l'épaisseur de la voûte dans toutes ses parties; il ne peut donc rester sous ce rapport aucune incertitude dans l'esprit du constructeur. On remarquera que cette épaisseur n'a d'autre but que de donner à la voûte la stabilité nécessaire pour qu'elle ne soit pas renversée ; nulle part nous n'avons tenu compte du degré de résistance dont les matériaux sont susceptibles ; cela tient à ce que dans les ponts, la pression s'exerce toujours, non pas sur une arête mathématique, mais sur une petite surface dont l'étendue échappe à toute espèce de calcul et dont le constructeur ne peut faire varier les dimensions que par certains artifices indépendants de l'épaisseur de la voûte. Comme nous l'avons dit, au moment du décintrement, les deux demi-voûtes s'appuient l'une sur l'autre en tournant autour de l'arête du joint appelé joint de rupture. Or, pour ce joint, on ne peut calculer que la pression absolue $\sqrt{P^2+Q^2}$; la pression par centimètre, celle qu'il importe de connaître pour prévenir l'écrasement, ne saurait se calculer, car on ignore l'étendue du contact. Le problème est aussi indéterminé que s'il s'agissait de la pression par centimètre d'une roue de locomotive portant sur un rail. On peut bien, comme nous l'avons fait plus haut, apprécier jusqu'à un certain point les circonstances qui influent sur l'étendue du contact, comme on peut apprécier l'influence du diamètre de la roue, mais on ne peut arriver à une évaluation précise et numérique. Eût-on même cette évaluation, on ne saurait guère en tirer parti, car si on sait ce qu'une pierre peut supporter quand elle est chargée uniformément sur toute sa surface, on ne sait pas ce qu'elle peut supporter quand elle n'est que partiellement chargée. Quoi qu'il en soit, on voit que la considération de la résistance des matériaux ne conduit à d'autres conclusions,

en ce qui concerne l'épaisseur de la voûte, qu'à rendre la partie supérieure au joint de rupture aussi légère que possible.

Depuis longtemps les constructeurs s'étaient aperçus que, par suite du mouvement des voûtes au décintrement, la pression se portait près de l'arête à l'intrados dans certains joints et voici comment ils remédiaient aux inconvénients que pouvait avoir ce mouvement. Dans un mémoire de Perronet(*), que nous aurons occasion de citer plus loin avec plus de détails, ce célèbre ingénieur dit :

« Quand la résistance de la pierre que l'on sera obligé d'employer « approchera trop près de l'équilibre avec la charge, il conviendra de faire « des bossages ou des refends à chaque assise, pour l'empêcher de s'épau- « frer sous une compression qui arriverait trop près de ses parements, afin « de la porter plus avant dans la pierre. C'est vraisemblablement pour ce « même motif que l'on a pratiqué à d'anciens monuments ces bossages « et ces refends ; mais ils ne sont plus présentement employés que comme « variété dans la décoration de l'architecture des bâtiments moins « élevés. »

« On peut suppléer au moyen qu'on vient d'indiquer pour ce qui con- « cerne la solidité, en ne fichant et ne mettant du mortier sur le lit des « pierres que jusqu'à quelques pouces de leurs parements ; le vide qui « reste est garni d'étoupes qui empêchent le mortier de sortir ; on retire « ces étoupes après que le tassement est fait sur le mortier, et les joints « qui restent pour lors vides sont garnis en ciment, après avoir retaillé et « ragréé les parements à la fin des ouvrages. Cette attention, qui se pra- « tique généralement dans les travaux publics, empêche également la « pierre de s'épaufrer à ses parements, parce qu'ils ne participent point « au tassement qui se fait entièrement sur le reste du lit des pierres. »

On voit donc qu'à l'aide de bossages et de refends, on peut reporter la pression à 3 ou 4 centimètres du bord de la pierre et qu'en ayant soin

(*) Mémoire sur la recherche des moyens que l'on pourrait employer pour construire de grandes arches de pierre de 200, 300, 400 et 500 pieds d'ouverture, etc. (1793).

de ne pas garnir de mortier le bord du joint, on recule encore cette pression de quelques centimètres. Aux précautions mentionnées par Perronet, les constructeurs en ajoutent souvent une autre qui consiste à tenir les joints plus larges du côté où ils doivent se fermer. Cette disposition a pour effet non seulement de régulariser le joint et de dissimuler plus tard le mouvement de la voûte, mais d'augmenter l'épaisseur du mortier là où la pression doit se faire sentir avec plus d'énergie et, par là, d'augmenter l'étendue du contact.

Ces artifices sont les seuls qu'à notre connaissance, les constructeurs aient employés jusqu'à présent et ils ont assuré suffisamment la solidité des ponts dans la limite d'ouverture où on s'est maintenu; mais nous croyons qu'on pourrait en employer d'autres encore, surtout si on voulait sortir de ces limites. Il est remarquable, en effet, qu'en ce qui concerne l'ouverture des ponts de pierre, les modernes n'ont fait sur les anciens aucun progrès. Toutes les fois qu'il s'est agi d'obtenir de grandes ouvertures, on a eu recours soit à la fonte, soit à la tôle; est-ce là une nécessité? L'art de construire les ponts en pierre a-t-il atteint ses dernières limites, en ce qui concerne les dimensions à leur donner? C'est ce que nous examinerons plus tard dans un chapitre spécial; qu'il nous soit permis d'indiquer, dès à présent, des précautions nouvelles à prendre dans la construction des grandes voûtes, dont l'emploi, simple et facile, permettrait d'en augmenter les dimensions en toute sécurité. D'abord, puisque nous savons que la pression se porte sur certains joints à l'intrados, ne serait-il pas naturel d'adopter pour ces joints des matériaux plus durs que dans le reste de la voûte? De même que dans une construction ordinaire, on emploie du béton, de la maçonnerie de moellon brut, du moellon piqué, de la pierre de taille, suivant le plus ou moins de résistance que doivent présenter les diverses parties de la construction, de même il nous paraîtrait rationnel d'adopter diverses natures de matériaux. Cela se fait d'ailleurs quelquefois. Ainsi donc, à Paris, par exemple, où les ponts sont construits en calcaire, il eût été rationnel d'employer du granit pour les joints correspondant au point de rupture; en ajoutant à cette précaution celle de

tailler des refends sur ces assises, on se serait mis à l'abri de la crainte des épaufrures de leurs arêtes. L'emploi d'une pierre différente et d'un appareil différent pour trois ou quatre assises n'aurait pas eu pour résultat de gâter l'aspect de la construction; l'architecte, pour plaire à l'œil, est souvent obligé de rompre la monotonie des surfaces par des saillies ou des ornements qui n'ont pas d'autre but ou d'autre utilité, il doit donc s'empresser d'accepter les variétés de construction qui ont leur raison d'être dans la solidité de l'édifice. Il serait facile, au reste, de dissimuler ces modifications par des placages en pierre courante, mais nous ne le croyons pas nécessaire; l'architecte ne doit pas plus dissimuler ce qui consolide son édifice que le sculpteur, le squelette et les muscles de la statue.

Ce que nous venons de dire n'est qu'un palliatif de l'inconvénient de la position de la pression près de l'intrados, mais il nous semble qu'on peut faire mieux encore et ramener la pression au centre du joint par une disposition (*fig.* 88), qui consisterait à remplacer, du côté de l'intrados, le prolongement du joint par une ligne faisant avec celui-ci un angle très obtus raccordé par une courbe sur laquelle roulerait la voûte au décintrement, si cette partie du joint n'était garnie que d'étoupe. On déterminerait ainsi un point de passage obligé de la courbe de pression et qui la placerait comme on voudrait par rapport à l'intrados; on pourrait faire quelque chose d'analogue à la clef. Il n'y aurait plus alors rien d'indéterminé dans le tracé de la courbe de pression, ce qui permettrait de la faire passer par le milieu de tous les joints en faisant varier convenablement le poids de la voûte, ainsi que nous l'avons expliqué dans le chapitre III. Il est inutile que cette articulation se trouve précisément au joint de rupture, théoriquement elle aurait partout le même effet; mais de même qu'une ligne droite est d'autant mieux déterminée par deux points qu'ils sont plus écartés entre eux, de même il conviendrait ici d'éloigner ce point de passage de la clef et nous croirions convenable de placer l'articulation dans un point accessible après le décintrement pour qu'on pût mieux observer ce qui s'y passe et garnir le joint aussi facilement à l'extrados qu'à l'intrados.

La voûte étant ainsi construite, la rotation au moment du décintrement se ferait nécessairement autour du point de contact, qu'on pourrait placer de 2 ou 3 centimètres en arrière du centre du joint, si on désirait absolument que la pression passât par ce dernier point. Il est évident que les deux pierres en contact seraient dans des conditions bien plus favorables à la résistance que dans le système de la pose ordinaire. Il serait facile même d'expérimenter *à priori* la résistance dans ces conditions. D'ailleurs, comme nous venons de le dire, rien n'empêcherait de prendre pour ces deux rangs de voussoirs des pierres d'une qualité excessivement dure; aujourd'hui, avec les moyens de transport faciles dont nous jouissons, ce serait partout une dépense insignifiante comparée à celle du pont. Remarquons même que la pose de ces deux voussoirs de chaque côté de la voûte ayant pour résultat de faire passer la courbe de pression par le milieu de tous les autres, permettrait d'employer pour ceux-ci des matériaux moins résistants que ceux qu'on s'impose aujourd'hui dans l'indécision où on se trouve pour le passage de la courbe de pression. Les avantages de porter la pression sur le milieu du joint sont d'ailleurs incontestables et nous avons déjà dit que pour les obtenir, les géomètres n'ont pas reculé devant les plus laborieux calculs et les théories les plus compliquées de l'analyse. Il n'y a d'objections possibles que sous le rapport pratique; mais il nous semble qu'elles disparaissent au premier examen.

Il n'est pas sans exemple, en effet, dans les constructions publiques de voir des pierres supportant des charges énormes; dans les ponts métalliques les poutres ou les arcs reposent sur les pierres des culées et des piles; sur les piliers des ponts suspendus, les câbles s'infléchissent ordinairement sur un rouleau en fonte qui porte sur une plaque de fonte reposant sur une pierre; les portes gigantesques des écluses à la mer, les ponts tournants reposent sur des pivots qui transmettent leur pression à des pierres de taille. Ces pierres résistent parfaitement aux pressions considérables qui leur sont transmises, parce que ces pressions ont lieu seulement sur la partie centrale de leur surface. On pourrait d'ailleurs augmenter cette résistance en intercalant au point de contact des plaques de

fonte encastrées dans les deux voussoirs, de manière que la surface métallique remplacerait celle de la pierre. Enfin, une feuille de plomb de 3 ou 4 millimètres d'épaisseur interposée entre les deux surfaces métalliques pourrait préserver le métal lui-même contre l'effet de la concentration de la pression sur un point isolé; une fois la voûte décintrée, le joint garni de mortier ne différerait en rien des autres joints de la voûte. Nous croyons inutile d'insister sur les détails du procédé à employer dont les constructions actuelles présentent de nombreux exemples. Nous ne voulons démontrer ici que l'utilité et la possibilité de son application, bien convaincu que chaque constructeur saura trouver celui qui convient le mieux à la voûte qu'il doit construire et aux difficultés qu'elle présente.

Nous ne conseillons pas d'ailleurs de recourir à ce système pour toutes les voûtes. L'expérience démontre, en effet, que dans un grand nombre de cas, le procédé ordinaire n'amène aucune espèce d'inconvénient; il n'y aurait donc aucun avantage à le compliquer; mais quand les voûtes ont de grandes portées, que le joint de rupture se trouve aux naissances, que les matériaux sont peu résistants, alors le constructeur devra avoir recours aux divers procédés que nous avons indiqués en employant les plus efficaces pour les cas les plus difficiles. Leur avantage serait surtout de permettre aux constructeurs d'exécuter des voûtes d'une plus grande ouverture qu'on ne l'a fait jusqu'à présent. En effet, dès qu'on parvient à faire passer la pression par le milieu des joints, la limite de l'ouverture des voûtes qui était indécise dans le système actuel devient susceptible d'être calculée comme la hauteur maximum des piliers qu'on peut construire, puisque la résistance des matériaux y est mise en jeu de la même manière.

CHAPITRE VIII.

DES LIMITES DE L'OUVERTURE DES ARCHES EN MAÇONNERIE.

Dès qu'on admet la possibilité de déterminer le passage de la courbe de pression par deux points donnés au moyen d'une espèce d'articulation établie au milieu de la clef et au milieu d'un autre joint situé vers le joint de rupture, le problème de faire passer la courbe de pression par le milieu de tous les autres joints reprend toute son importance pratique.

Cette importance a été reconnue par l'Académie dans les rapports excessivement favorables dont les mémoires de M. Yvon Villarceau ont été l'objet, rapports dont nous avons cité les termes dans le chapitre V.

Le système de M. Villarceau consiste à prendre sur le milieu de la clef et sur le milieu du joint de naissance deux points appartenant à la courbe de pression, ce qui, comme nous l'avons vu, en détermine complétement le tracé et l'équation. Puis, il modifie l'intrados de manière que la courbe de pression passe exactement par le milieu du joint. Quant à la pression exercée sur l'arc en maçonnerie par les matériaux qui lui sont superposés jusqu'au pavé du pont, ce savant suppose que son intensité est proportionnelle à la hauteur verticale de ces matériaux et que sa direction est normale

en chaque point de l'extrados, c'est-à-dire, que ces matériaux presseraient l'extrados comme un liquide. Cette hypothèse ne s'écarte pas beaucoup de la vérité près de la clef, mais vers les naissances, surtout dans les voûtes complètes, elle est évidemment contraire à la réalité. Il est plus simple et plus exact de supposer que la surcharge presse toujours l'extrados verticalement et proportionnellement à sa hauteur, comme le ferait une maçonnerie de briques sans liaisons horizontales. Sans doute l'existence de ces liaisons modifie la pression sur certains points de l'extrados, mais d'une manière qui ne peut être prévue par aucune hypothèse et par aucun calcul. Quoi qu'il en soit, on peut dire que l'hypothèse qui suppose la charge divisée par des plans verticaux est celle qui se rapproche le plus de la vérité.

Ce qui vicie d'une manière radicale les calculs de M. Yvon Villarceau, c'est beaucoup moins l'hypothèse qu'il a introduite relativement à la direction de la pression de la surcharge, que l'absence de toute considération mécanique relative au mouvement qui s'opère au décintrement et qui a pour effet de porter nécessairement un point de la courbe de pression sur l'intrados, ce qui fait écrouler tout l'échafaudage de ses calculs. Ainsi, empruntant à son mémoire la *fig.* 89, représentant une arche incomplète à grande portée, nous disons que peu importe que cette voûte soit construite suivant l'arc de cercle ordinaire ou suivant la courbe pleine déduite des calculs de M. Yvon Villarceau; la courbe de pression, après le décintrement, n'en passera pas moins par la naissance et dès lors tous les avantages cherchés par de difficiles et laborieux calculs s'évanouissent.

Nous avons indiqué dans le chapitre précédent un moyen de ramener la courbe de pression au milieu du joint de la clef et des naissances par un refouillement déterminant le point de contact de ces deux joints. Dans ce système, on peut chercher à réaliser la condition du passage de la courbe des pressions par le milieu des joints, mais on va voir qu'on peut arriver à ce résultat par une méthode graphique très simple, qui n'exige aucun calcul et qui repose uniquement sur quelques-unes des propriétés

de la courbe de pression. Pour cela, il est plus simple de supposer les joints de la voûte verticaux, ce qui en altère très peu la forme ; on peut, au reste, après avoir résolu le problème de cette manière, revenir au cas réel par une correction très facile.

Si on considère la courbe des pressions dans l'hypothèse des joints verticaux

$$y = \frac{p}{Q}(x - \xi),$$

on reconnaît que cette courbe demeure invariable avec la densité de la voûte, ou, ce qui revient au même, avec la longueur proportionnelle des joints et même en modifiant leur position verticale, car, dans ces circonstances, le rapport $\frac{p}{Q}$ et la quantité ξ ne changent pas. C'est une propriété analogue à celle d'une chaîne portant des poids dont la forme, en faisant abstraction de l'extension, ne changerait pas lorsqu'on les augmenterait ou diminuerait proportionnellement, ou lorsqu'on allongerait ou raccourcirait les liens par lesquels ils sont attachés. Il suit de là qu'on peut élever ou abaisser les ordonnées comprises entre l'intrados et le sommet de la charge sans modifier la courbe de pression. Ayant donc déterminé la courbe de pression pour le premier intrados de la voûte par le procédé graphique de M. Méry, en soulevant tous les voussoirs d'une certaine quantité, de manière que leur milieu coïncide avec la courbe de pression, on aura résolu une partie du problème ; mais cette opération aura pour effet de soulever l'extrados et de lui donner une forme bombée, tandis que les circonstances locales peuvent exiger une forme rectiligne. Or, pour la faire disparaître, il suffit de réduire d'abord toutes les ordonnées proportionnellement, de manière que la partie bombée vienne affleurer la ligne de sujétion, puis, d'introduire dans le massif des vides équivalents à ceux que donne cet extrados fictif.

Le problème que s'est proposé M. Yvon Villarceau est donc résolu d'une manière toute différente. La solution de ce savant, en altérant la

courbe d'intrados, aurait de nombreux inconvénients sous le rapport architectural et sous le rapport de l'exécution.

Au lieu de changer la position de l'intrados, on peut faire monter ou descendre la courbe de pression et lui faire occuper une position déterminée en modifiant l'épaisseur de la voûte. Le problème revient en effet à celui-ci : une chaîne étant attachée à deux points fixes, lui faire prendre une forme donnée en attachant des poids convenables à chacun de ses points.

Nous avons exposé (chapitre III, page 56) comment le problème peut être résolu analytiquement. Pratiquement, nous croyons que le problème de faire coïncider la courbe de pression avec une courbe donnée ne comporte aucun calcul et qu'un simple tâtonnement graphique suffit en toute circonstance; car ayant tracé la courbe de pression qui passe par deux points quelconques de la courbe donnée, il suffira, pour la faire passer par tous les autres, d'ajouter ou de retrancher de la charge sur l'intrados pour faire monter ou descendre la courbe de pression et quand on se sera assuré qu'elle occupe partout la position voulue, on ramènera à la ligne droite l'extrados provisoire par des évidements convenablement disposés, ainsi que nous l'avons indiqué plus haut. Du reste, suivant les circonstances, on pourra faire concourir au même but, soit la modification de l'intrados des voussoirs, comme le fait M. Yvon Villarceau, soit celle de l'extrados des voussoirs, que rien n'oblige à faire d'une longueur égale. Enfin, on doit remarquer que cette position centrale de la courbe des pressions n'est pas une nécessité, ce n'est qu'une convenance. Dès qu'elle est obtenue à la clef et au joint de rupture par le mode de construction, un léger écart dans l'intervalle peut être admissible; mais, nous le répétons, si cette position est nécessaire, on peut l'obtenir par quelques tâtonnements graphiques dont les résultats seront tout aussi exacts que ceux que donnent les formules les plus compliquées de l'analyse, car les uns et les autres reposent sur des hypothèses et sur des données incertaines; quoi qu'on fasse, on n'aura jamais qu'une approximation.

On remarquera, du reste, que ces tâtonnements graphiques peuvent aussi

bien se faire avec des joints normaux à l'intrados qu'avec des joints verticaux. Les différences entre les courbes obtenues dans ces deux systèmes de joints seraient d'ailleurs insignifiantes.

La possibilité de faire porter la pression sur le centre de chacun des voussoirs a nécessairement pour résultat de reculer les limites des ouvertures possibles des ponts en maçonnerie. Le célèbre Perronet s'est préoccupé de cette question et a publié en 1793 un mémoire sur la recherche des moyens que l'on pourrait employer pour construire de grandes arches de pierre, sous la forme d'un projet descriptif d'une arche en plein cintre de 500 pieds (160 mètres) d'ouverture. L'examen de ce projet nous paraît fournir le meilleur moyen d'exposer nos vues sur le même sujet. Nous sommes heureux d'ailleurs de pouvoir abriter notre opinion sur la possibilité de construire de très grandes arches en maçonnerie sous l'autorité du nom de Perronet.

Dans son mémoire, ce célèbre ingénieur indique quelles étaient les plus grandes arches connues à cette époque (1793).

« L'arche la plus grande, dit-il, que l'on ait faite en France est celle « de Vieille-Brioude de 172 pieds d'ouverture (56 mètres), construite en « 1454; on en trouve aussi plusieurs de 120 et 150 pieds (39 et 49 mètres) « et une pareille à cette dernière, à Vérone, faite en 1354. Il y en a « également une en Angleterre dans le pays de Galles, sur la rivière « d'Usche, de 178 pieds, 8 pouces (58 mètres); mais dans un siècle où « les sciences et les arts ont fait de si grands progrès, ne pourrait-on pas « se flatter d'en établir solidement qui aient encore plus d'ouverture ! c'est « ce que nous nous proposons d'examiner. »

Depuis l'époque où Perronet a publié son mémoire, on a fait un grand nombre de ponts en pierre, cependant on n'a guère dépassé les limites que s'étaient imposées les constructeurs. En recourant aux tableaux du chapitre précédent, on reconnaîtra que la plus grande arche qui existe est celle qui se trouve dans l'aqueduc du Potomac pour la traversée de la vallée du Cabin John, qui a 67 mètres d'ouverture et dont les dessins ont été donnés dans les *Annales des Ponts et Chaussées* (1863) par M. Huet.

Une note de cet ingénieur fait connaître qu'il existait autrefois sur l'Adda un pont de 72^{m}.25 de portée détruit à la fin du XV^{e} siècle. C'était un arc de cercle de 42 mètres de rayon avec flèche de 20^{m}.70. S'il en est ainsi, on peut dire que les modernes n'ont pas été plus hardis pour la construction des grandes arches et qu'une arche de 80 mètres est encore à faire. A quoi cela tient-il? Ce n'est pas au besoin qui ne s'en serait pas fait sentir, car on a fait des arches métalliques beaucoup plus grandes. Ainsi, à Paris, le pont d'Arcole, de 80 mètres d'ouverture précisément, a été exécuté en tôle et on peut se demander pourquoi on ne l'a pas fait en pierre. A-t-on reculé devant une difficulté considérée comme insurmontable? Ou bien, y avait-il un parti pris d'adopter le métal de préférence à la pierre? C'est une question que nous ne pouvons résoudre. Constatons pour le moment que Perronet ne mettait pas en doute la possibilité de construire un plein cintre de 160 mètres d'ouverture et, par conséquent, bien moins encore un arc de 80 mètres qui ne serait qu'une fraction du plein cintre.

Voyons maintenant la solution proposée par cet ingénieur.

Le pont est censé construit en pierre de même qualité que celle qui avait servi au pont de Neuilly, pierre de Saillancourt, dont le poids est de 152 livres le pied cube (2171 kilogrammes le mètre cube), et pouvant porter un poids moyen de 265,680 livres par pied carré, ce qui revient à 123 kilogrammes par centimètre carré.

Perronet observe que la partie supérieure des arches du pont de Neuilly, de la pointe d'une corne de vache à l'autre, n'a que 6 pouces, 9 lignes (0^{m}.183) de flèche pour 33 pieds (10^{m}.72) de longueur et que cet arc se trouve par suite décrit avec un rayon de 244 pieds (79^{m}.26) de longueur. La construction de ce pont fait donc connaître que la pierre de la qualité de celle dont il est construit peut résister dans le haut des voûtes à la pression qu'éprouvent les voussoirs de l'arc dont le rayon est de 244 pieds (79^{m}.26) et, par conséquent, à la pression qu'éprouvent les voussoirs de l'arc de 250 pieds (81^{m}.21) de rayon qu'aurait l'arche de 500 pieds (162^{m}.42) proposée, vu le peu de différence. Perronet dit que la longueur

de coupe des voussoirs devra être au moins de 7 pieds ($2^m.274$); puis il calcule si les premières retombées ou coussinets de cette même arche pourront résister à la pression du poids dont ils seront chargés; il trouve, en supposant 7 pieds de longueur aux premiers voussoirs ou retombées, que la résistance, pour le cas d'équilibre seulement, excèdera peu la charge de la maçonnerie; aussi, dans la planche jointe à son mémoire, il donne beaucoup plus de 7 pieds de longueur aux premiers voussoirs et pour diminuer la trop grande charge qu'exercerait le poids de la maçonnerie des reins sur la voûte, il projette trois œils de pont de forme elliptique de chaque côté de cette voûte (*fig.* 90).

Nous ne croyons pas que le projet de Perronet eût réussi s'il avait été exécuté avec les dimensions qu'il donne à ses diverses parties; la pression qui se serait manifestée aux joints de rupture sur l'angle même des voussoirs eût amené l'écrasement; la pression à la clef serait elle-même trop considérable; nous ferons voir qu'en la supposant uniformément répartie sur le voussoir de la clef, qui est projeté d'une longueur de 7 pieds ($2^m.27$), elle serait de 40 kilogrammes par centimètre carré, ce qui est exagéré pour la pierre du pont de Neuilly. Perronet a, en outre, commis une erreur de théorie en supposant que la pierre de la qualité de celle du pont de Neuilly peut résister dans le haut des voûtes à la pression qu'éprouvent les voussoirs à la clef de l'arc dont le rayon est 250 pieds ($81^m.21$), parce que les rayons de courbure des intrados étaient sensiblement les mêmes; il y a, dans cette assimilation des deux ponts, une erreur qu'il convient d'autant mieux de signaler qu'elle est reproduite dans des ouvrages modernes; elle consiste à considérer comme ayant même poussée deux voûtes dont les rayons de courbure de l'intrados à la clef sont les mêmes; cela revient à confondre la courbe des pressions avec la courbe d'intrados; or, quoique ces deux courbes aient des tangentes parallèles au sommet, leur courbure n'est pas la même. Remarquons d'ailleurs en passant que Perronet abandonne sa formule empirique et part d'un principe nouveau pour calculer l'épaisseur à la clef dans son projet de pont.

Il ne faudrait pas conclure que le projet lui-même, rédigé sur des

bases plus conformes à une saine théorie, serait inexécutable. Nous indiquons dans la *fig.* 90 le projet de Perronet et les modifications qu'il nous paraît indispensable de lui faire subir.

Le constructeur doit s'attacher à diminuer la poussée autant que possible; le vice du projet consiste dans le poids relativement considérable sur les reins de la voûte. Dans les ponts de petite dimension, le remplissage des reins, ou mieux, un simple remblai, est presque toujours le moyen le plus économique de porter la voie; mais, dans les grands ponts, ce remplissage augmente la poussée et la pression d'une manière démesurée; sans doute, Perronet a compris l'utilité d'alléger cette partie de la maçonnerie, mais les trois évidements elliptiques qu'il propose atteignent ce but imparfaitement. L'arc construit, on doit supporter la voie au-dessus au moyen d'un viaduc aussi léger que possible; le vide, dans une pareille construction, peut être une fraction importante du plein.

Nous allons calculer le poids de la construction qui porte sur le joint de rupture; nous supposons le joint de rupture au milieu de la montée, la tangente à l'intrados en ce point représente dans ce cas la direction de la poussée sur ce joint.

L'épaisseur à la clef est de (7 pieds) $2^{m}.27$; ajoutons $0^{m}.50$ pour la chaussée. Le poids que porte le joint de rupture est représenté par les pleins de la partie IHGLK, côté gauche de la *fig.* 90; la surface de ces pleins est de $794^{m^2}.57$, leur moment par rapport à OK est de 38029; par suite, la distance du centre de gravité à OK, qui est le rapport du moment des pleins à leur surface, est égale à $47^{m}.86$.

La surface des pleins étant de $794^{m^2}.57$ et le poids de la pierre étant de 2 200 kilogrammes par mètre cube, le poids total P d'une tranche de 1 mètre d'épaisseur que porte le joint de rupture est

$$P = 794^{m^3}.57 \times 2\,200^{k} = 1\,748\,054^{k}.$$

Appelons Q la poussée à la clef et supposons-la appliquée au milieu de la hauteur du joint à la clef. Les moments de P et de Q par rapport au point G sont égaux; on a donc

$$P\,(GM - 47.86) = Q\left(40 + \frac{2.27}{2}\right);$$

or,

$$GM = 69^{m}.28,$$

donc

$$Q = \frac{1\,748\,054^{k} \times 21.42}{41.135} = 910\,254^{k}.$$

L'épaisseur à la clef étant de $2^{m}.27$, la pression, supposée uniformément répartie, serait de 40 kilogrammes par centimètre carré; cette pression est supérieure à celle que peut porter avec sécurité la pierre du pont de Neuilly.

Calculons maintenant la pression sur le joint de rupture; elle est

$$\sqrt{P^{2} + Q^{2}} = 1\,970\,851^{k}.$$

Remarquons que lorsqu'on se donne, comme nous l'avons fait, le point d'application et la direction de la pression au joint de rupture, la poussée à la clef, qui est horizontale, passe par l'intersection de la tangente à l'intrados au milieu de la montée, que nous avons prise comme direction de la pression sur le joint de rupture, avec la verticale menée par le centre de gravité. Or, l'équation de la tangente à l'intrados au milieu de la montée par rapport aux axes OX et OK est

$$y = 160 - 1.732\,x;$$

si nous remplaçons x par la valeur de l'abscisse du centre de gravité

$$x = 47^{m}.86,$$

on trouve

$$y = 77^{m}.11,$$

ce qui n'est pas possible, attendu que la poussée à la clef passerait au-dessous de l'intrados. Cela indique que le joint de rupture se trouve un peu au-dessous du milieu de la montée; son déplacement ne modifie pas

d'une manière sensible le poids et la poussée que nous avons trouvés ci-dessus.

Nous avons dit que la surface qui pèse sur le joint de rupture peut être plus réduite que par les œils de pont du projet de Perronet. Supposons, ainsi que le représente le côté droit de la *fig.* 90, planche 6, à partir du joint de rupture, trois arcades de 10 mètres de largeur; donnons à la voûte $2^{m}.60$ (*) d'épaisseur à la clef, 5 mètres d'épaisseur au milieu de la montée et comptons $0^{m}.50$ pour la chaussée. Supposons, en outre, une articulation faisant passer la poussée Q par le milieu de la hauteur du joint à la clef et une autre articulation faisant passer la pression sur le joint de rupture au milieu de la longueur de ce joint. Dans ce cas, la surface des pleins que porte le joint de rupture est de $714^{m^2}.95$, leur moment par rapport à OK est de 35192.48 et l'abscisse du centre de gravité est donnée par le rapport

$$\frac{35\,192.48}{714.95} = 49^{m}.22.$$

La surface des pleins étant de $714^{m^2}.95$ et le poids de la pierre étant de 2200 kilogrammes par mètre cube, le poids total d'une tranche de 1 mètre d'épaisseur portant sur le joint de rupture sera

$$P = 714.95 \times 2.200^{k} = 1,572,890^{k}.$$

La poussée à la clef

$$Q = \frac{P\left(69.28 - 49.22 + \frac{4.33}{2}\right)}{40 + 1.30 - \frac{2.50}{2}} = 872,649^{k}.$$

Comme, par construction, la poussée passe par le milieu de la hauteur du joint à la clef, cette poussée est uniformément répartie sur ce joint,

(*) La formule du chapitre VII, $e = 0.20\sqrt{A}$, donne pour une arche de 160 mètres d'ouverture $e = 2^{m},528$.

qui, ayant $2^{m}.60$ de hauteur, portera $33^{k}.56$ par centimètre carré; c'est sensiblement moins que dans le projet de Perronet, pour lequel nous avons trouvé 40 kilogrammes par centimètre carré, en supposant la poussée uniformément répartie, ce qui, en réalité, n'aurait pas lieu, attendu que, lorsqu'il n'y a pas d'articulation, la poussée passe au-dessus du milieu du joint à la clef.

La pression sur le joint de rupture est

$$\sqrt{P^2 + Q^2} = 1,798,749^{k}.$$

Cette pression est un peu moindre que dans le projet de Perronet. Dans ce projet, la pression au joint de rupture se portant sur l'angle intérieur des voussoirs serait devenue énorme; dans le projet modifié, en introduisant une articulation métallique dans le joint et en donnant une longueur de 5 mètres au dit joint, la pression est de 36 kilogrammes par centimètre carré. Pour des pressions aussi fortes, il y a lieu d'employer de la pierre d'une résistance à l'écrasement plus grande que celle de la pierre de Saillancourt.

Quant aux naissances, le même résultat est obtenu en donnant 14 mètres d'épaisseur à la culée, au moyen de quoi la pression passe à peu près au milieu de son épaisseur.

Perronet, effrayé de la poussée de son pont, le supposait adossé à un rocher; cette condition n'est nullement nécessaire et ce ne serait pas là la difficulté du projet.

Nous avons, du reste, voulu seulement faire voir par cet exemple qu'aucune considération théorique n'obligeait les constructeurs à se maintenir dans les limites d'ouverture qu'ils s'imposent aujourd'hui, que les ponts en maçonnerie, qui l'emportent sur les ponts métalliques sous le rapport du caractère architectural, de la dépense de construction et de celle d'entretien, pouvaient leur faire concurrence dans beaucoup de circonstances.

CHAPITRE IX.

DU CHOIX DE LA COURBE D'INTRADOS.

Les sujétions qui résultent des circonstances locales pour l'établissement d'un pont se réduisent, en général, à deux lignes verticales qui limitent le débouché du pont et à une ligne horizontale ou brisée qui limite la hauteur de la chaussée. De cette dernière ligne, lorsque l'ouverture des arches est déterminée, on peut déduire presque toujours l'épaisseur de la voûte, car elle ne varie guère avec la forme de l'intrados; il en résulte qu'en définitive, la voûte à construire se trouve limitée par un rectangle. Si la hauteur du rectangle est plus grande que sa demi-largeur, on peut employer le plein cintre, l'arc de cercle dans le cas contraire; mais cette dernière forme de voûte a quelquefois l'inconvénient, soit de rétrécir le débouché à la naissance, s'il n'y a pas de pieds droits, soit de donner lieu à une trop grande poussée; on a alors recours à la forme elliptique. Cependant ce n'est pas, en général, l'ellipse des géomètres qu'on emploie pour cet usage. Les anciens constructeurs lui reprochaient d'avoir un rayon de courbure trop faible aux naissances, d'être d'un tracé difficile pour les épures et d'exiger que tous les voussoirs soient taillés sur des panneaux différents. Nous apprécierons plus loin la valeur de ces reproches, mais il est bon de faire d'abord connaître

la courbe dite anse de panier qu'on a substituée à l'ellipse dans la plupart des ponts.

Soient $AA' = 2a$, l'ouverture de l'arche (*fig.* 91),
$OB = b$, la montée.

Si aux points A et A', on forme deux quarts de cercle avec le rayon b et si on les réunit par une ligne droite horizontale, on aura l'anse de panier qui a le plus grand débouché, car ses deux rayons ont leur valeur maximum, puisque le plus petit ne peut être plus grand que b et le plus grand est égal à l'infini. Si maintenant on fait passer un arc de cercle par A, B, A', on aura, au contraire, la courbe de plus petit débouché, car son plus petit rayon sera égal à zéro et son plus grand aura la valeur minimum qu'il peut avoir. Traçons encore l'ellipse A*n* BA'; elle sera nécessairement comprise entre ces deux courbes et puisque le but principal de l'anse de panier est d'augmenter le débouché, on voit que toutes celles qu'on pourra adopter devront se trouver comprises entre l'ellipse et l'anse de panier limite ACBC'A'. La seule inspection de la figure 91 démontre que le profit qu'on peut faire sous ce rapport est bien limité. Quoi qu'il en soit, on reconnaît que le plus petit rayon de l'anse de panier doit être plus grand que $\frac{b^2}{a}$, car alors l'anse de panier n'aurait pas sa raison d'être. Ainsi, le plus petit rayon est $> \frac{b^2}{a}$, et $< b$. Si maintenant on prend une valeur comprise entre ces deux limites, il sera facile de compléter l'anse de panier avec un nombre quelconque de rayons.

Si on ne voulait avoir que deux rayons ou trois centres, on déterminerait le rayon de la clef en prenant à partir de B une longueur $BD = \rho_1$, premier rayon; joignant C_1D, puis élevant une perpendiculaire sur le milieu de cette ligne jusqu'à sa rencontre avec l'axe BO prolongé, ce point de rencontre déterminera le rayon ρ_2.

Les anses de panier à trois centres présentant une certaine discontinuité dans leur courbure, on multiplie ordinairement les rayons et les centres

de manière que les variations de courbure de l'intrados soient moins brusques. Le problème de tracer une anse de panier d'une ouverture et d'une montée données, avec un grand nombre de centres, renferme un grand nombre d'indéterminées, surtout si on le considère d'une manière géométrique et abstraite; mais le but du tracé étant d'obtenir une courbe d'une apparence continue, on s'impose ordinairement certaines conditions qui réduisent l'indétermination du problème. Ainsi les rayons doivent aller en croissant depuis le plus petit jusqu'au plus grand, c'est là une condition que tous les ingénieurs s'imposent; d'autres cherchent ensuite à ce que les angles formés par deux rayons consécutifs soient égaux, ou que ces rayons croissent en progression arithmétique, ou enfin que les arcs d'intrados tracés avec les rayons successifs soient égaux entre eux.

La solution rigoureuse et mathématique de ces problèmes entraîne à de longs calculs qui ne nous paraissent pas justifiés par l'importance du résultat obtenu. On doit à plusieurs savants des méthodes graphiques qui nous paraissent donner des solutions suffisantes.

Si on imagine qu'on réunisse par des cordes les extrémités des arcs d'une anse de panier tracés avec le même rayon, on formera ainsi une série de triangles isocèles. Décrivant ensuite du centre de l'anse de panier une demi-circonférence, menant des rayons parallèles à ceux de l'anse de panier et réunissant leurs extrémités par des cordes, on formera dans cette demi-circonférence des triangles isocèles semblables à ceux de l'anse de panier. Or, il est facile de renverser le problème, c'est-à-dire, de tracer d'abord la demi-circonférence avec ses rayons et ses cordes et d'en déduire l'anse de panier.

Ainsi sur le quart de circonférence AmnB (*fig.* 92), prenons à volonté deux points de division m et n et menons les cordes et les rayons correspondants. Soit OB′ la montée de l'anse de panier, c'est avec le point A, une des données du problème. Cherchons maintenant les points m', n' correspondants à m et à n. Le point m' se trouvera évidemment sur Am, puisque, d'après ce qu'on vient de dire, la corde Am doit être commune au cercle et à l'anse de panier. Nous pouvons prendre arbitrairement le

point m' sur Am. Par m' et B', menons des parallèles à mn et n B, leur point de rencontre donnera le point n' cherché. Enfin, en menant par ces nouveaux points des parallèles aux rayons mO, nO, on aura les rayons et les centres de l'anse de panier cherchée.

Dans l'exemple que nous avons choisi, il arrive que le second rayon est plus grand que le troisième; cette progression anormale rendrait la courbe inadmissible, parce qu'elle serait disgracieuse à l'œil. Nous n'avons voulu faire voir par cet exemple que l'étendue de l'indétermination du problème; quand on s'impose la condition que les rayons croissent toujours de la naissance au sommet, les points m et n ne peuvent être pris d'une façon aussi arbitraire. Supposons qu'on les ait choisis de manière à diviser la demi-circonférence en parties égales (*fig.* 93) et répétons la même construction en prenant arbitrairement le premier rayon AC_1; nous obtiendrons ainsi une anse de panier qui satisfait à la condition d'avoir des rayons croissants depuis la naissance jusqu'au sommet. Dans cette construction, il n'y a plus d'arbitraire que l'un des rayons, si l'on tient à ce qu'ils fassent entre eux des angles égaux. Toutefois, cette condition non-seulement n'est pas nécessaire, mais il paraît préférable que les arcs décrits du même rayon soient à peu près égaux, ou que les rayons croissent en progression arithmétique.

On peut arriver à ces résultats par le calcul; mais comme ils ne sont pas eux-mêmes nécessaires, nous croyons que des tâtonnements graphiques suffiront. Que veut-on, en effet? une courbe qui donne plus de débouché que l'ellipse; or, on satisfera à cette condition en prenant pour la naissance un rayon de courbure plus grand que celui de l'ellipse, $\frac{b^2}{a}$; on veut ensuite que la courbe soit agréable à l'œil; pour satisfaire à cette condition, n'est-il pas plus convenable de consulter l'œil que l'algèbre?

Pour les grandes arches, on a pris des anses de panier ayant plus de cinq centres; ainsi les arches du pont de Neuilly ont onze centres. Le procédé que nous avons indiqué et qu'on doit à M. Michal, inspecteur général (*Annales des ponts et chaussées*, 1831), s'applique à un nombre de

centres quelconque; seulement le nombre des rayons non déterminés augmente avec celui des centres. Ainsi, cinq centres laissent un rayon arbitraire, sept en laisseraient deux; en général, n centres en laissent $\frac{n-3}{2}$, c'est-à-dire que la construction n'en détermine jamais que deux dans tous les cas. Cette latitude laissée au constructeur lui permet de faire varier la courbe à volonté et M. Michal en profite pour déterminer ces rayons de manière que les anses de panier approchent le plus possible de l'ellipse. Nous ne croyons pas devoir reproduire ici les méthodes de calcul qui conduisent à ce résultat.

L'emploi de l'anse de panier à un grand nombre de centres ne nous paraît pas rationnel. Déjà Gauthey, dans son *Traité de la construction des ponts*, trouvait qu'il était inutile d'en employer plus de cinq (pages 185 et 186). En effet, en multipliant les centres, on arrive à un tracé qui se confond à peu près avec celui de l'ellipse. Ainsi, si on compare l'anse de panier du pont de Neuilly à l'ellipse (*fig.* 94), on voit que la différence des deux courbes est bien faible et qu'elle a dû même être complétement effacée par le tassement qui s'est opéré au décintrement. Reste donc la facilité du tracé de l'épure de grandeur naturelle; or, sous ce rapport, l'ellipse ne le cède en rien à l'anse de panier à un grand nombre de centres. Tous les traités de géométrie analytique contiennent une foule de procédés très simples pour le tracé de l'ellipse. Nous ne citerons que celui qui consiste à réduire les ordonnées du cercle dans le rapport constant $\frac{b}{a}$; le mieux est d'ailleurs de construire la courbe au moyen de coordonnées calculées à l'avance; on a donc autant de points qu'on veut pour le tracé de l'intrados; on peut, par des moyens très simples, mener des normales et des tangentes aux points déterminés, le tracé de l'épure ne présente donc aucune difficulté; aussi aujourd'hui abandonne-t-on les anses de panier pour y substituer des ellipses. C'est ce qu'on a fait à Paris pour les derniers ponts construits (Notre-Dame, de l'Alma, au Change, Louis-Philippe et de Bercy) et pour divers ponts construits dans les départements. Nous croyons

que l'usage de l'anse de panier est dû à l'ignorance scientifique des architectes qui ont été appelés à construire les premiers ponts. Si simple que soit le tracé d'une ellipse, il repose cependant sur quelques connaissances théoriques qui autrefois étaient peu répandues; l'usage une fois introduit, il s'est continué par habitude et par routine, comme beaucoup d'autres. Cet usage ne s'appuyant sur aucune raison sérieuse disparaîtra nécessairement avec le temps, mais il a occupé une place trop grande dans la construction des ponts pour que nous ayons cru devoir le passer sous silence. Au reste, qu'on adopte l'anse de panier des architectes ou l'ellipse des géomètres, les résultats sous le rapport mécanique ou économique sont les mêmes, car les courbes d'intrados diffèrent trop peu entre elles, pour qu'il soit possible d'en tenir compte.

Laissant donc de côté les courbes ogivales qui ne sont employées que dans des circonstances exceptionnelles, il n'y a réellement que trois espèces de courbes d'intrados admissibles, le plein cintre, l'arc de cercle et l'ellipse. Le plein cintre n'est possible qu'autant que la hauteur du rectangle de sujétion est égale ou supérieure à sa demi-largeur; les deux autres espèces d'intrados sont toujours concurremment possibles. Nous allons examiner les avantages et les inconvénients de ces trois espèces d'intrados.

Le plein cintre est la courbe la plus pure, la plus agréable à l'œil, surtout lorsqu'elle est montée sur des pieds droits d'une certaine hauteur, et qui paraît la plus rationnelle à priori. C'est aussi celle qui donne le minimum de poussée et, par suite, le maximum de solidité; elle est de construction facile et le joint de rupture y est peu accusé. En revanche, les tympans sont très massifs, à moins qu'on ne les évide, ce qui peut quelquefois présenter des inconvénients et devenir coûteux; le rapport du plein au vide est donc, en général, au maximum. S'il n'y a pas de pieds-droits ou si leur hauteur est peu considérable, les naissances sont habituellement plongées dans l'eau et à mesure que le niveau de la rivière s'élève, le débouché et la largeur libre pour la navigation diminuent rapidement; l'écoulement des eaux est gêné et il peut en résulter des remous et des courants plongeants dangereux pour la solidité des fondations.

Pour l'arc de cercle, il faut considérer deux cas, suivant que les naissances sont plongées dans l'eau ou que l'arc est élevé sur pieds-droits. Dans le premier, les tympans sont massifs, le débouché diminue rapidement à mesure que le niveau de l'eau s'élève et il peut en résulter des remous dangereux. Cette disposition d'intrados ne paraît justifiée à aucun point de vue.

Si, au contraire, les naissances peuvent être élevées au niveau des grandes eaux ou à peu près, le rapport du vide au plein est considérable, le débouché est au maximum, le passage des eaux est aussi facile que possible, enfin l'appareil et la construction présentent beaucoup de simplicité. En revanche, la poussée devenant alors très grande, il faut des matériaux plus résistants, par suite, plus coûteux; les culées doivent être très épaisses, ce qui n'entraîne pas, il est vrai, une grande augmentation relative de dépense, s'il y a plusieurs arches et si les piles ne doivent pas faire culées; le nombre des cintres doit être plus considérable; enfin, le joint de rupture est fortement accusé et influencé par les variations de température.

L'ellipse participe des avantages et des inconvénients du plein cintre et de l'arc de cercle. Par rapport au plein cintre ou à l'arc à naissances plongées, elle donne plus de débouché, des tympans moins massifs, une poussée plus considérable. L'inverse a lieu par rapport à l'arc sur pieds droits. L'appareil et la construction sont un peu moins simples que pour les deux autres formes d'intrados. Le joint de rupture est peu accusé. En somme, le véritable avantage de l'ellipse consiste à augmenter la montée de la voûte par rapport à l'ouverture, ce qui diminue la poussée sans trop réduire le débouché et permet ainsi l'emploi de matériaux moins résistants.

Nous ferons observer en outre, d'une manière générale, d'abord que, toutes choses égales d'ailleurs, la disposition la plus économique est celle pour laquelle le rapport du vide au plein, dans l'élévation, est un maximum; en second lieu, que toutes les voûtes de même ouverture, qui ont la même flèche depuis l'horizontale des naissances jusqu'à l'intrados de la clef, ont sensiblement la même poussée. Mathématiquement, ce principe

n'est pas exact, mais ce que nous voulons dire, c'est que la différence entre les poussées est assez faible pour que le constructeur ne puisse y trouver un motif de préférence.

D'après cela, considérant d'abord le cas où les trois espèces d'intrados sont possibles, s'il n'y a pas intérêt à augmenter le débouché, on doit préférer le plein cintre, surtout si la hauteur permet de l'élever sur des pieds droits. Si, au contraire, il y a nécessité d'augmenter le débouché, on devra recourir à l'arc de cercle ou à l'ellipse, qui seraient alors montés sur des pieds droits; et si cette considération du débouché conduisait à donner à ceux-ci une grande hauteur, il vaudrait mieux prendre l'arc de même montée qui donnerait plutôt un peu moins de poussée, qui est d'un aspect plus satisfaisant qu'une ellipse juchée sur des pieds-droits élevés et qui d'ailleurs paraît alors plus rationnel, puisque l'on perdrait le principal avantage de l'ellipse, consistant à augmenter la montée de la voûte pour en diminuer la poussée.

Si la hauteur du rectangle de sujétion est moindre que sa demi-largeur, on n'a plus de choix qu'entre l'arc de cercle et l'ellipse. Celle-ci est préférable, pour l'aspect et pour le débouché, à un arc à naissances plongées; mais s'il y avait nécessité de faire des pieds-droits d'une grande hauteur, les mêmes considérations que ci-dessus conduiraient à choisir l'arc de cercle.

CHAPITRE X.

DES VOUTES BIAISES.

Jusqu'à présent nous n'avons considéré que les berceaux droits, c'est-à-dire, ceux dans lesquels les voûtes sont terminées par des plans de têtes perpendiculaires aux arêtes du cylindre. C'est le cas le plus général et, avant l'établissement des chemins de fer, la construction d'une voûte biaise était un fait tellement exceptionnel que la théorie s'en était peu occupée. Il n'en est plus ainsi aujourd'hui; la construction des chemins de fer a nécessité celle d'un grand nombre de ponts traversant soit des cours d'eau, soit des voies publiques, sous un angle plus ou moins aigu. On n'a pas toujours pu résoudre la difficulté par un pont droit ou par le détournement des cours d'eau ou des voies franchies et on est arrivé à construire un grand nombre de ponts biais. Un traité de la construction des ponts serait donc incomplet s'il ne s'occupait de ce cas particulier et n'indiquait les solutions adoptées et les principes sur lesquels elles reposent.

Imaginons qu'un berceau droit, construit avec l'appareil ordinaire, c'est-à-dire, avec les deux systèmes de joints perpendiculaires, dont l'un est parallèle aux têtes et l'autre est dirigé suivant les arêtes mêmes du cylindre, soit coupé par deux plans obliques sur l'axe du berceau. Il est évident que l'équilibre sera détruit et que les parties de voûtes triangulaires (*fig.* 95)

des extrémités se détacheront suivant la section droite passant par le sommet de l'angle obtus. Il ne restera qu'un berceau droit plus court que le berceau primitif de toute la longueur du biais. Cet accident n'arriverait pas si tous les voussoirs étaient composés d'une tête à l'autre d'une seule pierre, ou si seulement les voussoirs de tête étaient assez longs pour être tous engagés suffisamment dans la partie droite. C'est ce qui arrive quand le biais est très peu prononcé ; la séparation par une section droite ne saurait s'accomplir, parce qu'elle ne pourrait se faire que par la rupture des voussoirs ; la chute du triangle ABB′ n'aurait lieu qu'autant que tous les voussoirs de tête se briseraient. Quand le biais est très prononcé, cette séparation se fait facilement par les joints perpendiculaires aux arêtes. La force qui la produit, et qui provient de l'absence de triangle symétrique, s'appelle *poussée au vide*.

La poussée dans les voûtes biaises est aussi facile à calculer que dans les voûtes droites. Si on imagine qu'une voûte de cette nature soit décintrée, les deux demi-voûtes s'appuieront l'une sur l'autre en tournant autour de la génératrice pour laquelle le moment de rotation est un maximum. Or, il est facile de reconnaître que cette génératrice est la même que dans le cylindre droit, car on peut imaginer un cylindre droit de même longueur que le cylindre oblique et dont les voussoirs auraient le même poids et la même abscisse pour le centre de gravité. La section droite étant la projection de la section oblique, la recherche du joint de rupture se fera de la même manière et déterminera la même arête. On peut aussi considérer le cylindre oblique comme divisé en une série de tranches parallèles aux têtes, formant des cylindres droits, et appliquer à ces cylindres les conditions d'équilibre des sections droites. Nous avons vu que les joints de rupture dans toute section elliptique étaient toujours à la même hauteur ; on pourra donc tracer sur la section des têtes la courbe de pression absolument par les mêmes procédés que pour la section droite. Une fois le joint de rupture déterminé, on en conclura la poussée Q par l'équation des moments

$$Qy = P\,(x - \xi),$$

P, poids de la voûte depuis la clef jusqu'au joint de rupture,
ξ, abscisse de son centre de gravité,
x et y, coordonnées du point de rupture.

Une voûte biaise peut donc être considérée comme le résultat de la juxtaposition d'une série de voûtes droites comprises entre des plans parallèles aux têtes (partie inférieure de la *fig.* 95). Le parallélogramme formé par les traces des plans des têtes et des deux pieds-droits peut se décomposer en une série de rectangles couverts par des voûtes droites; en multipliant le nombre de ces rectangles indéfiniment, on arrive à la voûte biaise. Il en résulte que dans cette voûte, les joints se composent d'un système de lignes courbes parallèles aux têtes et d'un système de lits d'assises perpendiculaires à celles-ci.

Les courbes parallèles aux têtes sont projetées sur le plan horizontal par des lignes droites; les projections des courbes perpendiculaires formant lit ne peuvent être tracées rigoureusement qu'à l'aide de formules assez compliquées qui ont été données dans un mémoire de M. l'inspecteur général Lefort (*Annales des ponts et chaussées de* 1839), et que nous ne croyons pas devoir reproduire ici, parce que leur tracé mathématique ne nous paraît pas indispensable à la construction des voûtes biaises.

Or, si un tracé rigoureux et précis présente des difficultés, un tracé approximatif, très suffisant pour la pratique, est très facile à faire, sans aucune espèce de calcul et même sans aucune épure préalable, comme on le verra plus loin. Il est bon cependant de connaître les propriétés principales de ces courbes.

Imaginons qu'on ait développé la douelle de la voûte (*fig.* 96) sur le plan des naissances en faisant tourner le cylindre autour de leur arête; les têtes et les courbes parallèles se développeront suivant des sinusoïdes dont on obtiendra facilement le tracé par les procédés ordinaires de la géométrie descriptive. L'une d'elles, celle de tête par exemple, étant d'ailleurs obtenue, toutes les autres s'en déduiront, puisqu'il suffira de la transporter parallèlement à elle-même, soit au moyen d'un patron, soit

en portant des longueurs égales sur les arêtes. Ainsi, ayant partagé, par exemple, la longueur du cylindre en quatre parties et ayant tracé la sinusoïde de tête, on en déduira les trois autres en portant sur les arêtes des longueurs égales au quart, à la moitié..... de la longueur du cylindre, ou bien à 1, 2 ou 3 mètres. Passons maintenant aux lignes d'assises qui sont perpendiculaires à celles-ci. Traçons, par exemple, celle qui passe par le sommet de la voûte. Par le point a', menons une normale à la sinusoïde de tête et prolongeons-la jusqu'à son point de rencontre avec l'arête $b'b''$, par exemple; à partir de ce point de rencontre, menons une parallèle à la normale en b' jusqu'à la rencontre avec l'arête $c'c''$, puis, à partir de ce point, une parallèle à la normale en c' et ainsi de suite. Nous formerons ainsi un polygone dont les derniers côtés, en supposant le cylindre indéfini, finiraient par devenir parallèles à l'arête de naissance, puisque l'élément de la courbe de tête étant vertical sur cette arête, l'élément de la courbe des assises doit être horizontal.

Ce polygone donnera une première idée de la courbe cherchée, car le peu de courbure de la développée des têtes et de la courbe engendrée par ses normales fait que ce polygone diffère peu de celle-ci. Il en différera d'ailleurs d'autant moins que les points de division seront plus nombreux et il est clair qu'en les prenant assez rapprochés, on arrivera à une exactitude très suffisante pour la pratique. C'est de cette manière qu'a été tracée sur la figure la courbe $a'b''c''d''$.... qui est asymptote à l'arête des naissances, et lorsqu'elle l'a été d'un côté de la tête, on en déduit facilement son prolongement symétrique du côté opposé; il suffit de faire faire un demi-tour à la courbe autour du point a'; on a ainsi la courbe orthogonale complète, composée de deux branches, ayant un point d'inflexion sur l'arête du sommet du cylindre et étant asymptotes aux arêtes des naissances. Maintenant, si on imagine que la courbe de tête $Ed'c'b'a'$.... et que la courbe orthogonale $a'b''c''d''$ soient tracées sur un papier calque qu'on ferait glisser graduellement le long de la ligne des naissances, on pourra piquer sur l'épure les courbes de joints et d'assises correspondant à toutes les positions, depuis la tête d'amont jusqu'à la tête d'aval, ce qui revient

à porter des longueurs égales sur les arêtes. Quel que soit le moyen qu'on emploie, il est à remarquer qu'il n'y a qu'un patron à déterminer pour chacune des courbes directrices des joints. Une fois tracées sur le développement, rien n'est si facile que de les reporter sur la projection horizontale du cylindre, si on le juge nécessaire. Enfin, l'épure une fois faite, les lignes en sont facilement reportées sur la douelle du cintre en se servant des têtes et des génératrices comme coordonnées. On pourrait même tracer l'épure directement sur la douelle, au moyen d'une équerre flexible. En courbant une de ses branches sur la parallèle aux courbes de tête, l'autre donnerait un élément de la courbe orthogonale. En reportant l'équerre à l'extrémité de cet élément, on en obtiendrait un autre, etc., etc. Une courbe orthogonale étant tracée, on en déduirait toutes les autres, en la supposant transportée parallèlement à elle-même le long du cylindre.

Si, sur une des têtes du cylindre, nous prenons des parties égales pour en former des voussoirs et que par ces points de division nous fassions passer des courbes orthogonales, les courbes d'un même côté du cylindre iront toujours en se rapprochant, puisqu'elles ont toutes pour asymptotes l'arête des naissances. Il suit de là que les matériaux d'un appareil orthogonal doivent être d'une épaisseur variable et qu'on peut difficilement y employer de la brique, par exemple. Nous verrons tout à l'heure comment cet appareil a été modifié pour satisfaire à cette exigence. Pour le moment, nous nous bornerons à dire que dans l'exécution de l'appareil orthogonal, les têtes biaises sont appareillées par voussoirs égaux, comme les têtes droites, puis, qu'on se résigne ensuite à ce que les rangs des voussoirs soient inégaux et à ce que leurs joints ne cadrent pas avec ceux de la pierre de taille.

Quoique l'appareil orthogonal ne présente pas de grandes difficultés d'exécution, cependant il faut bien le reconnaître, il est moins simple que l'appareil droit. De plus, si c'est celui qui convient aux voûtes biaises, il ne convient pas aux voûtes droites. Or, dans un pont biais, il y a une partie droite comprise entre les plans perpendiculaires aux arêtes qui passent par les angles obtus. Si cette partie est courte, il est inutile de

compliquer l'appareil des têtes pour simplifier celui d'une petite longueur de la voûte; mais si la partie droite, au contraire, est longue, il est rationnel d'avoir deux espèces d'appareil, un pour les têtes et un autre pour la partie droite. Ce principe admis, il faut raccorder les deux appareils. Voici le système ordinairement suivi pour arriver à ce résultat. On prend sur le cylindre droit une longueur arbitraire BC (*fig.* 97), mais d'autant plus grande que le biais est plus prononcé, on prolonge le plan sécant de cette partie droite jusqu'à la rencontre O du plan des têtes, puis par la ligne d'intersection, on mène une série de plans perpendiculair es aux plans des naissances et coupant l'axe du cylindre suivant des angles qui varient depuis celui des têtes jusqu'à l'angle droit. Si on développe maintenant la surface du cylindre, on tracera les sinusoïdes convergentes de ces sections telles que OEF, indiquant la direction des lignes de joint. Puis, on aura les lignes d'assises en traçant des courbes normales au développement des sections successives. Ces courbes ne seront plus semblables comme dans l'appareil orthogonal parallèle et susceptibles d'être déduites d'un seul patron. Chacune d'elles demandera un tracé particulier. Si on voulait calculer par l'analyse l'équation de chacune de ces courbes, ce serait un travail long et pénible, mais un simple tracé graphique sera toujours promptement fait, d'autant plus qu'on peut le limiter à un nombre d'assises réduit et se borner à intercaler les autres en divisant leurs intervalles proportionnellement. On remarquera du reste que la génération de ces courbes est complétement arbitraire. Il n'y a pas de raison pour que les traces des plans sécants se coupent sur le même point, il nous semblerait même préférable que la rotation se fît d'une manière non uniforme et que l'angle du biais ne fût pas si brusquement modifié près de la tête; de sorte qu'on peut imaginer une infinité de systèmes de plans destinés à transformer l'angle biais en angle droit, dans lesquels, par exemple, les lignes convergentes, au lieu de passer par le même point, rouleraient tangentiellement à certaines courbes et ces systèmes seraient, au point de vue de l'équilibre, tout aussi rationnels que le système dit convergent. En admettant donc qu'il y ait quelque inexactitude dans le tracé des courbes

orthogonales, ces inexactitudes n'existent que par rapport à un système qui n'est pas nécessaire et n'a d'autre mérite que sa simplicité. Il suit de là qu'on peut même leur substituer des courbes approximatives telles que des cercles, par exemple, ayant leur centre sur la ligne CC′ prolongée et ayant un rayon tel que les arcs décrits soient normaux à la courbe développée de la tête. Leur centre sera donné pour chaque point de la sinusoïde de tête par le prolongement de la tangente jusqu'à la rencontre de la ligne DC′. Les lignes de joint perpendiculaires à ces courbes de lit seront faciles à tracer, puisque leurs éléments se trouveront être des portions de rayon de cercle dont le centre est connu.

Le système orthogonal convergent et ceux qui en dérivent fournissent le moyen de construire des voûtes dont les têtes ne seraient pas parallèles, puisque le propre de ce système est de se raccorder avec la section droite qui peut servir de point de départ pour le tracé du même système par rapport à une tête quelconque. On peut donc considérer ce système comme donnant la solution générale de l'établissement d'une voûte sur des pieds-droits parallèles, mais de longueur inégale.

Il nous reste à parler d'une solution qui remédie à l'inconvénient que présente le système orthogonal d'exiger l'emploi de matériaux d'une épaisseur variable, ce qui exclut l'usage de la brique si généralement employée dans les pays où la pierre manque. On lui substitue alors le système héliçoïdal. Si sur la figure 96, on joint les deux extrémités E et f' du développement de la tête par une ligne droite, cette ligne qui le coupera en trois points en différera assez peu et si on l'enroulait sur le cylindre, on aurait une tête qui, quoique héliçoïdale, s'écarterait très peu de la tête plane. Or, si on avait une semblable voûte à construire, la courbe orthogonale serait une hélice qui, dans le développement, deviendrait la ligne droite $a'h$ perpendiculaire au développement de la tête. Ainsi, dans le développement, les lits et les joints deviennent des lignes droites perpendiculaires et constituent par conséquent le système le plus simple qu'on puisse imaginer. Ces lignes parallèles entre elles non seulement tolèrent, mais exigent l'emploi de matériaux d'une épaisseur constante. Le seul incon-

vénient de ce système, c'est que les lignes d'assises rencontrent celles des naissances sous un angle d'autant plus aigu que le pont est plus biais, on est alors obligé de les arrêter par des coussinets en pierre de taille, ainsi que cela est représenté dans la figure 100. Cela est même nécessaire pour le système orthogonal lorsqu'on l'applique à une arche incomplète. Il nous semble qu'on pourrait éviter cette assise de pierre de taille dans les arches complètes appareillées suivant le système héliçoïdal, en faisant varier graduellement l'inclinaison de l'hélice depuis le sommet jusqu'à la naissance (*fig.* 101). Ayant mené, par exemple, les deux hélices directrices A′A″ et B′B″, qui passent par les sommets des deux têtes, et les ayant prolongées jusqu'à la rencontre des naissances, on divisera la voûte développée en trois parties, la partie centrale limitée par les deux lignes parallèles A′A″ et B′B″ et dans laquelle l'appareil héliçoïdal ordinaire sera exclusivement employé, puis deux parties latérales symétriques de forme trapézoïdale, dans lesquelles les lignes d'assises convergeront vers les points de rencontre R et R′ des lignes qui passent par le sommet, avec les naissances. Quoique cet appareil n'ait jamais été employé à ce que nous sachions, il nous paraît évident qu'il ne saurait avoir aucune espèce d'inconvénient au point de vue de la solidité, car il se rapproche plus de l'appareil orthogonal que l'appareil héliçoïdal ordinaire qui, près des naissances, donne trop d'inclinaison à la surface des joints. Il a, il est vrai, mais dans les parties latérales seulement, l'inconvénient d'exiger comme l'appareil orthogonal des matériaux d'une épaisseur variable.

Quoi qu'il en soit, on voit que le problème de l'appareil des voûtes biaises comporte bien des solutions; c'est à l'ingénieur à choisir celle qui convient le mieux aux circonstances où il se trouve et aux matériaux dont il dispose. Quelle que soit la solution adoptée, sa mise à exécution n'exige, selon nous, qu'une épure très simple et qui, à la rigueur, peut se faire sur le cintre lui-même. Nous regardons donc comme complétement inutiles les formules compliquées qu'on trouve sur ce sujet dans quelques ouvrages ou mémoires spéciaux. En ce qui concerne la direction des joints, elle doit être en général normale à l'intrados, c'est une condition facile à

remplir en exécution, au moyen de fausses équerres qui guident les poseurs. Il ne faut pas du reste considérer l'exécution de cette condition comme rigoureusement nécessaire à la stabilité de la construction. C'est à la courbe de pression que le joint doit être normal; en substituant à cette courbe la courbe d'intrados, on a l'avantage de n'employer que des matériaux rectangulaires, ce qui est à la fois commode, économique et agréable à l'œil; mais il est des cas, comme dans les plates-bandes, par exemple, où le joint doit être incliné sur l'intrados. Il ne faut donc attacher à la condition d'avoir des joints normaux à l'intrados que l'importance qu'elle mérite et ne s'astreindre, pour la remplir, qu'à des procédés faciles.

Nous n'entrerons pas plus avant dans l'examen de cette question de l'appareil des voûtes biaises qui, par sa nature, est plutôt du domaine de la géométrie descriptive ou de la coupe des pierres et, en général, de l'art de construire, que de celui de cet ouvrage dont le but spécial est de rechercher les conditions de stabilité et de solidité des voûtes. Nous supposons que nos lecteurs connaissent les principes de l'art, ceux qui ne les posséderaient pas les trouveraient d'ailleurs dans des ouvrages spéciaux.

Il nous reste à faire connaître quelques autres solutions relatives à la construction des ponts biais, dont l'application peut être utile dans certaines circonstances.

Lorsque le biais est trop considérable, au-dessous de 50°, quelques ingénieurs ont proposé de substituer à la voûte continue une série d'arcs droits indépendants, parallèles aux têtes et laissant entre eux un certain intervalle qu'on recouvre ensuite par des pierres reposant sur ces arcs. Nous trouvons dans les Annales des ponts et chaussées les dessins de deux ponts biais construits dans ce système; nous croyons devoir les reproduire (*fig.* 102 et 103, *planches* 9 et 10). Leur examen nous paraît devoir suffire pour faire comprendre suffisamment tous les détails de la construction.

Le seul inconvénient de ce système, c'est de présenter un grand nombre d'angles et de parements et de nécessiter par conséquent l'emploi d'une grande quantité de pierres de taille. Cet inconvénient disparaît quand on doit employer la brique.

Nous croyons que cette solution qu'on doit à M. l'ingénieur en chef Boucher est susceptible d'être appliquée non-seulement à des ponts biais, mais à des ponts droits, parce qu'en diminuant le poids des voûtes, elle peut donner aux ponts en maçonnerie des avantages analogues à ceux des ponts métalliques à poutres droites.

En ce qui concerne l'épaisseur des voûtes dans les ponts biais, nous croyons qu'elle doit être déterminée comme pour les ponts droits, en mesurant l'ouverture sur le biais au moins pour toute la partie biaise des têtes. Car si le pont avait une grande longueur il est évident que toute la partie intermédiaire pourrait être considérée comme voûte droite.

En résumé, la construction des ponts biais ne présente aucune difficulté qui ne soit aujourd'hui résolue et nous croyons que les quelques pages que nous avons consacrées à cette question, suffiront pour mettre les ingénieurs à même de les construire aussi facilement que les ponts droits.

CHAPITRE XI.

DE L'EMPLACEMENT ET DU DÉBOUCHÉ DES PONTS.

EMPLACEMENT DES PONTS.

L'emplacement d'un pont est quelquefois déterminé soit par des circonstances locales, telles qu'une rue dans une ville, soit par des nécessités de tracé de la voie de communication à laquelle il doit donner passage. L'ingénieur n'a plus alors qu'à chercher à surmonter le mieux possible les obstacles qui résultent de la nature des lieux.

Lorsqu'on est libre de choisir, et cela arrive encore assez souvent, on doit rechercher avec soin l'emplacement le plus convenable, en se guidant par les considérations suivantes.

Le pont doit être établi dans la partie de la rivière dont le cours est le plus régulier et, autant que possible, rectiligne, ce qui, à la vérité, se présente rarement.

L'axe du pont doit être placé perpendiculairement au courant, afin d'éviter les arches biaises.

Si le terrain qui forme le lit de la rivière présente des différences assez grandes pour influer d'une manière notable sur la dépense et la difficulté des fondations, il faudra rechercher l'emplacement qui offrirait les meilleures conditions à cet égard.

Il importe d'étudier attentivement le régime de la rivière par les diverses

hauteurs des eaux et de s'arranger de manière que, dans chacun de ces différents états, le pont embrasse bien le courant et le dérange le moins possible.

Si l'on est forcé de placer le pont dans une courbe, l'une des culées devra être enracinée à la rive concave et si l'autre culée fait une saillie sensible sur la rive convexe, il faudra la relier à cette rive par une digue insubmersible, afin d'éviter les courants obliques qui pourraient attaquer les fondations.

L'emplacement d'un pont peut avoir quelquefois une très grande importance au point de vue de la solidité de l'ouvrage.

Le pont construit sur la Loire, à Orléans, en 1760 (*), traverse le fleuve dans une partie où le lit est bien contenu entre les quais des deux rives; il a 279 mètres de débouché en neuf arches, et les plus hautes crues de la Loire y ont toujours passé sans accident.

Au contraire, le pont construit en 1843, à 1,200 mètres seulement en amont, pour le chemin de fer de Vierzon, se trouvait dans un point où le lit du fleuve était beaucoup plus large; ce pont a 300 mètres de débouché linéaire, mais la culée de la rive gauche, très avancée en rivière, avait été reliée directement à la levée méridionale sans digue longitudinale; aussi, lors de la crue de 1846, il se forma, en amont du chemin de fer, un courant latéral qui prit les premières piles en écharpe et en affouilla les fondations, ce qui entraîna la chute de trois arches.

Au moment de cette crue de la Loire, en 1846, la Maine, qui ne se trouvait qu'à 2 mètres, est montée à $5^{m}.50$, à Angers (**). Pendant trois jours, il y a eu, au vieux pont de pierre de cette ville, une cataracte de $0^{m}.10$ de l'aval à l'amont, ce qui donne un produit d'environ $1{,}000^{m3}$ par seconde. Il pourra donc arriver que les fondations du pont de Bouchemaine, construit à

(*) *Cours de ponts*, professé à l'École des ponts et chaussées par M. Morandière, ingénieur en chef.

(**) *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux*, 2e édition, page 163 (ouvrage de l'auteur).

quelques kilomètres en aval pour le chemin de fer de Tours à Nantes, soient soumises à des courants très considérables (*).

Il en résulte aussi que si un pont était établi sur la Loire à une petite distance en amont du confluent de la Maine, les eaux pourraient prendre sous ce pont une très grande vitesse en se précipitant dans la vallée de la Maine et affouiller les fondations si, le cas n'ayant pas été prévu, elles n'avaient pas été établies assez solidement.

Cette dernière circonstance se présente au pont de Cinq-Mars, construit en 1846 pour le chemin de fer de Tours à Nantes, sur la Loire, très près du confluent du Cher. Une crue subite du fleuve se déversant dans le val du Cher prendrait une très grande vitesse sous le pont dont les fondations ont été, dans cette prévision, établies avec une solidité toute particulière (**).

Le pont de la Quarantaine, construit sur le Rhône, à Lyon, tout près du confluent de la Saône, se trouve dans une situation analogue à celle du pont de Bouchemaine. En 1854, alors que le Rhône était très bas, les eaux s'étant élevées rapidement à une grande hauteur dans la Saône, se déversèrent dans le Rhône avec une chute de près de 2 mètres. Elles prirent une vitesse effrayante et tout à fait inattendue et elles déterminèrent de tels affouillements sous le pont de la Quarantaine qu'il fut emporté. Le pont qui le remplace a été établi sur des tubes en fonte descendus à 15 mètres environ de profondeur (***).

Cette question de l'emplacement des ponts se relie d'ailleurs quelquefois à celle de leur débouché que nous allons maintenant examiner.

DÉBOUCHÉ DES PONTS.

Le débouché d'un pont doit être déterminé en cherchant à calculer ou du moins à apprécier ce qui se passera au moment des plus grandes crues.

(*) *Cours de ponts* de M. Morandière.
(**) *Cours de ponts* de M. Morandière.
(***) *Cours de ponts*, de M. Morandière.

Le volume des eaux que débite une rivière est égal à la section transversale multipliée par la vitesse moyenne.

La section s'obtient au moyen de profils en travers relevés avec soin.

Pour calculer la vitesse moyenne, M. de Prony a donné la formule

$$\frac{\omega}{\chi} i = \alpha U + \beta U^2,$$

dans laquelle U représente la vitesse moyenne,

i, la pente par mètre,
ω, la surface de la section,
χ, le périmètre mouillé ;

α et β sont des coefficients constants pour lesquels M. de Prony a donné les valeurs

$$\alpha = 0.0000\,4444\,999 \qquad \beta = 0.000\,309\,314$$

et Eythelwein, les valeurs

$$\alpha = 0.0000\,242651 \qquad \beta = 0.000\,3655\,43.$$

Nous avons démontré, dans nos *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux* (pages 17 et suivantes), que dans un canal rectangulaire de largeur indéfinie, la courbe des vitesses des filets est une parabole d'un certain degré, qui devrait être déterminé par expérience, et dont l'axe se trouve dans la surface naturelle du courant. La position du filet doué de la vitesse moyenne est toujours au-dessous de la demi-hauteur du courant et ne diffère pas beaucoup des 0.58 de cette hauteur.

On a fait des expériences déjà assez nombreuses pour déterminer cette courbe des vitesses ; mais la difficulté de mesurer la vitesse d'un courant à diverses profondeurs a empêché les expérimentateurs d'arriver à la découverte de la loi précise. Ils n'ont trouvé qu'une indication générale du sens de la courbe, parfaitement d'accord avec les résultats théoriques. « La seule

« conséquence, » dit M. Daubuisson, « que l'on puisse tirer des observa-
« tions connues, et en particulier de celles que M. Defontaine a faites sur le
« Rhin, à l'aide du moulinet de Woltmann (*fig.* 104), c'est que, en général
« et à mesure que l'on s'enfonce au-dessous de la surface, dans une rivière,
« la vitesse de l'eau diminue graduellement, d'une manière d'abord in-
« sensible, puis de plus en plus prononcée, et croissant assez rapidement
« aux approches du fond, où la vitesse est encore presque toujours plus que
« la moitié de la vitesse à la surface. »

La vitesse moyenne se déduit facilement de l'équation de la courbe des vitesses. Pour une section quelconque, Dubuat a donné la formule empirique

$$U = \frac{V + W}{2},$$

U, vitesse moyenne,
V, vitesse à la surface,
W, vitesse du fond.

La différence avec la valeur de U déduite des équations n'est pas très grande et ne tient qu'au cas particulier considéré d'un rectangle de largeur indéfinie; mais il n'en est pas de même d'une autre formule de Dubuat, qui donne la vitesse moyenne en fonction de la vitesse à la surface; car, la vitesse du fond étant très difficile à déterminer expérimentalement, ce n'est pas la formule précédente qu'on emploie pour calculer la vitesse moyenne; elle sert, au contraire, à déterminer la vitesse du fond en fonction de la vitesse à la surface et de la vitesse moyenne. Quant à cette dernière, Dubuat avait cru pouvoir la déduire de la seule vitesse à la surface et M. de Prony avait établi, sur ses expériences, la formule empirique suivante.

$$U = V \frac{V + 2.37}{V + 3.15}.$$

D'après cette formule, le rapport de la vitesse moyenne à la vitesse à la surface ne dépendrait absolument que de l'intensité de cette dernière vitesse et serait indépendant de la pente du canal, de sa hauteur et même de

la vitesse du fond. De plus, il ressort des coefficients de cette formule empirique que ce rapport est toujours compris entre 0.75 et 1 et qu'il augmente avec la vitesse;

$$\text{pour } V = 0, \text{ on a } \frac{U}{V} = 0.75$$
$$V = 1 \qquad \frac{U}{V} = 0.81$$
$$V = 2 \qquad \frac{U}{V} = 0.85$$
$$V = 3 \qquad \frac{U}{V} = 0.87.$$

La théorie démontre que ce rapport est en effet toujours compris dans des limites assez restreintes; mais la loi de son accroissement est précisément en sens inverse de celui de la formule empirique; cette formule est donc complétement inexacte. Dans la pratique et pour les calculs approximatifs, on emploie ordinairement le rapport constant 0.80.

Nous avons également appliqué le calcul à diverses formes de sections et nous avons fait voir (*Études*, etc., page 29) que pour le cas d'un rectangle dont la largeur est très grande par rapport à la hauteur, on arrive à une formule exactement semblable à celle trouvée pour le rectangle de largeur indéfinie; les conséquences déduites de celle-ci s'appliquent donc au cas du rectangle large.

Comparant ensuite les formules rationnelles avec la formule empirique de M. de Prony, indiquée ci-dessus, nous avons montré que, pour que cette formule fût exacte, il faudrait que le rapport de la vitesse du fond à la vitesse moyenne fût constant, tandis qu'il est variable. Cependant il ne l'est pas dans de grandes limites et l'on comprend comment des expériences faites dans divers cours d'eau ont pu amener les expérimentateurs à substituer, dans la formule, la vitesse moyenne à la vitesse à la paroi; mais les expériences de Dubuat, d'après lesquelles M. de Prony avait déterminé les coefficients, ne rentrent pas dans les cas naturels, et, quant à celles d'Eytelwein, qui embrassaient des limites beaucoup plus étendues, on sortait nécessairement des cas où la formule du mouvement uniforme est ap-

plicable. Il serait donc indispensable de faire de nouvelles expériences, en s'éclairant d'ailleurs des lumières d'une saine théorie pour déterminer les coefficients qui entrent dans les formules rationnelles.

Quant à présent et dans l'état actuel de l'hydrodynamique, on n'a aucun moyen de calculer la vitesse moyenne d'un cours d'eau. Ainsi que nous l'avons dit, dans la pratique, on se borne à prendre pour cette vitesse les 0.80 de la vitesse à la surface mesurée là où elle est la plus grande.

Nous avons d'ailleurs signalé (*Études*, etc., page 160) la modification qu'amènerait dans la distribution des vitesses, et, par suite, dans la hauteur des crues, un vent violent soufflant de l'amont ou de l'aval dans la direction du courant. La figure 105 indique les positions que la courbe des vitesses occuperait, suivant les cas, et les hauteurs d'eau correspondantes, le débit étant constant.

Une autre question fort importante consisterait à calculer le remous qui se produit généralement au passage d'un pont. Le plus souvent, en effet, les culées empiètent sur les limites d'inondation de la rivière dont elles diminuent ainsi le débouché, et, en tout cas, les piles établies dans le lit y forment des obstacles qui produisent le même résultat; mais là encore, les ressources actuelles de l'hydrodynamique sont complétement impuissantes.

Nous avons donné, dans l'ouvrage déjà cité sur le mouvement des eaux, pages 115 et suivantes, les formules relatives à un étranglement graduel du lit d'une rivière. Ces formules démontrent que si cet étranglement n'a pas une grande étendue, il produit un abaissement de la surface naturelle dans l'endroit où il est au maximum, mais qu'en tête de l'étranglement, il y a toujours un exhaussement de la surface naturelle ou remous qui n'est autre que l'excès de hauteur nécessaire pour vaincre l'excès des forces retardatrices qui a lieu dans la longueur de l'étranglement. Nous ne pouvons que renvoyer à cet ouvrage pour les détails de ces formules et le degré de confiance que l'on y peut accorder.

Les étranglements brusques (pages 130 et suivantes) ont pour effet de modifier tout à coup la vitesse de certains filets; la section du fluide se partage en deux parties, dont l'une est stagnante ou tourbillonne sur elle-même

et dont l'autre prend seule part au mouvement de translation, ce qui produit des forces retardatrices complétement différentes. La question de savoir quel sera le remous occasionné par un étranglement de cette nature a fait l'objet des recherches de plusieurs ingénieurs; mais la formule qu'ils ont donnée et suivant laquelle on détermine le remous par la différence des forces vives dans l'étranglement et en amont de l'étranglement, est radicalement fausse. Nous avons fait voir, en effet, que s'il doit y avoir une chute pour que la vitesse augmente dans l'étranglement, il faut un relèvement de la surface pour que cette vitesse reprenne sa valeur normale. Ainsi, dans l'hypothèse admise et qui consiste à négliger les forces retardatrices qui se développent dans l'étranglement, cette formule exprime, non pas la quantité dont l'eau se relève en amont de l'étranglement, mais la quantité dont elle s'abaisse dans l'étranglement, ce qui est bien différent.

La théorie exacte de l'étranglement brusque ne diffère pas de celle de l'étranglement graduel et les mêmes formules y sont applicables. Seulement, on manque de données précises pour calculer la force retardatrice dans chaque point de l'étranglement. L'examen de ces formules prouve d'ailleurs qu'il n'y a aucune espèce de relation entre le remous réel à l'amont d'un pont et la cataracte qui se forme de l'amont à l'aval.

Dans l'état actuel de l'hydrodynamique, on ne peut que se rendre compte des effets généraux d'un étranglement brusque, mais il est impossible de les mesurer par le calcul et le problème est même, pour ainsi dire, insoluble au point de vue théorique. Nous avons indiqué le programme des observations auxquelles devraient être soumis un grand nombre de ponts pour arriver à étendre d'une manière approximative les formules de l'étranglement graduel au cas de l'étranglement brusque et nous ne pouvons qu'y renvoyer le lecteur.

Les piles des ponts sont généralement munies d'avant-becs et d'arrière-becs destinés à diminuer la contraction qu'elles produisent dans le courant et l'on serait ainsi conduit à les faire très longs et terminés en pointe; mais, d'un autre côté, les becs des piles doivent résister aux chocs

qu'ils peuvent éprouver, ce qui oblige à leur donner une grande solidité; les deux conditions sont donc incompatibles.

Gauthey a fait des expériences pour déterminer, à ce double point de vue, la meilleure forme à donner aux avant-becs. Il en résulte que, dans le cas d'une section triangulaire, le triangle équilatéral doit être préféré au triangle rectangle; que l'avant-bec dont le plan est un triangle équilatéral mixtiligne est de beaucoup préférable à tous les autres; que l'avant-bec ayant pour base une demi-ellipse dont le petit axe est le quart du grand est le seul qui occasionne une contraction moins considérable et qu'on doive lui préférer sous ce rapport. Néanmoins on se borne le plus souvent maintenant à donner aux becs la forme d'un demi-cercle.

Quant au coefficient de contraction à appliquer, on admet, d'après Gauthey, que sa valeur est de

0.95, lorsque les piles sont terminées par des angles aigus;

0.90, quand elles sont terminées en demi-cercle ou par des angles obtus;

0.85, quand elles sont terminées carrément, en supposant les arches grandes;

0.70 seulement, lorsqu'il s'agit de petites arches et lorsque les naissances des voûtes plongent sous l'eau.

Il paraît d'ailleurs évident, *à priori*, que l'ouverture des arches doit beaucoup influer sur la valeur de ce coefficient.

Comme il importe que les eaux ne prennent pas une vitesse telle que le lit de la rivière soit affouillé au-dessous des fondations, nous donnons dans le tableau ci-après, extrait du *Cours de ponts* de M. Morandière, l'indication des vitesses susceptibles de corroder les diverses natures de terrain.

NATURE DU SOL.	VITESSE au-delà de laquelle le sol est entamé.
	mètres.
Terre, boue détrempée.	0.08
Argile.	0.15
Sable.	0.30
Gravier.	0.61
Cailloux.	0.91
Pierres cassées, silex anguleux.	1.22
Cailloux agglomérés.	1.52
Roches lamelleuses.	1.83
Roches dures.	3.00

Cet examen de questions préliminaires montre combien la science est encore peu avancée pour tout ce qui concerne l'hydrodynamique. Ainsi que nous l'avons dit dans le chapitre VI de nos *Études sur le mouvement des eaux,* pour résoudre la question du débouché que les travaux exécutés dans les vallées et les ponts, en particulier, doivent laisser aux grandes eaux auxquelles elles donnent passage, il importe avant tout de se rendre compte du régime des crues, de la manière dont elles se comportent habituellement, des causes de leur hauteur plus ou moins considérable et des circonstances qui peuvent la modifier.

Les grandes eaux, lorsqu'elles débordent dans les vallées, s'écoulent dans un lit très irrégulier, tantôt très large, tantôt étroit et elles y prennent des hauteurs ainsi que des vitesses variables. Ce lit naturel peut être regardé comme composé d'une série d'étranglements successifs; par suite, la surface des cours d'eau naturels n'est formée que d'une série de surfaces de remous qui se développent et se superposent les unes sur les autres et dont la hauteur en un point quelconque est une fonction de la forme du débouché naturel, non-seulement en ce point, mais de ceux qui sont situés en amont et en aval. Une rivière prend donc dans son lit des hauteurs de crue variables et qui ne suivent aucune loi régulière, car pour cela il faudrait que le lit en suivît une lui-même; or, c'est ce qui n'arrive pas en général. Si nous jetons les yeux sur le profil d'une crue de la Loire,

en 1843, entre la Vienne et la Maine, c'est-à-dire, sur une étendue de 60 kilomètres environ, où le fleuve ne reçoit aucun affluent important, nous trouverons que ce volume prend pour s'écouler les hauteurs suivantes:

	mètres.
A Saumur.	6.70
Aux Rosiers (15 kilomètres à l'aval de Saumur).	7.37
A Saint-Mathurin (10 kilomètres à l'aval des Rosiers).	6 20
Aux Ponts-de-Cé (17 kilomètres à l'aval de Saint-Mathurin). .	5.54

Et plus bas, une hauteur plus considérable.

Si donc on compare la hauteur de Saumur à celle des Rosiers, non-seulement on trouvera qu'il n'y a pas de remous à Saumur, mais dépression de $0^m.67$, tandis qu'il y a remous de $0^m.50$, par rapport à Saint-Mathurin et de $1^m.16$, par rapport aux Ponts-de-Cé.

Aux Rosiers, le remous est de $0^m.67$, $1^m.17$ et $1^m.83$, suivant qu'on le compare à Saumur, à Saint-Mathurin et aux Ponts-de-Cé.

Tous les cours d'eau offrent les mêmes accidents. Ces remous naturels si considérables ne sont accusés à la surface par aucune cataracte sensible; ils sont le résultat des étranglements plus ou moins prolongés qu'éprouvent les eaux sur certains points, ou plus généralement, des circonstances locales. Lorsque des travaux d'art modifient ces circonstances, on a d'autres remous qui auraient pu être produits par des circonstances naturelles.

La hauteur des grandes eaux, en un point d'un cours d'eau naturel, dépend donc, en général, de leur volume, de la pente et de la section du lit au point considéré et à une certaine étendue en amont et en aval. Vers la source, les cours d'eau ont plus de pente et le volume des eaux est moins considérable, les crues seraient donc beaucoup plus faibles que dans la partie inférieure; mais souvent le lit naturel est beaucoup plus étroit, de sorte que c'est le contraire qui arrive. Enfin, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, le vent peut exercer une influence très notable sur la hauteur des crues.

D'un autre côté, un grand cours d'eau n'est que la réunion d'autres cours d'eau moindres, composés eux-mêmes de cours d'eau plus petits et

ces cours d'eau si nombreux ne sont pas tous influencés dans leurs crues par les mêmes causes, de sorte que leurs crues ne coïncident pas nécessairement; mais rien ne s'oppose à ce qu'elles coïncident en plus ou moins grand nombre. Ainsi, représentons pour chacun d'eux leur plus grand volume par 6 et par 5, 4, 3, 2, 1, les volumes intermédiaires jusqu'à celui de l'étiage. Le volume d'eau qui passera à un point donné pourra être considéré comme le produit de tous les affluents arrivés à un certain point de crue. Son maximum ne sera donc atteint qu'autant que tous ses affluents le lui apporteront simultanément. La probabilité de ce résultat peut être comparée à celle d'amener, dans le jet d'un grand nombre de dés, autant de 6 qu'il y a de dés. Or, tout le monde sait combien, quand le nombre des dés est un peu considérable, cette coïncidence présente peu de probabilité, combien, au contraire, les résultats moyens deviennent probables; cependant si peu probables que soient ces résultats extrêmes et ceux qui en diffèrent peu, ils le deviennent par la répétition d'un grand nombre de jets.

L'histoire de toutes les crues confirme ce que nous venons d'avancer et comme celles que l'on connaît ne sont pas elles-mêmes les produits des maxima de tous les affluents supérieurs, il faut regarder comme possibles des crues plus considérables que celles qu'on a vues jusqu'à présent. Dans la partie supérieure d'un grand cours d'eau naturel, là où les affluents sont encore en petit nombre, les crues maxima sont plus probables, plus fréquentes, mais il est moins probable qu'elles seront dépassées; dans la partie inférieure, où les crues sont le produit de nombreux affluents, les grandes crues sont plus rares, mais la limite possible de leur hauteur est bien plus considérable.

Il est d'ailleurs hors de doute que les travaux publics et particuliers exécutés dans les vallées ont eu pour résultat d'augmenter les crues. Il est donc indispensable, en exécutant ces travaux, de se rendre toujours compte de l'influence qu'ils doivent avoir sur le régime des grandes eaux et d'en apprécier toutes les conséquences. Cette prévision des résultats doit servir continuellement de guide dans l'étude des dispositions à adopter

pour les projets; car si la nature des dommages, des accidents peut varier à l'infini, les ressources du métier de l'ingénieur ne sont pas moins nombreuses.

La question de savoir quel débouché il faut laisser à un certain volume d'eau n'a pas de réponse déterminée. On ne peut pas dire qu'il faut tant de mètres carrés de section pour tant de mètres cubes d'eau. Si petit que soit un débouché, il est toujours suffisant pour que le volume de la rivière, si grand qu'il soit, s'y écoule; mais il s'écoulera avec une hauteur, une vitesse, une direction qui dépendront non-seulement de la grandeur de ce débouché, mais de l'emplacement qu'il occupera dans la section de la vallée. Or, la hauteur, la vitesse, la direction qui conviennent à une localité peuvent être désastreuses pour une autre.

Cette question est toute locale; contrairement à l'opinion de Gauthey, qui dit que « le débouché d'un pont qu'on projette est moins difficile à « bien déterminer, lorsqu'il existe près de son emplacement d'autres ponts « sur la même rivière; alors on a soin de mesurer pendant les crues la « section du fleuve au passage de ces ponts et d'observer la vitesse de l'eau « et la chute qui se forme ordinairement en amont; au moyen de com- « paraisons fournies par ces données, on peut quelquefois fixer le nouveau « débouché d'une manière assez exacte », nous pensons que la connaissance du débouché des ponts voisins est, dans cette question, un renseignement d'une utilité très restreinte et qu'entre deux ponts de 200 mètres, qui se trouvent parfaitement suffisants à l'amont et à l'aval du point que l'on considère, un pont de 300 ou 400 mètres peut se trouver insuffisant, que telles dispositions locales peuvent exiger un pont de 500 mètres, 600 mètres ou même davantage. Nous en avons donné des exemples dans nos Études sur le mouvement des eaux, pages 170 et suivantes, et nous ne pouvons qu'y renvoyer le lecteur.

Nous en dirons autant des recherches que l'on a faites dans le but de déterminer le débouché d'un pont par l'étendue du bassin en amont. Pour les petits ponts, le *Cours de construction lithographié* de M. Duleau indique la règle approximative suivante :

Dans un pays presque plat, tel que la Belgique, où les collines n'ont que 15 à 20 mètres de hauteur au-dessus des plaines, on donne $0^{m}.80$ par lieue carrée (16 kilomètres carrés); et dans un pays où les montagnes les plus élevées ont environ 50 mètres au-dessus des vallées voisines, on donne 2 mètres de largeur par lieue carrée.

M. l'inspecteur général Belgrand a cité (*) des exemples qui démontrent l'inexactitude de cette règle; il a fait voir qu'il était indispensable de tenir compte du degré de perméabilité des terrains qui composent le bassin; il a indiqué, pour chaque variété de terrain, la valeur du coefficient qui, multiplié par la surface de la vallée exprimée en kilomètres carrés, donnerait le débouché du pont en mètres carrés et il en a déduit les surfaces de débouché qu'il conviendrait d'adopter pour une vallée de 50 kilomètres carrés, suivant la nature du terrain.

Pour les vallées plus étendues, il serait impossible de donner une règle fixe, et le débouché d'un pont devrait se calculer au moyen de celui des ponts les plus rapprochés, en ajoutant au débouché du pont existant ou en en retranchant le produit en mètres carrés de l'un des coefficients déjà déterminés par le nombre représentant la quantité de kilomètres carrés de versants situés entre les deux points. M. Belgrand a d'ailleurs reconnu que beaucoup de circonstances peuvent motiver le débouché d'un pont.

L'objection que nous faisons à toute règle basée sur la superficie des bassins, même en ayant égard à la nature des terrains, c'est qu'elle ne peut tenir aucun compte des circonstances locales; en admettant que l'on arrivât ainsi à évaluer assez exactement le volume des eaux auxquelles le pont doit livrer passage, ce n'est là qu'un des éléments de la question à résoudre; d'autres considérations peuvent modifier complétement les résultats et rien ne saurait remplacer l'étude attentive et détaillée des circonstances dans lesquelles on se trouve et qui peuvent influer sur la fixation du débouché.

(*) *Annales des ponts et chaussées*, 2e semestre de 1846 et 1er semestre de 1852.

Suivant nous, le débouché qu'il conviendrait le mieux de donner à un pont, en n'ayant égard qu'au régime du cours d'eau, à la facilité de la navigation et à la solidité de l'ouvrage, serait la distance qui sépare le terrain insubmersible sur les deux rives. Bien qu'elle ait été contestée, cette proposition nous paraît évidente et nous avons réfuté (*Etudes*, page 177) l'opinion de Gauthey qui pense qu'il est dangereux de donner à la rivière un trop grand débouché.

Partout donc où rien ne s'oppose à ce qu'on comprenne tout le terrain submersible dans le débouché d'un pont, il ne faut pas hésiter à le faire; mais il est rare que la question se présente avec une pareille simplicité; ordinairement, et surtout en rase campagne, les crues s'écoulent en grande partie en dehors du lit des eaux ordinaires sur des étendues considérables et l'ingénieur est presque toujours obligé de restreindre d'une manière notable le débouché naturel. C'est alors que le problème se présente avec toutes ses difficultés et que surgissent une foule de questions à résoudre. Le seul principe général qu'on puisse poser, c'est qu'il faut se rendre compte le plus exactement possible des changements qui seront la conséquence de la diminution du débouché naturel et des dommages qui peuvent en résulter pour les propriétés, tant publiques que particulières. Après cela, le problème de la fixation du débouché, qui peut d'ailleurs comporter bien des solutions, ne sera plus qu'une question de minimum de dépense.

Lorsque le débouché du pont est déterminé, il s'agit de fixer la hauteur et l'ouverture des arches.

La hauteur doit être telle que les bateaux puissent passer facilement jusqu'au point où cesse la navigation et il convient de laisser, autant que possible, entre le niveau des grandes eaux et l'intrados des voûtes, un intervalle d'au moins 2 mètres pour le passage des corps flottants entraînés par les crues; on est quelquefois limité par la hauteur et la disposition des abords.

En ce qui concerne l'ouverture, les petites arches conviennent en général pour les rivières tranquilles et à faibles crues, sauf à avoir égard aux besoins de la navigation. Les grandes arches, au contraire, doivent être

préférées pour les grandes rivières, surtout lorsqu'elles sont sujettes à de fortes crues. Il y a là d'ailleurs une question de dépense à examiner dans chaque cas. Les fondations peuvent être plus ou moins difficiles et coûteuses ; d'un autre côté, pour les grandes arches, il faut des matériaux plus résistants, des cintres plus solides et une construction plus soignée.

On peut faire toutes les arches égales, ou en augmenter l'ouverture depuis les culées jusqu'à celle du milieu, ou encore, en laissant les ouvertures égales, augmenter progressivement la montée, les naissances restant au même niveau.

Dans le premier cas, le pont est horizontal et une économie sur les cintres est possible ; mais on augmente la hauteur des abords, ce qui peut être incommode et coûteux, et il est moins facile de se débarrasser des eaux pluviales. On évite ces inconvénients en établissant le dessus du pont suivant une pente et une contre-pente d'après l'une ou l'autre des deux autres méthodes. Une combinaison, qui réalise tous les avantages, consiste à faire des arches égales en les élevant sur des pieds-droits de hauteur croissante depuis les culées jusqu'au milieu du pont.

CHAPITRE XII.

DE LA FONDATION DES PONTS.

Quoique le but spécial de cet ouvrage soit la construction des voûtes en maçonnerie et que nous n'ayons pas l'intention de nous étendre sur les procédés généraux communs à tous les ouvrages d'art, nous croyons cependant qu'il aurait été incomplet si nous n'avions pas parlé de la question des fondations.

Nulle part, en effet, elle n'a plus d'importance, soit parce que les ponts constituent d'énormes massifs d'un poids immense reposant sur une petite surface, soit parce que le sol sur lequel ils sont établis est, en général, mobile et susceptible d'être attaqué par les eaux courantes. Il y a donc lieu, pour ces constructions, de redoubler de précautions en ce qui concerne les fondations, parce que c'est le plus souvent par là qu'elles périssent. Nous allons simplement indiquer celles qui sont le plus en usage et les circonstances où l'on doit les employer.

Les fondations doivent être établies sur un terrain solide; mais la question est de savoir reconnaître cette qualité du terrain. Qu'est-ce qu'un terrain solide? On serait peut-être disposé à croire qu'un terrain solide est un terrain incompressible; ce serait une erreur. Il n'y a guère de terrains compressibles que les terrains plus ou moins récemment remblayés. Une construction placée sur ce sol factice le comprimerait effectivement, en

remplissant les nombreux vides qu'il présente et cette construction tasserait, Si le tassement était uniforme, l'inconvénient ne serait pas grave, puisqu'on en pourrait tenir compte pendant la construction en augmentant le nombre ou l'épaisseur des assises; mais il est évident que si le terrain est compressible, il l'est inégalement et que le tassement partiel amènera la dislocation de la construction. On ne construit donc jamais sur des remblais.

Quant au terrain vierge, il n'est pas, en général, compressible, mais il est plus ou moins fluide et affouillable. Si une construction placée sur un terrain vierge tasse et se disloque, c'est que ce terrain, par l'effet de la pression de la construction, se dérobe sous elle dans le sens où le mouvement est le plus facile, ou que l'eau courante l'enlève successivement. Un terrain vierge contenu par une paroi solide est incompressible, l'eau elle-même a ce caractère et l'on pourrait construire sur un piston bien ajusté sur un corps de pompe rempli d'eau.

L'art des fondations consiste donc à empêcher le terrain inférieur de s'échapper ou d'être enlevé. Or, sous ce rapport, les terrains présentent de grandes différences de résistance. Le rocher évidemment n'a pas besoin d'être contenu, la cohésion de chacune de ses parties tient lieu d'enveloppe; le sable, le gravier ne fuient pas sous une fondation et s'il n'y a pas d'eau courante, on peut bâtir sur ces terrains comme sur le rocher; mais s'il y a de l'eau courante, il faudra que la partie inférieure de la fondation soit préservée par une enveloppe. C'est, en général, la profondeur à laquelle se trouve le terrain solide qui fait varier le système des fondations.

La première précaution à prendre pour le constructeur, même avant la rédaction du projet, c'est de constater la nature, la situation et l'épaisseur des couches du sol qui doivent se trouver sous la construction. Ces renseignements peuvent modifier toutes les dispositions du projet; il est évident, en effet, que plus les fondations sont difficiles et dispendieuses, moins on doit multiplier les piles.

La connaissance du terrain inférieur s'acquiert par des sondages nombreux faits sur l'axe du projet et sur des lignes perpendiculaires. Quand cela est possible, comme cela arrive quelquefois sur les rives, on creuse

jusqu'au solide des puits, qui permettent de mieux constater la nature des couches. Ailleurs, on se contente des résultats donnés par la sonde du mineur. Nous n'avons pas à décrire les détails de cette opération, qui appartient à un tout autre ordre de connaissances ; nous nous bornons à en faire ressortir l'utilité dans tous les cas où le terrain solide n'est pas à la surface. Il faut alors arriver à avoir une coupe exacte du sol que les fondations doivent traverser. Nous supposons donc, dans ce qui va suivre, que le constructeur possède ce renseignement.

Lorsque le terrain solide est à une faible profondeur, on fonde par épuisement. On entoure la fouille d'un batardeau, puis on épuise avec des écopes, avec des seaux, avec des pompes, avec des vis d'archimède, des norias....., suivant la profondeur. On peut employer aux épuisements des hommes, des chevaux ou des moteurs à vapeur suivant les circonstances locales. Nous ne décrirons pas ici les divers appareils à employer, parce que l'art d'élever les eaux constitue à lui seul une science spéciale en dehors de notre sujet. Nous dirons seulement que les progrès qu'elle fait tous les jours et l'emploi plus fréquent des locomobiles permettent d'étendre de plus en plus le système des fondations par épuisement qui, sous le rapport de la solidité, est sans contredit le meilleur.

Lorsque le sol supérieur à travers lequel on doit descendre la fouille est peu perméable et qu'il est à une faible profondeur sous l'eau, le batardeau consiste dans une simple digue en terre battue avec ses talus naturels; mais lorsqu'il y a une grande profondeur d'eau, les talus naturels du batardeau occuperaient un espace trop considérable; alors on les supprime au moyen de coffrages. Ainsi, du côté de la fouille, on bat une série de petits pieux espacés de $1^{m}.50$ environ, puis on descend jusqu'au fond des vannages, composés de planches grossièrement jointives qu'on fixe sur les pieux. On a ainsi un parement vertical du côté de la fouille, ce qui réduit la surface à épuiser. Lorsqu'on place les terres derrière, on est obligé de battre une seconde file de pieux qu'on relie aux premiers par des moises ou des chapeaux, de manière que le vannage puisse résister à la poussée du batardeau. Cette nécessité de retenir le vannage intérieur par une seconde file de pieux

détermine presque toujours à établir un vannage extérieur, surtout lorsque le batardeau a quelque hauteur. On supprime ainsi le talus extérieur et les terres du batardeau n'ont plus à souffrir du batillage de l'eau. L'épaisseur à donner au batardeau pour résister à la pression de l'eau devrait se régler sur la hauteur; mais comme il est toujours possible d'arc-bouter les parois à l'intérieur, on ne donne généralement pas plus de $1^{m}.50$ à 2 mètres d'épaisseur quelle que soit la hauteur. Avant de jeter les terres entre les deux vannages il faut draguer avec soin à l'intérieur pour enlever les pierres et branchages et arriver, autant que possible, sur un terrain peu perméable. Les figures 106 à 109 donnent une idée des dispositions qu'on peut adopter et qu'on peut d'ailleurs faire varier de bien des manières. Le vannage des batardeaux n'a pas pour but d'en augmenter l'étanchéité; il faudrait pour cela une précision dans les assemblages qui augmenterait beaucoup la dépense et qui d'ailleurs ne serait pas en rapport avec le résultat à obtenir, car l'eau qui vient dans la fouille et qu'on est obligé d'épuiser provient en majeure partie de la filtration à travers le terrain inférieur, de sorte que, quand même le batardeau serait parfaitement étanche, il y aurait encore des épuisements à faire.

On peut faire aussi des batardeaux en charpente; ce système a été employé par MM. Beaudemoulin et Desnoyers pour les fondations du viaduc de Port-de-Pile sur la Creuse (*Annales*, 1849, 2e semestre). Ces fondations devaient être établies sur une argile très-compacte, connue sous le nom de jalle, qui forme le fond du lit de la rivière, à 4 mètres au-dessous de l'étiage, soit à 2 mètres au-dessous de la surface de la jalle; un dragage, alors même qu'il eût été praticable, aurait été fort long et dispendieux; on s'était donc arrêté à l'idée de fonder par épuisement dans des caissons étanches en charpente.

Ces caissons ont été employés de deux manières. Pour la première pile qui devait être établie sur un atterrissement élevé de 2 à 3 mètres au-dessus de l'étiage, le caisson (*fig.* 110 et 111) a été assemblé sur le sol préalablement dressé horizontalement dans l'emplacement de la pile; puis, on l'a fait descendre peu à peu, en déblayant dans l'intérieur au moyen d'épuise-

ments, jusqu'à ce que la semelle inférieure fût encastrée de $0^m.70$ environ dans la jalle. On a alors pilonné de l'argile au bas des parois extérieures, on a étanché sous la semelle à l'intérieur avec du foin et des étoupes et la fouille a pu être facilement amenée à la profondeur voulue.

Pour la deuxième pile qui devait être fondée en lit de rivière, le caisson a été, dès le principe, employé comme batardeau définitif. Une rigole ayant été draguée dans le gravier tout autour de la base de la pile, de manière à mettre à nu la surface de la jalle, le caisson assemblé sur des bateaux a été descendu avec des treuils jusqu'à ce que la semelle reposât sur la jalle. Le bas de la semelle a été entouré extérieurement par un sac en toile de $0^m.30$ de diamètre rempli d'argile corroyée et, au-dessus de ce bourrelet, on a placé une couche d'argile corroyée qui a été elle-même recouverte d'un enrochement. On est parvenu ainsi à empêcher d'une manière complète les filtrations sous la semelle du caisson.

Lorsque, par suite des circonstances locales, on est convaincu que les épuisements seraient impossibles ou trop dispendieux, on a recours à divers systèmes que nous allons successivement décrire.

Le plus simple est le suivant (*fig.* 112) : on bat tout autour de l'emplacement de la pile et parallèlement à ses parements une enceinte de pieux et palplanches, pénétrant d'un à deux mètres dans le terrain solide. Cette enceinte se compose d'une file de pieux battus à une distance de $1^m.50$ à $2^m.50$; on les moise ensuite, puis on bat des palplanches entre les moises. Lorsque la profondeur à atteindre est trop considérable, on remplace les palplanches par des pieux jointifs, parce que les palplanches trop longues, flambant sous le coup de mouton, sont trop difficiles à enfoncer. Une fois l'enceinte fermée, on drague le terrain compris dans l'intérieur et, comme elle n'est jamais assez jointive pour empêcher la rentrée du terrain extérieur, on jette de gros moellons dans l'excavation qui se forme extérieurement. Cet enrochement qu'on recharge incessamment permet d'amener le dragage à la profondeur voulue et plus tard devient un moyen de défense pour la fondation. Si l'enceinte est poussée en dedans par la pression des enroche-

ments, on la maintient avec des traverses provisoires qui servent en même temps de plancher pour les dragueurs.

Lorsque les circonstances le permettent, il est avantageux, tant pour la facilité que pour la rapidité des travaux dans ce système de fondations, de draguer en plein à la profondeur voulue dans l'emplacement de la pile, avant de commencer l'enceinte. Si le fond de la rivière est très mobile, on prévient la rentrée des sables dans la fouille en établissant un peu en amont, au moyen de vannages ou de fascinages, une petite digue en forme de chevron brisé qui dévie le courant et permet ainsi de travailler dans une eau dormante. L'enceinte se construit très rapidement dès que le dragage est terminé et il n'y a plus qu'à nettoyer le fond des sables ou des vases qui auraient pu y rentrer pendant le battage.

Quand tout est prêt, enceinte et dragage, on coule immédiatement le béton. Pour en empêcher le délavage, le béton est placé dans une auge dont les diverses sections ont la forme de trapèzes; cette auge est suspendue par des cordes à un treuil et on la descend lorsqu'elle est pleine. A l'aide d'une petite corde attachée au fond, on la fait basculer lorsqu'elle est arrivée près du fond et elle remonte vide; on recommence l'opération immédiatement. On remplace avec avantage l'auge en bois par une boîte demi-cylindrique en tôle, qui s'ouvre par le fond au moyen d'un loquet manœuvré par une corde. Les figures 113 font comprendre cette disposition.

Si le dragage a précédé la construction de l'enceinte, il faut avoir soin de placer à l'extérieur, à mesure de l'avancement du coulage, des enrochements qui équilibrent la poussée du béton.

On arrête le coulage du béton à $0^m.30$ environ au-dessous de l'étiage, on forme tout autour de l'enceinte un petit batardeau en béton qui est retenu à l'intérieur par quelques fiches en fer, derrière lesquelles on place des voliges. On mêle ordinairement à ce béton un peu de ciment pour en accélérer la prise. Quand ce batardeau est sorti de l'eau et qu'on a attendu quelques jours pour être plus sûr de son étanchéité, on épuise dans l'intérieur de la cuvette, on dresse le béton coulé et l'on pose les premières assises, de manière à sortir de l'eau le plus tôt bpossile. Plus tard, quand le

pont est complétement construit, on drague les petits batardeaux, on desserre les moises de l'enceinte et on les fait descendre le plus bas possible; on recèpe ensuite à leur niveau supérieur les pieux et palplanches. L'enceinte, en effet, a dû être tenue provisoirement plus haute pour permettre de construire par des eaux un peu supérieures à l'étiage. Si l'on comptait sur ce niveau, on ne pourrait souvent travailler que pendant quelques jours de l'année.

On peut, en se résignant à placer les assises inférieures du pont un peu moins bas, se dispenser de faire le petit batardeau en béton, qui en lui-même n'est pas une grande dépense, mais qui exige une fondation beaucoup plus large. Cela est possible, surtout dans les rivières où les eaux sont retenues par des moyens artificiels. En ouvrant les pertuis des barrages, on produit un abaissement qui suffit pour l'établissement des premières assises.

On a employé aussi avec succès, pour la fondation des ponts, des caissons sans fond, s'appuyant directement sur le terrain solide. Voici la description de ce système telle qu'elle est donnée par M. l'ingénieur en chef Desnoyers dans les *Annales des Ponts et Chaussées* (2e semestre 1849) :

« Ces caissons représentés par les figures 114 ont une base rectangulaire, « des parois inclinées suivant un fruit d'un cinquième et sont formés de « montants espacés d'environ 2 mètres d'axe en axe, reliés entre eux par « trois cours de moises horizontales doubles entre lesquelles, après l'im- « mersion, on fait glisser des palplanches de $0^m.05$ d'épaisseur qui « achèvent de former l'enveloppe. Les dimensions du caisson sont calculées « de manière que le béton qu'il doit renfermer présente de tous côtés une « saillie de $0^m.80$ sur le parement du socle ou de $1^m.00$ sur la base réelle « de la pile. Les parois s'élèvent à un mètre au-dessus de l'étiage afin de « permettre de travailler aux fondations avec une hauteur d'eau ordinaire; « de plus, entre les cours des deux moises supérieures, on établit à l'in- « térieur un bordage calfaté avec soin et destiné à former batardeau, afin « que l'on puisse épuiser au-dessus du béton pour poser le socle et con- « struire les premières assises en maçonnerie de la pile. »

« Pendant que l'on construit un caisson sur le chantier, on prépare et

« met entièrement à nu le rocher à l'emplacement de la pile par un dra-
« gage à gueule-bée. Le caisson assemblé une première fois sur le chantier
« est ensuite démonté et transporté pièce à pièce sur deux forts bateaux
« établis de part et d'autre de l'emplacement de la fondation et sur lesquels
« sont disposées de grandes chèvres au moyen desquelles on fait successive-
« ment la mise au levage et l'immersion du caisson. Dès qu'on a assemblé
« les montants et les deux cours de moises inférieures, on mesure par des
« sondes la profondeur exacte du rocher à l'aplomb de chacun des mon-
« tants, on recèpe suivant cette profondeur les montants laissés d'abord un
« peu longs à cet effet, puis avant de compléter la charpente, on immerge
« jusqu'à la seconde moise la partie déjà assemblée; la partie plongeant
« dans l'eau sert de ce moment à alléger notablement le caisson; on pose
« le dernier cours de moises, puis on construit et calfate avec soin le bor-
« dage de la partie supérieure. On immerge ensuite le caisson jusqu'à ce
« que les montants portent sur le rocher et comme, vers la fin de l'opération,
« il a perdu la plus grande partie de son poids, il devient facile de le placer
« et de le diriger de telle sorte que les axes du caisson tracés sur la moise
« supérieure viennent coïncider exactement avec les lignes qui établissent
« les tracés des axes du pont et de la pile. Dès qu'il est bien en place, on
« se hâte de glisser les palplanches, on les bat à la masse pour les bien as-
« surer sur le rocher et on les fixe ensuite définitivement sur la moise
« supérieure à l'aide de coins en bois. Lorsque la pose des palplanches est
« terminée, on fait autour du caisson un léger enrochement ayant pour but
« de le maintenir exactement dans la position qui lui a été donnée. Aussitôt
« après on commence le bétonnage. »

« Au lieu de placer les palplanches jointives, on a soin de laisser entre
« elles des intervalles de $0^{m}.05$; on maintient ces intervalles dans la pose
« en clouant préalablement de petits tasseaux contre la tranche des pal-
« planches; le vide a pour but de permettre l'écoulement des laitances
« vaseuses qui se produisent dans l'immersion du béton. »

« A mesure que le bétonnage avance, on a soin d'élever l'enrochement
« extérieur afin de contre-buter la poussée du béton. Lorsque l'immersion

« du béton est terminée, on le laisse prendre une consistance convenable « pendant quelques jours et ensuite on épuise dans la partie supérieure « pour commencer les maçonneries. »

Après cette description, l'auteur de l'article avoue que pour quelques piles les épuisements ont dû être assez considérables, ce qui a tenu soit à ce que le béton n'avait pas été suffisamment pressé contre les parois, soit à ce qu'il ne restait pas assez d'épaisseur entre le bas du bordage et la surface de la fondation. Dans certaines piles on a été obligé d'établir à l'intérieur du caisson de petits batardeaux en béton maintenus à l'intérieur par de légers vannages appuyés sur des fiches en fer. Il conseille, pour n'avoir pas de filtrations, de descendre le bordage étanche et de comprimer avec soin la surface du béton afin de bien l'appuyer contre le bordage; mais il faut également, pour assurer l'étanchéité, couler le béton par couches d'un mètre d'épaisseur au maximun et non sur toute son épaisseur à la fois; autrement le béton se délave en coulant le long d'un talus très élevé et laisse passer l'eau en abondance.

Ce système de fondation peut être considéré comme une variété de celui qui consiste à former une enceinte à l'aide de pieux et palplanches dans laquelle on drague et l'on coule le béton. Pour qu'il soit convenable de l'appliquer, il faut que la nature du sol soit telle qu'on puisse faire le dragage préalable de la couche supérieure sans qu'elle reflue dans la fouille, ce qui suppose une certaine consistance; il faut aussi que le sol sur lequel repose le caisson ne soit pas susceptible d'être affouillé, car, dans le cas contraire, des pieux et palplanches enfermant le terrain au-dessous du béton donneraient une garantie de plus; mais il offre l'avantage d'éviter la perte de temps et la dépense qu'exige le battage d'une enceinte de pieux et palplanches; on réduit en outre l'épaisseur du batardeau à celle d'un simple bordage.

Des enrochements suffisent, en général, pour protéger les fondations contre les affouillements; cependant lorsque le sol se compose de sable très affouillable à une grande profondeur, on prend quelquefois le parti d'asseoir toute la construction sur un radier général; c'est de cette manière

qu'a été fondé le pont-aqueduc du Guétin sur l'Allier, composé de 18 arches de 16 mètres d'ouverture et de 17 piles de 3 mètres d'épaisseur. Le radier (*fig.* 115) a 485 mètres de longueur, 17^{m}.50 de largeur et 1^{m}.65 d'épaisseur; à l'amont et à l'aval de ce radier et sur toute sa longueur règnent deux murs de garde de 2 mètres de largeur et de 4^{m}.50 de profondeur. Ces murs sont arasés, comme le reste du radier, à 0^{m}.50 au-dessous du plan d'étiage de la rivière. Ils ont été construits, ainsi que la couche inférieure, sur 1 mètre d'épaisseur, du corps du radier, en béton coulé sous l'eau (*Annales* 1834, 2^{e} semestre).

Le viaduc du Guétin sur l'Allier, pour le chemin de fer du Centre, a été également construit sur un radier général dont les dispositions sont indiquées dans la figure 116.

Ce mode de fondation a l'inconvénient de coûter très cher et de réduire beaucoup le débouché du pont pendant les crues. Il paraît donc généralement préférable de descendre les fondations des piles et culées au-dessous de la limite des affouillements possibles, soit au moyen de dragages et d'enceintes remplies en béton et protégées par des enrochements, soit par le procédé de l'air comprimé qui a été récemment imaginé et dont nous parlerons plus loin.

Depuis la découverte des mortiers hydrauliques, le procédé de fondation par enceintes ou par caissons sans fond que nous venons de décrire s'est beaucoup généralisé et a remplacé, dans la plupart des cas, les fondations sur pilotis que l'on faisait autrefois. Cependant on a encore recours à ces dernières que nous devons, par conséquent, faire connaître sommairement.

Lorque le terrain solide est à une grande profondeur et que celui qui lui est superposé présente assez de consistance pour qu'on puisse supposer qu'il ne sera pas enlevé par les eaux, on peut adopter une fondation sur pilotis et plate-forme. Les pieux contenus et maintenus par le terrain intermédiaire transmettent la pression sur le terrain solide et s'ils sont en nombre suffisant, il est évident que la construction est à peu près aussi solide que si elle reposait directement sur le terrain résistant. Le nombre des pieux nécessaires, s'il pouvait être calculé, dépendrait de leur diamètre,

de leur longueur et de la nature du bois; mais comme on ne sait pas bien comment se répartit la charge sur chacun d'eux et qu'on ne connaît pas la résistance à la flexion qu'oppose le terrain, on se sert de la règle empirique suivante : on donne aux pieux un diamètre de 0.04 de leur longueur et l'on suppose qu'ils pourront porter chacun 25,000 kilogrammes quand ils seront battus à un refus de $0^m.01$ par volée de dix coups d'un mouton pesant 600 kilogrammes élevé à $3^m.60$ de hauteur, ou par volée de trente coups d'un mouton de même poids élevé à la tiraude de $1^m.20$ de hauteur. On espace les pieux de $0^m.80$ environ; s'il résulte de cet espacement que leur charge est sensiblement inférieure à 25,000 kilogrammes on se contente d'un refus proportionnel à leur charge, soit $0^m.02$ pour 12,500 kilogrammes, $0^m.05$ pour 5,000.

Lorsque les pieux ont été battus au refus, on coupe leurs têtes dans un plan horizontal au-dessous de l'étiage, soit en entourant la fondation d'un batardeau, soit au moyen d'une scie à recéper sous l'eau. Dans le premier cas, on place sur les pieux un grillage ou plate-forme en charpente sur laquelle on élève la fondation. Cette plate-forme repose sur les pieux et sur un massif de béton qu'on a coulé à la place du terrain inférieur préalablement dragué sur $0^m.40$ à $0^m.50$ de profondeur.

Si le terrain supérieur au terrain solide n'offrait pas une consistance suffisante pour maintenir les pieux latéralement et pour n'être pas entraîné par les eaux, il faudrait le draguer et le remplacer soit par des enrochements, soit par un massif de béton reposant sur un terrain non susceptible d'être affouillé, soit par une combinaison des deux systèmes consistant en enrochements recouverts d'une couche de béton.

Les figures 117 à 119 font suffisamment connaître ce mode de fondation.

Lorsque les localités ne permettent pas de placer à sec la plate-forme, on a recours au système de caisson appliqué pour la première fois par M. de Cessart en 1756, au pont de Saumur. C'est un bateau plat avec bords verticaux susceptibles d'être détachés du fond. Ce bateau est conduit sur l'emplacement de la pile que l'on élève sur son fond; cette opération fait

enfoncer le caisson qui finit par échouer sur les pieux; lorsque la pile est sortie de l'eau, on détache les bords qu'on applique à un autre fond. Ce système dispense de tout batardeau et de tout épuisement et permet de descendre les fondations à une grande profondeur. Il est surtout utile lorsque, la profondeur de l'eau étant considérable, il importe de diminuer la saillie des pieux sur le fond. Quoique dans ces circonstances on soit dans l'usage de mettre dans leurs intervalles une grande quantité d'enrochements qui font obstacle au déversement, cependant on comprend que ces enrochements jetés au hasard et qui dans l'eau perdent près de la moitié de leur poids, peuvent ne pas empêcher absolument les pieux de se déplacer, à cause de la hauteur du centre de gravité de la charge qui pèse sur eux. La moindre inégalité dans la poussée des arches, le courant lui-même peuvent incliner tous ces pieux dans le même sens. Il convient donc, en pareil cas, de descendre la fondation le plus bas possible; on y parvient avec des caissons ayant des bords très élevés; le caisson employé pour les fondations du pont de Rouen (*fig.* 120) donne un exemple de ce système de fondations; on remarquera que les pieux ont été, en outre, enfouis dans un massif général de béton.

Quant à la construction des caissons, nous ne croyons devoir rien ajouter aux détails donnés par les figures 121 à 123 qui représentent les caissons des ponts d'Austerlitz, d'Iéna et d'Ivry. C'est d'ailleurs un ouvrage de charpente des plus simples; il faut cependant que le bordage soit assemblé avec précision pour pouvoir être calfaté.

On remplace souvent aujourd'hui les caissons par un massif de béton (*fig.* 124). Après le recépage des pieux qui a lieu à $0^{m}.50$ environ au-dessus du terrain dragué, on coule une couche de béton, puis à l'aide d'un batardeau en béton, on forme une cuvette étanche dans laquelle on place les premières assises, absolument comme dans le cas des fondations sur massif en béton. Ce système exige un empatement plus large que les caissons et il faut, en outre, que l'enceinte formée par les pieux extérieurs soit garnie de palplanches pour retenir le béton.

Les divers systèmes de fondation que nous venons de décrire peuvent être combinés entre eux de différentes manières suivant les circonstances locales et on peut ainsi descendre la fondation à 10 ou 12 mètres de profondeur; c'étaient les seuls qu'on connût autrefois et on croyait qu'ils suffisaient à tous les besoins. Il faut remarquer, en effet, qu'à mesure qu'on descend au-dessous du sol, la fondation devient plus solide, car en admettant que la couche sur laquelle elle repose soit susceptible de se déplacer par l'effet de la pression, elle en est empêchée par le poids des couches supérieures qu'elle serait obligée de soulever pour opérer ce mouvement; mais depuis la construction des chemins de fer dont le tracé oblige quelquefois à construire des ponts dans des emplacements que les routes auraient évités et où il est si essentiel de prévenir toute chance d'accident, on a eu recours à des fondations plus profondes et on a employé pour cela l'air comprimé.

Nous ne croyons pas devoir entrer dans l'explication complète de ce procédé beaucoup plus compliqué. Bien qu'il en existe déjà beaucoup d'exemples, il n'est néanmoins que d'une application relativement restreinte et d'ailleurs trop récent pour n'être pas susceptible de nombreux perfectionnements. Ce que nous pourrions en dire dans cet ouvrage ne saurait dispenser les constructeurs qui voudraient l'appliquer, de recourir aux mémoires et ouvrages spéciaux; nous nous bornerons donc à quelques considérations générales et à une description de la fondation tubulaire du pont d'Argenteuil et de la fondation des ponts de Nantes au moyen de caissons en tôle.

L'exploitation des mines a amené le perfectionnement de l'art du sondeur qui consiste à creuser des puits à de grandes profondeurs et il est évident qu'on peut utiliser les procédés qui servent à atteindre les couches minérales, pour atteindre simplement le terrain solide; mais dans la construction des ponts il y a, en général, une difficulté de plus, c'est que le terrain dans lequel il s'agit de creuser un puits est le plus souvent recouvert d'une couche d'eau ou au moins environné d'eau, de sorte que l'opération du foncement des puits se complique de travaux d'épuisements très-difficiles et très dispendieux. Un savant géologue, M. Triger, a trouvé, pour

résoudre le problème, un procédé très ingénieux qui a été appliqué pour la première fois dans une île de la Loire, aux mines de Chalonnes. Ce procédé consiste à enfoncer dans le sol une enveloppe imperméable, en général un cylindre de fonte ou de tôle, à déblayer dans l'intérieur et à arrêter l'eau qui arrive par le fond au moyen de la pression de l'air. La paroi étanche est donc fermée dans sa partie supérieure et les ouvriers n'y pénètrent qu'au moyen d'un espace ou chambre qu'on peut mettre en communication soit avec le puits, soit avec l'air extérieur. Supposons, par exemple, le puits descendu à une profondeur de 20 mètres au-dessous du niveau de l'eau; des pompes à air, foulant de l'air dans l'intérieur du tube à la pression d'environ trois atmosphères, le puits est parfaitement étanche; on peut donc y déblayer, puis faire de la maçonnerie quand on est arrivé au terrain solide. C'est là le principe général des fondations au moyen de l'air comprimé.

Les piles du pont d'Argenteuil (*fig.* 125) se composent chacune de deux colonnes cylindriques en fonte remplies avec de la maçonnerie et reliées entre elles au-dessus de l'eau; elles ont été descendues, au moyen de l'air comprimé, à des profondeurs variant de 13^{m}.50 à 18 .50 au-dessous de l'étiage.

Dans la partie au-dessous de l'étiage, les tubes en fonte A ont 3^{m}.60 de diamètre, 1^{m}.00 de hauteur et 0^{m}.038 d'épaisseur; toutefois l'anneau inférieur servant à la perforation a 0^{m}.05 d'épaisseur et il est taillé en biseau à sa partie inférieure afin de pénétrer plus facilement dans le sol. Les anneaux sont assemblés intérieurement au moyen de brides renforcées par des consoles et des boulons; les joints sont rendus étanches par l'interposition de boudins en caoutchouc placés dans une rainure destinée à les recevoir.

La chambre de travail se compose d'un tronc de cône de 2 mètres de hauteur, formé de barres de fonte D à claire-voie, reposant à la partie inférieure sur la bride de l'anneau placé au-dessus de l'anneau perforateur, reliées au milieu par une couronne F et se réunissant à la partie supérieure

sur un cercle E de $1^{m}.10$ de diamètre. Une cheminée centrale G de même diamètre s'élève au-dessus de la chambre de travail; elle est formée de planches assemblées sur des cercles de fer. Le vide compris entre cette cheminée et la paroi des tubes est rempli avec du béton de ciment dont le poids fait descendre la colonne.

L'écluse à air se compose de deux cylindres concentriques en tôle. L'espace annulaire compris entre eux est divisé en deux compartiments Q par des cloisons T; quand l'un d'eux est rempli par les déblais, l'autre est vide et peut être mis en communication avec la cheminée centrale; on évite ainsi les interruptions de travail. Chaque compartiment est muni à cet effet de deux portes U et U′ destinées à le mettre en communication soit avec l'extérieur, soit avec la chambre centrale R de l'écluse. Des robinets permettent d'établir l'équilibre de pression dans chaque compartiment soit avec l'air extérieur, soit avec l'air comprimé de la chambre centrale. Cette chambre et les compartiments sont éclairés par des lentilles de verre *a* enchâssées dans la paroi supérieure. L'air comprimé arrive dans l'écluse par un tuyau Z; un manomètre métallique V indique la pression; une soupape de sûreté W empêche qu'elle ne dépasse la limite nécessaire.

Dans la cheminée centrale G se trouvent : 1° une échelle K pour accéder à la chambre de travail; 2° un câble L servant à remonter dans l'écluse à air les bennes contenant les déblais; ce câble s'enroule sur une poulie M, reliée par une courroie lâche à une poulie motrice N, mue elle-même par une petite machine à vapeur *b* de la force d'un cheval placée à l'extérieur; la communication du mouvement de l'une à l'autre s'établit au moyen d'un tendeur; 3° enfin un siphon P, habituellement fermé par un robinet, qui sert à vider les eaux du fond par le haut, lorsque l'anneau perforateur traverse des couches trop compactes pour qu'on puisse les refouler par-dessous. Si, dans ce dernier cas, on a soin de placer l'orifice inférieur du siphon dans l'eau à évacuer de telle sorte que l'air puisse s'introduire en même temps que l'eau dans la grande branche, ou simplement, de percer dans cette branche un trou qui permette à l'air de se mélanger à l'eau, le refoulement de ce mélange d'air et d'eau exige une pression moins forte que celle due

à la profondeur où l'on se trouve; on peut donc diminuer la pression intérieure, ce qui soulage beaucoup les ouvriers.

Le travail s'exécute de la manière suivante. Dans l'emplacement de chaque pile, on établit un échafaudage à deux étages. Les matériaux arrivent sur le plancher supérieur H. On pose l'anneau tranchant sur des tasseaux placés sur le plancher inférieur I. On monte les deux anneaux suivants; on construit et on maçonne la cage de la chambre de travail; puis on ajuste les tiges de suspension et les verrins J, au nombre de quatre, destinés à opérer la descente. L'ensemble est alors soulevé, on enlève les tasseaux et on descend le tube dans l'eau en ajoutant des anneaux que l'on remplit de béton jusqu'à ce que l'anneau inférieur repose sur le fond. C'est à ce moment que l'on pose l'écluse à air et que l'on commence le travail dans l'air comprimé.

Trois équipes de cinq ouvriers ont été employées pour l'extraction des déblais; chacune d'elles travaillait quatre heures et se reposait huit heures. Trois ouvriers étaient occupés dans la chambre de travail à la fouille et à la charge; le quatrième, placé dans la chambre centrale de l'écluse, manœuvrait le tendeur pour la remonte des bennes; le dernier rangeait les déblais dans l'un des deux autres compartiments de l'écluse.

Lorsque le tube est arrivé à la profondeur voulue, on remplit la chambre de travail avec du béton, en ayant soin de maintenir la pression jusqu'à ce que la prise de cette maçonnerie soit complète. On démonte alors l'écluse à air et on achève le remplissage à l'air libre.

L'air comprimé pour fonder des ouvrages dans l'eau, appliqué d'abord à de simples tubes, est employé maintenant avec des caissons en tôle, au moyen desquels on descend des massifs en maçonnerie à de grandes profondeurs. C'est de cette manière qu'ont été fondées, à Nantes, les piles et les culées du pont du chemin de fer qui relie cette ville à Napoléon-Vendée (*).

(*) Nous devons les détails qui suivent à l'obligeance de M. l'ingénieur en chef Croizette-Desnoyers. J. M., E. V.

Le chemin de fer traverse la Loire, à deux kilomètres environ de la ville de Nantes, dans une partie où le fleuve est divisé en plusieurs bras. Sur les deux principaux, situés vers le milieu de la vallée, le rocher se trouve à des profondeurs variant de 16 mètres à 26 mètres au-dessous de l'étiage et y est recouvert par des couches alternatives de sable et d'argile vaseuse. Il n'était pas possible d'arriver par des procédés ordinaires à asseoir les fondations directement sur le rocher et comme, même au moyen de l'air comprimé, l'exécution serait devenue très difficile et la dépense aurait atteint des chiffres trop élevés pour les profondeurs dépassant 20 mètres, on s'est décidé à fonder la plus grande partie des piles et culées sur le sable à une profondeur suffisante pour que les affouillements ne fussent plus à craindre et en s'attachant avec soin à faire reposer les massifs de fondation sur des couches où le sable se trouvât aussi pur que possible. Il résulte de cette disposition (*fig.* 126) que la culée rive droite du premier bras et les deux piles adjacentes sont les seules qui reposent directement sur le rocher à des profondeurs de $16^{m}.02$ à $18^{m}.80$ et que toutes les autres fondations ont été établies sur le sable à des profondeurs qui varient de $11^{m}.08$ à $17^{m}.55$.

Les fondations ont toutes été faites, à l'aide de l'air comprimé, dans des caissons en tôle analogues à ceux employés pour le pont sur le Scorff, à Lorient, et qui ont été décrits en détail dans un mémoire de M. l'ingénieur en chef Croizette-Desnoyers, inséré aux *Annales des ponts et chaussées*, premier semestre de 1864.

L'appareil employé se compose essentiellement de trois parties : 1° la chambre de travail placée à la partie inférieure et dans laquelle on pratique les déblais; 2° le caisson proprement dit ou batardeau, placé au-dessus de cette chambre de travail et dans lequel on construit les maçonneries à l'air libre à mesure de l'enfoncement; 3° enfin les chambres d'équilibre avec écluses à air, placées à la partie supérieure et communiquant avec la chambre de travail par des tubes ou cheminées verticales.

La chambre de travail d'un caisson de pile est représentée par les

figures 127; elle a $12^m.60$ de longueur, $4^m.40$ de largeur à la base et $3^m.06$ de hauteur. Sa section horizontale a extérieurement la forme de la pile elle-même; mais à l'intérieur elle présente une suite d'arcs et de poutrelles appuyés sur des entretoises en tôle, de manière à opposer une grande résistance à la pression, soit extérieure, soit intérieure. L'enveloppe extérieure est composée de trois zones successives dont les épaisseurs, à partir du bas, sont 12, 8 et 8 millimètres; la zone inférieure est d'ailleurs très fortement consolidée à la base et forme tranchant; de fortes cornières en tôle, disposées horizontalement à la jonction des diverses zones, augmentent encore la solidité de l'ensemble. Le plafond supérieur ou toit de la chambre doit avoir une grande résistance parce qu'il doit, pendant la durée du travail, supporter tout le poids des maçonneries supérieures. Son ossature se compose de quatre grandes poutrelles longitudinales de $0^m.25$ de hauteur, reliées entre elles par quatre poutrelles transversales de $0^m.30$ de hauteur, sur lesquelles est rivée la tôle de $0^m.01$ qui forme le plafond proprement dit. Enfin le toit est relié aux cornières horizontales par des écharpes inclinées qui complètent la résistance de la chambre pour laquelle il importe au plus haut degré d'empêcher les déformations. Les cheminées ont $0^m.723$ de diamètre et s'élèvent deux par deux, sur l'axe même de la pile et à égale distance de l'axe du pont, dans des cadres formés par les deux systèmes de poutrelles mentionnées.

Le caisson proprement dit ou batardeau s'élève au-dessus de la chambre de travail et est composé d'une série de zones horizontales en tôle que l'on ajoute successivement à mesure de l'enfoncement, de manière que l'enveloppe formant batardeau dépasse toujours le niveau des eaux.

La chambre d'équilibre, représentée par les figures 128, est assemblée sur l'extrémité supérieure des cheminées verticales. Elle consiste en un cylindre oblong en tôle de $2^m.92$ sur $2^m.10$ et de $3^m.00$ de hauteur auquel sont accolés deux cylindres latéraux G et G'. Cette chambre est pourvue de quatre sas à air, G, G', H et K. Le sas H sert, au moyen des portes h et h', à l'entrée et à la sortie des ouvriers; il peut facilement en contenir trois

ou quatre à la fois dans un espace suffisamment élevé et éclairé. Le sas K sert, au moyen des portes k et k', à la sortie des déblais et les sas G et G′ servent, au moyen des portes g et g', à l'introduction du béton destiné au remplissage de la chambre de travail et des cheminées verticales, lorsque le déblai est terminé et que le caisson est à la profondeur voulue.

Les déblais sont extraits de la chambre de travail au moyen de bennes attachées aux extrémités d'un câble II′ qui s'enroule sur une poulie J mise en mouvement par un moteur placé en dehors de la chambre d'équilibre. L'une de ces bennes monte pendant que l'autre descend; l'orifice k du sas K est ouvert et la benne verse son contenu dans un wagonnet placé dans le sas. Lorsque le wagonnet est plein, on ferme l'orifice k, on met le sas K en communication avec l'air extérieur et le wagonnet, sortant de son sas par l'orifice k', vient se décharger à l'air libre; on le fait rentrer ensuite dans le sas K par une manœuvre inverse.

Pour introduire le béton, l'orifice g' du sas G est fermé et l'orifice g est ouvert. On remplit le sas G de béton; puis on ferme l'orifice g et l'on met G en communication avec la chambre intérieure; alors g' s'ouvre et le béton descend par la cheminée dans la chambre de travail. Pendant qu'on vide le béton du sas G, on remplit le sas G′ et ainsi de suite.

Chaque pile a été fondée au moyen d'un seul caisson de la même forme que la pile et chaque culée a été fondée au moyen de deux caissons à section rectangulaire placés perpendiculairement à la rive et au-dessus desquels les massifs de fondation ont été reliés par une petite voûte. Le nombre de caissons employés a été ainsi de 14 pour les piles et de 8 pour les culées, en totalité de 22.

Les caissons des piles ont à la base $12^{m}.60$ de longueur sur $4^{m}.40$ de largeur; leur section est par suite de 52 mètres carrés. Les caissons des culées ont chacun $8^{m}.70$ de longueur sur $4^{m}.05$ de largeur. Le fruit des parois est de $0^{m}.10$ de chaque côté sur toute la hauteur et ces parois étaient prolongées jusqu'à $2^{m}.50$ au-dessus de l'étiage, afin de former batardeau

jusqu'à cette hauteur pour l'exécution des premières assises de maçonnerie. Les chambres de travail ont été remplies en béton de ciment et cette même nature de béton a été employée au-dessus du toit de la chambre sur une épaisseur de $0^{m}.50$, afin d'augmenter les garanties de solidité de cette partie. Le reste des caissons devait être rempli seulement en béton ordinaire, mais comme on a remarqué que, dans les conditions défavorables où il se trouvait employé, la prise n'en était pas assez prompte, on y a ajouté généralement 100 kilogrammes de ciment par mètre cube de mortier. Enfin, pour la partie des piles immédiatement au-dessous de l'étiage, le béton, sur une hauteur de 2 mètres, a été remplacé par de la maçonnerie avec parements en granit, afin que la fondation fût à l'abri de toute détérioration dans le cas où l'enveloppe en tôle viendrait plus tard à être détruite dans cette partie.

Les tôles du caisson proprement dit au-dessus de la chambre de travail avaient 5 millimètres d'épaisseur sur la plus grande partie de la hauteur, et comme elles s'étaient gondolées dans les premiers caissons mis en place, on en a roidi les deux grands côtés par des armatures horizontales en fer à cornières et on a maintenu les parties circulaires par des segments de cintres en bois appuyés sur des étais en éventail butant contre les cheminées. On est parvenu ainsi à empêcher les déformations, mais on n'a pas aussi bien réussi à empêcher toutes déviations dans la descente et, bien qu'elles n'aient pas eu dans l'espèce de conséquences graves, il y aurait, pour une nouvelle application du procédé, à rechercher les moyens de guider plus sûrement la descente des caissons.

A l'aide du système ci-dessus décrit, le travail s'opère rapidement et avec une grande régularité que ne comportaient pas les premières dispositions employées dans les appareils de ce genre. Ceux du pont de Nantes ont été combinés par MM. Gouin et C^{ie}, entrepreneurs chargés de l'exécution des fondations ; c'est dans l'île placée entre les deux bras de la Loire qu'ils avaient établi leurs principales installations, comprenant les appareils pour la fabrication du béton, les machines pour comprimer l'air et enfin des presses

hydrauliques dont l'action se transmettait sur toutes les diverses parties du chantier au moyen de tuyaux remplis d'eau et servait ainsi de moteur pour les diverses manœuvres : l'organisation des chantiers était très complète et disposée avec beaucoup d'habileté.

L'installation et le perfectionnement des appareils a demandé un temps assez long, car les huit piles et les deux culées du premier bras (comprenant douze caissons) ont exigé environ une année (du 8 mai 1863 au 14 mai 1864), non compris la préparation des caissons à l'usine, pour une profondeur moyenne de $16^{m}.15$ au-dessous de l'étiage, les appareils étant cependant en nombre suffisant pour trois caissons à la fois. Pour le deuxième bras les appareils perfectionnés dans leurs détails et employés par un personnel expérimenté ont fonctionné avec une régularité et une promptitude remarquables, à tel point que les six piles et les deux culées de ce bras (comprenant dix caissons) ont exigé moins de six mois (du 29 février au 15 août 1864), pour une profondeur moyenne de $15^{m}.39$ au-dessous de l'étiage, ce qui, d'après le nombre d'appareils dont on disposait, correspond à peu près à deux mois pour chaque fondation.

Les figures 126[2] et suivantes donnent le détail des fondations de deux piles et de deux culées prises dans des conditions différentes et pouvant servir de types pour les diverses circonstances qui se sont présentées dans l'exécution. Ainsi la première culée est fondée sur le rocher ; la pile n° 6 du premier bras est fondée sur un banc de sable de $5^{m}.00$ environ d'épaisseur, recouvrant une couche d'argile noire; la pile n° 1 du second bras est établie sur une couche épaisse de sable reposant directement sur le rocher et enfin pour la deuxième culée du second bras, le banc de sable recouvre une couche d'argile noire, comme pour la pile n° 6, mais l'épaisseur du banc est plus considérable et le sable en est plus gros. Il est résulté de ces diverses dispositions que la première culée n'a pas éprouvé le moindre tassement, que les piles et culées du deuxième bras reposant sur des bancs très épais de gros sable n'ont éprouvé que des tassements extrêmement faibles, mais que la pile n° 6 du premier bras ainsi que les piles adjacentes

reposant sur des couches moins épaisses et formées de sable fin ont éprouvé des tassements plus forts, qui n'ont eu heureusement aucune influence sur la solidité de la construction, mais qui prouvent combien il importe d'avoir d'épais matelas de sable de bonne nature, lorsqu'on est obligé de faire reposer les fondations sur des terrains renfermant des couches compressibles.

Dans les fondations des deux piles données pour types, on remarque que les massifs en béton ne sont pas descendus jusqu'au niveau inférieur de l'enveloppe de la chambre de travail, ce qui tient à ce que lorsque les fouilles approchaient du tranchant, le sable remontait à l'intérieur. Il n'en est d'ailleurs résulté aucun inconvénient, seulement c'est évidemment à partir du dessous du massif et non à partir du bas de l'enveloppe que les profondeurs de fondation doivent réellement être comptées.

D'après le règlement de compte définitif, les dépenses pour fondation au moyen de l'air comprimé des ponts sur les deux bras de la Loire se sont élevées à la somme totale de 1,646,270 francs.

	fr.
Dont pour les 14 piles fondées à une profondeur moyenne de 16^{m}.35 au-dessous de l'étiage.	1,160,803
Et pour les 4 culées fondées à une profondeur moyenne de 14^{m}.89 au-dessous de l'étiage.	485,467
Total égal.	1,646,270

Il en résulte que la dépense est revenue en moyenne :

	fr.
Pour une pile, à.	82,915
Et pour une culée (comprenant deux caissons), à.	121,367
Soit pour chaque caisson de culée, à.	60,683

Enfin la dépense moyenne pour une pile, fondée à 16^{m}.35 de profondeur sous l'étiage, se décompose ainsi qu'il suit :

	fr.
Caisson en tôle, 50,000 kil. à 0f.60.	30,000
Tôle pour batardeau au-dessus de l'étiage, 3,000 kil. à 0f.30.	900
Déblais à l'intérieur du caisson, 700 mètres cubes à 30f.	21,000
Transport de déblais en remblais, 700 mètres cubes à 1f.60.	1,120
Béton de ciment à la partie inférieure, 150 mètres cubes à 57f.	8,550
Béton hydraulique, avec addition de ciment dans la partie intermédiaire, 567 mètres cubes à 23f.	13,041
Maçonnerie pour la partie supérieure.	3,150
Frais d'installations et divers.	3,600
Dépenses sur la somme à valoir.	1,554
Total pour la fondation d'une pile.	82,915

CHAPITRE XIII.

DES CINTRES ET DU DÉCINTREMENT DES VOUTES.

La construction d'une voûte exige toujours l'établissement préalable d'un moule ou cintre sur lequel les voussoirs s'appuient jusqu'à la pose de la clef. Quand la voûte est fermée et que la maçonnerie s'est solidifiée, on enlève le cintre et la voûte trouve une nouvelle position d'équilibre à l'aide d'un léger mouvement autour des joints de rupture, à la condition toutefois qu'elle ait partout une épaisseur suffisante, épaisseur que nous avons cherché à déterminer dans les chapitres précédents.

Le cintre fait donc partie d'un projet de voûte et notre travail ne serait pas complet si nous n'exposions les principes généraux qui nous paraissent devoir servir de guide aux constructeurs dans l'étude des projets de cintre.

D'abord on ne doit pas perdre de vue qu'il s'agit d'une construction provisoire, d'un échafaudage qui doit disparaître après la construction de la voûte, que, par conséquent, les qualités essentielles de cette construction sont la solidité et l'économie; l'élégance de la forme est une qualité secondaire à laquelle les deux premières ne doivent jamais être sacrifiées.

Un cintre, comme un comble, se compose de fermes et de couchis. Les

fermes, espacées de 1 mètre à $2^{m}.50$ suivant leur force, portent des pièces horizontales, dites couchis, qui rendent la surface de la douelle continue dans le sens longitudinal. Les couchis ne sont pas jointifs, en général, et si la voûte est composée de pierres de taille, ils suffisent pour la construire, parce que les intervalles sont plus petits que l'épaisseur d'un voussoir. Dans ce cas, la surface des couchis n'est pas exactement celle de l'intrados avec laquelle on fait coïncider celle de la pierre de taille à l'aide de petites cales en bois placées sur les couchis. Aujourd'hui que la perfection des mortiers a permis d'employer dans les voûtes de petits matériaux, on est dans l'usage de clouer sur les couchis des planches flexibles formant exactement la surface de l'intrados. Cela facilite beaucoup la pose et a, en outre, l'avantage de permettre d'espacer inégalement les couchis suivant l'effort qu'ils ont à supporter; ainsi, on les écarte vers la naissance de la voûte et on les rapproche près du sommet.

Il s'agit de supporter maintenant les couchis; cela se fait à l'aide de pièces de bois qu'on découpe d'un côté suivant la forme de la douelle et qui restent droites à leur partie inférieure. Ces pièces, d'un équarrissage irrégulier et qu'on appelle vaux, sont placées sur des arbalétriers transformant l'intrados en un polygone, en général, régulier. Ce polygone forme une espèce de voûte en bois, mais peu solide à cause de son peu d'épaisseur et de l'inégalité de la répartition de la charge pendant la construction, inégalité qui a pour effet de soulever la partie supérieure du cintre. Pour le consolider, on place sous le premier rang d'arbalétriers un second rang, puis un troisième, puis un quatrième, etc., suivant l'ouverture de la voûte. Voici au reste comment M. Sganzin décrit ce système dans son cours de construction (édition de 1821).

« Dans ce dernier système, les arbalétriers sont disposés de manière « que les abouts d'un rang répondent au milieu des arbalétriers d'un rang « supérieur ou inférieur avec lequel ils forment des figures triangulaires « qui ont pour base la longueur d'un arbalétrier. Ce système est lié par « des moises inclinées suivant la direction du rayon de courbure auquel

« les arcs appartiennent. Elles embrassent simultanément les abouts d'un « rang d'arbalétriers et le milieu de ceux d'un autre rang. Cette dispo- « sition permet au système entier de prendre un certain mouvement de « relèvement vers la clef et ensuite d'affaissement sous la charge, sans « inconvénient pour la solidité de la construction, lorsque ce mouvement « est habilement dirigé et maîtrisé. »

La figure 129 représente le cintre du pont de Neuilly, construit par Perronet; elle nous paraît devoir faire parfaitement comprendre le système. Nous ajouterons cependant la description que donne Perronet (*Mémoire sur la construction des grandes arches*, 1793) du mode d'assemblage des arbalétriers avec les moises, parce qu'elle caractérise le système.

« Chaque bout des arbalétriers sera fait en portion d'arc décrit avec « un rayon de la longueur de l'arbalétrier, et assemblé avec les moises, « sablières et jambes de force dans une entaille de même courbure, à un « pied au-dessous des arbalétriers supérieurs. On donnera à cette entaille « un peu de jeu au haut et au bas pour faciliter le mouvement que prennent « nécessairement les cintres en remontant lorsqu'on les charge du bas, et « en descendant, à mesure que la charge devient plus considérable, jus- « qu'à ce qu'on ait posé les clefs; mais pour diminuer le surhaussement « des cintres, on doit avoir l'attention de charger leur sommet à mesure « qu'il s'élève, avec un certain nombre de cours de voussoirs taillés et « prêts à poser au haut de la voûte. Cette charge a été portée à chacune « des arches du pont de Neuilly jusqu'à 930 milliers. Les fermes étaient « espacées de 6 pieds en 6 pieds ($1^m.95$), de milieu en milieu, et compo- « sées de quatre cours d'arbalétriers ayant depuis 19 pieds ($6^m.17$) jusqu'à « 23 pieds ($7^m.47$) de longueur, et 14 à 17 pouces ($0^m.38$ à $0^m.46$) « de grosseur; elles ont baissé de 13 pouces ($0^m.352$) jusqu'au moment « de la pose de la clef, et de $9^{po}.6^l$ ($0^m.257$) après cette pose; ce qui fait « un total de $22^{po}.6^l$ ($0^m.609$) dont elles avaient été surhaussées, d'après « la courbure qu'on désirait leur faire prendre. »

Ainsi, non-seulement les constructeurs du temps de Perronet considé-

raient les cintres comme flexibles, mais ils disposaient les assemblages de manière à ce que la rotation des pièces pût s'y opérer facilement. Cette flexibilité des cintres était considérée comme un avantage, ainsi que le prouve la citation que nous avons faite du cours de M. Sganzin, citation qu'il convient de compléter par le paragraphe qui la précède et qui est ainsi conçu :

« Les cintres prenaient autrefois de nombreux points d'appui sur le « terrain. La disposition de leur système faisant porter la charge sur le « milieu des arbalétriers n'était pas avantageuse à la résistance. Les tenons « et mortaises qu'ils exigeaient affaiblissaient les bois. On a renoncé avec « raison à ce système pour lui substituer celui des cintres retroussés. »

Les cintres que nous venons de décrire s'appellent effectivement *cintres retroussés*; mais leur emploi, en se généralisant, a prouvé que leurs inconvénients étaient bien plus considérables que ceux des cintres avec points d'appuis appelés par opposition *cintres fixes*.

Pour reconnaître ces inconvénients, il suffit de s'en rapporter aux résultats constatés par Perronet lui-même. Ainsi, pendant la construction de la voûte du pont de Neuilly le sommet du cintre s'abaisse de $0^m.61$, d'où il suit que la partie de cette voûte construite sur la partie inférieure du cintre a continuellement changé de forme et que les mortiers placés dans des joints toujours disloqués ont dû sécher sans faire prise. Ces joints ne devaient donc être remplis que d'un massif sablonneux. Aussi, pendant le décintrement, la voûte s'abaissa de $0^m.19$ et de $0^m.03$ le lendemain, puis encore de $0^m.08$ après l'achèvement complet des ouvrages, c'est-à-dire, après la pose des parapets, de la chaussée, etc. Nous ne voulons pas dire qu'à cause de ces nombreux mouvements, le pont de Neuilly ne doit pas être considéré comme un pont solide, mais il nous est bien permis de faire voir que ces mouvements sont la conséquence de la trop grande mobilité du cintre sur lequel la voûte a été construite. Nous ferons remarquer aussi que si le tassement du cintre a été, comme le dit Perronet, juste des

$22^{po}.6^{l}$ ($0^{m}.609$) dont il avait été surhaussé, il y a eu là une coïncidence tout accidentelle, car de pareils mouvements sont plus faciles à empêcher qu'à calculer, puis les 30 centimètres d'abaissement de la voûte n'étaient peut-être pas dans les prévisions du constructeur.

Comment aurait-il pu deviner qu'il fallait placer le sommet du cintre à $0^{m}.91$ au-dessus de la position définitive qu'a occupée la clef? M. Sganzin, en faisant l'éloge de ce système de cintre, paraît s'en rapporter à l'habileté des constructeurs pour en diriger et maîtriser les mouvements. On comprend parfaitement que le constructeur, en chargeant le sommet du cintre, l'empêche de s'élever au-dessus de sa position, mais comment l'empêcher de s'abaisser quand on s'impose la condition de n'avoir pas de point d'appui intermédiaire? Ici, c'est la flexibilité, la compression du bois, la précision des assemblages qui sont en jeu et ce sont des éléments que le constructeur ne peut maîtriser, quelque habile qu'il soit.

Un autre exemple pourra nous servir à démontrer les inconvénients du système des cintres retroussés. C'est celui du pont de Nemours construit par M. Boistard et à propos duquel cet habile ingénieur a fait les expériences dont nous avons parlé dans le chapitre V. Nous trouverons d'ailleurs dans les observations consignées avec beaucoup de soin dans l'ouvrage de cet ingénieur, une confirmation de la théorie exposée précédemment sur la position du point de rupture.

La figure 130 représente l'élévation d'une arche du pont de Nemours et de son cintre, telle qu'elle est donnée dans l'ouvrage de M. Boistard. Le côté gauche représente le pont avant le décintrement et le côté droit, après cette opération.

L'arche est décrite en portion d'arc de cercle de $16^{m}.23$ d'ouverture, de $1^{m}.10$ de flèche et avec $0^{m}.97$ d'épaisseur à la clef; elle est extradossée horizontalement.

Le cintre se compose de trois cours d'arbalétriers, de trois pièces chacun; mais ici le second cours n'est, pour ainsi dire, que la répétition du premier,

tandis que, au pont de Neuilly et dans les ponts construits à cette époque, on a soin de croiser les joints, comme le fait le troisième cours par rapport au second; enfin, les cours d'arbalétriers sont beaucoup plus écartés qu'ils ne le sont ordinairement. M. Boistard ne motive pas ces dérogations au système alors suivi; elles sont d'ailleurs de peu d'importance.

Les cintres étaient surhaussés de 7 pouces (0^{m}.19). M. Boistard fait observer que ce surhaussement ne peut être précisément déterminé par le calcul, que le parti le plus sûr est de l'évaluer d'après l'expérience acquise à ce sujet dans la construction des grands ponts projetés et dirigés par M. Perronet et que dans cette occasion il est impossible de rencontrer plus heureusement. Voyons maintenant comment ce cintre s'est comporté; à cet égard, M. Boistard entre dans des détails trop instructifs pour que nous ne croyions pas devoir citer textuellement quelques passages de son mémoire.

« La pose du premier et du deuxième rang de voussoirs n'a rien pré-
« senté de remarquable: mais en posant le troisième, on s'est aperçu que
« l'ordonnée du second était diminuée; cette diminution provenait du
« tassement des arbalétriers et de la compression des cales. Comme elle
« devait avoir lieu dans les rangs suivants, on ne s'est point attaché à for-
« mer un arc continu; on a posé suivant la table en la corrigeant néan-
« moins chaque fois qu'il était nécessaire, ce qui était très aisé et très
« promptement fait. Il est résulté qu'au lieu d'un arc continu, on avait un
« arc en crémaillère, mais qui se rétablissait peu à peu comme il devait
« être, à mesure qu'on approchait de la clef. »

« On a remarqué qu'il fallait faire de deux en deux rangs encore les
« ressauts de crémaillère plus forts parce que le tassement était complexe;
« chaque rang, outre son tassement particulier, en avait un autre propor-
« tionné à celui qui le précédait immédiatement. »

Il résulte donc que la flexion du cintre a eu pour résultat de faire glisser les joints des voussoirs les uns sur les autres et que, par conséquent, la co-

hésion des mortiers a dû être détruite par ce double mouvement. De plus, il est difficile d'admettre que les nombreuses dents de la crémaillère formée par les voussoirs aient toutes disparu; si cela est arrivé une fois, il ne serait pas prudent de répéter l'expérience; il est plus que probable qu'on aurait à faire un ragrément général de l'intrados après le décintrement.

Voyons maintenant les conséquences du tassement du cintre par rapport à l'écartement et au resserrement des joints, notamment de ceux des naissances.

« Pendant et après le décintrement, dit M. Boitard, les joints des nais-
« sances se sont ouverts à l'extrados et se sont fermés à l'intrados; l'ou-
« verture et le resserrement ont eu lieu sur les trois premiers joints d'une
« manière sensible. »

« Le premier s'est ouvert de 12 lignes ($0^m.027$), le deuxième de
« 8 lignes ($0^m.018$) et le troisième de 2 lignes ($0^m.0045$). »

« Le resserrement a été de 5 lignes ($0^m.0113$), de 3 lignes ($0^m.0068$)
« pour le second et de 2 lignes ($0^m.0045$) pour le troisième. »

« Les joints suivants se sont simplement un peu comprimés dans toute
« leur hauteur; ceux des clefs se sont fermés à l'extrados et ouverts à
« l'intrados, mais d'une manière bien moins sensible que ceux des nais-
« sances, parce qu'on avait eu la précaution de les contre-caler avec des
« cales en bois de chêne très sec et très dur. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

« On ne doit pas laisser passer une observation très curieuse, très impor-
« tante; c'est qu'après le décintrement des voûtes, par l'affaissement des
« cintres, comme il sera expliqué plus loin, les joints des naissances, aux-
« quels on avait donné deux lignes d'épaisseur à l'extrados et douze à
« l'intrados, se sont ouverts, comme on l'a dit plus haut, de douze lignes
« à l'extrados et fermés de cinq lignes à l'intrados. Cette ouverture avait
« lieu également dans toute la longueur du premier cours de voussoirs,

« d'une tête à l'autre du pont, de sorte qu'on voyait que les premiers cours « de voussoirs ne portaient sur les coussinets que sur un pied de hauteur « environ, tout le reste du joint au-dessus était à jour. »

Pour donner une idée exacte du mouvement du joint des naissances décrit par M. Boistard, nous le représentons graphiquement dans la figure 131 (*) et à l'inspection de cette figure, on reconnaîtra immédiatement l'exactitude de la théorie que nous avons exposée : le tassement du cintre et de la voûte amène une rotation du joint qui repose sur les coussinets des naissances. Quoique le joint ait $2^{m}.10$ de longueur, le contact n'en a plus que $0^{m}.33$ et la résultante des pressions doit passer à $0^{m}.11$ environ de l'intrados. On voit combien sont erronées toutes les théories qui supposent que ce passage a lieu au tiers du joint et combien seraient fausses les conséquences qu'on en pourrait tirer. On voit en même temps qu'on aurait pu diminuer l'épaisseur de la voûte, surtout aux naissances, sans nuire à sa solidité ; mais le vice le plus important du projet est dans la disposition du cintre. En jetant les yeux sur la figure 130, on reconnaît que les pièces du cintre forment entre elles une série de trapèzes ou de parallélogrammes de formes variables, tandis que le principe général de tout assemblage de charpente, c'est de former des triangles. La raison en est facile à saisir. Si nous supposons trois pièces de bois AB, AC, BC (*fig.* 132) assemblées par des boulons, par exemple, nous aurons un triangle dont la forme sera invariable, en supposant les pièces inflexibles, tandis que le quadrilatère ABCD, assemblé de la même manière, pourra prendre une infinité de formes ; le point A et le point D n'étant assujettis qu'à se trouver sur des circonférences décrites des points B et C comme centres avec AB et CD pour rayons. La ligne BC dans les deux figures étant supposée fixe et le point A poussé horizontalement, il est clair que le triangle ABC demeurera invariable, tandis que les points A et D vont se mouvoir sur un cercle sans présenter aucune

(*) Pour rendre le mouvement plus sensible, l'épaisseur du joint est représentée de grandeur naturelle et la longueur au vingtième seulement.

résistance. Il faut donc, dans les constructions en charpente, que les pièces de bois soient assemblées de manière à former des triangles plutôt que des quadrilatères. Si ce principe n'a pas été suivi dans l'établissement du cintre du pont de Nemours, c'est beaucoup moins par ignorance que par système. On croyait alors que le grand mérite d'un cintre était la flexibilité, la souplesse pour ainsi dire; ce qu'on redoutait, c'était d'avoir un intrados discontinu après le décintrement. On craignait, en introduisant des points fixes dans le cintre, qu'il n'en résultât un intrados polygonal. On sacrifiait la solidité à l'élégance, ou du moins on ne se rendait pas compte des conséquences de la flexibilité du cintre sous ce double rapport. Nous ne nous sommes arrêté à l'exemple du pont de Nemours que pour faire voir qu'en ce qui concerne la solidité de la voûte, la mobilité du cintre avait les conséquences les plus fâcheuses; quant à ce qui concerne l'élégance de la courbe d'intrados, nous ne croyons pas que les cintres fixes aient à redouter la comparaison avec les cintres retroussés. En effet, il est facile de s'assurer qu'à cet égard les craintes des anciens constructeurs étaient chimériques. Admettons, par exemple, qu'il y eût eu sous la clef du pont de Nemours un point fixe sur lequel se serait appuyée la moise verticale placée au milieu du cintre. Sans doute pendant la construction, il y aurait eu, entre la naissance et la clef, un léger tassement des voussoirs rectifiant la courbe et tendant à produire au sommet ce qu'on appelle un jarret, mais ce jarret aurait disparu au décintrement par l'abaissement inévitable de la clef. En général, si on suppose des points fixes dans un cintre et des parties flexibles, les joints ne se serreront pas sur les points fixes et se serreront sur les parties flexibles, de sorte qu'au décintrement un effet inverse aura lieu et rétablira la continuité de la courbure. C'est d'ailleurs ce que confirme l'expérience de tous les jours. Si le mouvement redouté devait avoir lieu, il serait facile de le corriger par un léger renflement du cintre entre les points fixes, mais cela est complétement inutile. Enfin si, par hasard, un point d'inflexion se produisait, on le ferait facilement disparaître en retaillant convenablement l'arête de l'intrados. Nous disons facilement parce qu'il serait inutile de pousser le ragréement au delà de quelques décimètres sous la voûte, l'œil du spectateur ne pouvant

jamais être placé de manière à apprécier les irrégularités de la douelle. En résumé, nous croyons avoir établi que la fixité des cintres offre des avantages incontestables dans la construction des voûtes et n'a aucune espèce d'inconvénient. Il ne faut donc avoir recours aux cintres retroussés que quand l'établissement des cintres fixes présente trop de difficultés ou exige de trop grandes dépenses.

Pour les voûtes de petite dimension, on emploie, en général, des cintres retroussés. La raison en est facile à saisir ; c'est que, même dans les cintres fixes, il y a toujours entre deux appuis consécutifs une partie flexible, de sorte que quand l'ouverture de la voûte est petite, il est possible d'adopter, pour combler l'intervalle entre les naissances, les dispositions de charpente qu'on emploie dans les cintres fixes pour combler l'intervalle entre les points d'appui.

Les figures 133 à 142 représentent les types des cintres qu'on exécute le plus ordinairement aujourd'hui pour les arches jusqu'à 22^{m} d'ouverture lorsqu'on ne prend pas de point d'appui intermédiaire. Ces types diffèrent, comme on le voit, de celui du pont de Neuilly. Ils se composent généralement de deux arbalétriers s'appuyant à leur sommet sur un poinçon et réunis par une moise. Ces arbalétriers servent de base à une disposition semblable, de sorte que le contour de la voûte est suivi par quatre arbalétriers sur lesquels reposent les vaux. On remarquera que les pièces principales de ce système de charpente forment entre elles des triangles et tendent à le rendre invariable et inflexible.

Pour de grandes ouvertures, ces types deviennent d'une application difficile à cause de la longueur des arbalétriers qui ne permettrait plus de les faire d'une seule pièce. En général, pour les grandes ouvertures, on a recours à l'ancien système des cintres retroussés dont les figures 143, 144, 147 et 147 bis présentent des applications variées. On trouve dans la figure 146 une application des poutres en treillis qui paraît devoir convenir au cas où on manque de hauteur et où on ne peut disposer que de bois de faibles di-

mensions. Dans la figure 145, on a résolu le même problème d'une passe marinière pour une arche de 20^{m} d'ouverture d'une autre manière, la hauteur de l'arche permettant l'emploi d'arbalétriers peu inclinés.

Pour éviter les inconvénients des cintres à grande portée que nous avons signalés plus haut, les constructeurs modernes prennent en général des points d'appui intermédiaires sur le sol, toutes les fois que cela peut se faire facilement. Le cintre devient alors une espèce de pont en charpente susceptible des mêmes combinaisons. Les figures 148 à 162 en représentent un certain nombre, parmi lesquelles le constructeur pourra choisir celle qui convient le mieux au projet qu'il étudie.

En général, on remarquera que malgré leur complication apparente, ces cintres se composent d'une série de travées plus ou moins grandes semblables entre elles (celles qui touchent aux naissances présentent de légères différences à cause de l'inclinaison de l'arbalétrier). Or, ces travées se composent essentiellement d'une poutre qui réunit les points d'appui et porte les vaux ; elle est ensuite soutenue par une ou deux contre-fiches. Quand l'intervalle des points d'appui est considérable, les contre-fiches centrales s'assemblent sur un poinçon. Tout ce système est ensuite relié par des moises horizontales dans le sens de l'ouverture de la voûte. Les points d'appui sont, en général, des pieux battus en ligne droite et recepés à une hauteur variable, mais qui doit être telle qu'on puisse les arracher facilement après la construction de la voûte. Ces pieux sont ensuite coiffés par un chapeau ou reliés par une moise. Perpendiculairement à la direction de la file de pieux, on place en général une pièce transversale qui, outre l'avantage de réunir entre elles les files de pieux et de les rendre solidaires, a encore celui de fournir un point d'appui certain pour la partie supérieure de la charpente, dans le cas où l'irrégularité du battage aurait fait dévier les pieux de leur position normale. La pièce transversale rend cette déviation sans importance pour la partie supérieure de la charpente régulièrement taillée et assemblée. L'espacement des pieux n'a rien de fixe, il dépend uniquement des circonstances locales. Dans les rivières navigables

on est presque toujours obligé de ménager au milieu du cintre un espace libre plus ou moins large pour les bateaux et de relever la charpente autant que possible. Il suffit quelquefois de prendre cette précaution pour quelques arches seulement.

L'espacement des fermes du cintre n'a pas de limite théorique ; il est évident qu'avec des couchis d'un fort équarrissage ou même avec des poutres armées, cet espacement pourrait être beaucoup augmenté, ce qui exigerait, du reste, que la ferme elle-même fût renforcée ; mais comme il est commode et économique de n'employer dans la construction des cintres que des pièces de bois que les ouvriers charpentiers puissent facilement manier, l'espacement des fermes varie de $1^{m}.20$ à 2 mètres; l'espacement de $1^{m}.50$ est le plus usité. L'axe des fermes de tête se place à $0^{m}.50$ environ en arrière du plan des têtes, de sorte que les couchis dépassent les fermes de têtes et sont arrasés à $0^{m}.05$ de l'arête de la voûte, qui doit être parfaitement libre, pour que les poseurs puissent dégauchir à l'œil et au cordeau le plan des têtes des deux côtés de l'arche et des diverses arches, ce qui ne pourrait avoir lieu si la charpente du cintre faisait saillie sur le plan des têtes. La position des fermes de tête étant déterminée, on divise l'espace compris entre elles en 4, 5, 6 intervalles de manière que l'espacement de chacune tombe dans les limites que nous venons d'indiquer. Les fermes doivent être reliées entre elles par des moises horizontales dont le but est d'empêcher leur déversement et leur écartement et par des pièces inclinées, dites contrevents, se croisant entre elles pour empêcher la flexion transversale, qui, dans les grands cintres, est produite par la pression horizontale des premières assises. Pendant la construction, l'ingénieur doit d'ailleurs surveiller avec le plus grand soin les mouvements du cintre et ne pas hésiter à ajouter toutes les pièces qui peuvent s'opposer d'une manière utile au mouvement de la charpente. Son caractère essentiellement provisoire permet d'y employer toute espèce de matériaux sans se préoccuper de la régularité.

Quand le cintre doit avoir une grande hauteur (*fig.* 163, 164 et 165),

les points d'appui doivent être reliés entre eux par des moises et des croisillons pour éviter leur flexion, ce qui augmente beaucoup la quantité de bois nécessaire à leur construction. C'est alors que les cintres retroussés peuvent avoir quelques avantages sous le rapport de l'économie. On remarquera cependant que dans des constructions récentes, de cette nature, beaucoup d'ingénieurs n'ont pas hésité à chercher des points d'appui intermédiaires sur le sol inférieur malgré la dépense. Nous regardons ce fait comme une preuve de la réaction qui s'est faite dans les esprits contre les cintres retroussés et en faveur de la fixité des cintres.

Dans des cas exceptionnels, on a quelquefois adopté pour les cintres des dispositions qui s'écartent un peu des formes habituellement en usage. Les arcades du pont-aqueduc de Roquefavour, de $15^{m}.20$ d'ouverture, ont été construites au moyen d'un cintre retroussé (*fig.* 166), dont les moises transversales sont maintenues par des suspensions.

La figure 168 représente un cintre en fonte, dont le montage est très-facile et qui peut être utilement employé dans la construction des voûtes d'égout.

Lorsqu'une voûte est très longue et doit dès lors être exécutée par parties, il y a avantage à se servir d'un cintre roulant; on évite ainsi les frais de démontage et de remontage du cintre.

Nous donnons dans la figure 169 le cintre roulant en fer qui a été employé à la construction de la voûte elliptique, de $19^{m}.50$ d'ouverture, du canal Saint-Martin à Paris. Les fermes étaient formées de trois arcs distincts, soutenus au milieu par un poteau sur lequel s'attachaient des tirants en fer et reliées entre elles par des entretoises en fer à double T. L'ensemble reposait sur des rails par l'intermédiaire de galets qui permettaient de le faire avancer. En cours d'exécution, ce cintre a été reconnu trop faible, et il a dû être consolidé par des pièces de bois indiquées en pointillé sur la figure.

La figure 167 représente le cintre roulant qui a servi pour la construc-

tion de l'égout du boulevard Sébastopol, à Paris. Les galets roulent sur une cornière en fer dont sont munis les chapeaux des appuis.

Les nombreux exemples de cintres de toute espèce que nous donnons dans l'atlas de cet ouvrage, nous paraissent devoir fournir aux constructeurs des solutions faciles pour toutes les questions de ce genre qu'ils auraient à étudier. Non pas que nous pensions que les modèles que nous présentons soient à l'abri de toute critique et qu'il soit impossible de faire mieux en faisant autrement ; il y a là évidemment un champ infini offert aux recherches des ingénieurs, mais l'esprit d'invention ne peut être converti en principe. Nous croyons donc avoir rempli notre tâche en indiquant les systèmes que l'expérience a consacrés et qu'on peut appliquer sans crainte d'insuccès. En cela, comme en toutes choses, l'art fera des progrès, mais il ne nous appartient que de faire connaître son état actuel.

Nous ne croyons pas non plus qu'il soit possible de soumettre au calcul l'équarrissage des pièces de bois qui entrent dans la composition des cintres. Les tentatives qu'on a faites pour appliquer les formules de la résistance des matériaux aux assemblages de charpente tels que les ponts de bois, reposent, selon nous, sur des considérations inexactes et pourraient conduire à des résultats très mauvais sous le rapport de la pratique. Les théoriciens perdent de vue que la base même du calcul manque complétement et que l'ignorance où ils sont de toutes les circonstances de la construction rend le problème nécessairement indéterminé. Une poutre uniformément chargée repose sur trois pieux, avec lesquels elle est assemblée à tenon et mortaise. Si les trois pieux sont parfaitement dérasés, si la poutre est parfaitement droite, le calcul déterminera sans contredit la pression sur chaque pieu et la tension ou la compression de chaque point de la poutre; mais cette perfection des matériaux est toute idéale et ne se réalise jamais dans la pratique; pour obtenir la précision qu'elle suppose, il faudrait dépenser cent fois plus qu'il n'en coûte pour s'en passer avec des matériaux grossièrement ajustés. Il s'agit là d'un assemblage de charpente des plus simples; or, les cintres avec leurs contre-fiches, leurs moises qui se croisent en tout sens,

présentent des combinaisons d'une variété infinie et nous n'hésitons pas à dire que celui qui voudrait pénétrer dans ce dédale avec les formules de la théorie n'en sortirait jamais et, en admettant qu'il parvînt à en sortir par un effort de patience extraordinaire, les résultats qu'il obtiendrait ne mériteraient aucune confiance, parce qu'ils seraient nécessairement échafaudés sur une précision des matériaux différente de celle qui serait obtenue. Deux fermes entièrement semblables en dessin ne travaillent pas de la même manière ; telle pièce qui s'écrase dans l'un, est si peu pressée dans l'autre qu'elle peut être enlevée sans inconvénient, une erreur dans un trait de scie fait toute la différence. Nous ne voulons pas dire que la théorie soit tout à fait inutile dans la question. Ainsi il est évident, par exemple, que dans les cintres retroussés la pression se fait sentir comme dans les voûtes et que la somme des sections des arbalétriers doit être assez grande pour résister à la pression calculée comme pour la voûte elle-même ; que dans les cintres fixes les points d'appui doivent être capables de porter le poids de la voûte ; mais le constructeur doit se tenir tellement au-dessus de ce minimum qu'il est obligé de recourir à la pratique pour arrêter les dimensions définitives des différentes pièces du projet. C'est donc à la pratique à peu près seule qu'il faut s'en tenir dans les questions de cette nature.

Il y a d'ailleurs une observation spéciale à faire en ce qui concerne les cintres, c'est que dans ces constructions, il ne s'agit pas seulement d'obtenir une résistance supérieure à l'effort de rupture, comme dans les ponts et autres échafaudages, mais une certaine roideur ou inflexibilité. De ce que pour la même voûte, deux cintres différents ont supporté le poids des matériaux sans se rompre, il ne faudrait pas conclure que le moins coûteux est préférable ; l'inflexibilité est une qualité dont on doit tenir compte ; sans doute il ne faut pas la payer trop cher, mais enfin elle a une valeur qu'on ne peut négliger. Si donc le problème du meilleur cintre devait être mis en équation, il ne faudrait comparer entre eux que les cintres qui fléchissent également.

Lorsque le cintre est placé, la voûte se construit facilement par les pro-

cédés ordinaires de l'art de bâtir que nous n'avons pas à décrire; le seul soin à prendre, c'est de tracer sur le cintre les rangs d'assises et d'obliger les poseurs à ne s'en écarter que de quantités insignifiantes. Autrement il arriverait que la clef se trouverait trop forte ou trop faible, ce qui détruirait la régularité de l'appareil ou pourrait nuire à la solidité, si, pour corriger l'insuffisance de la pierre, on faisait des joints trop forts. Autrefois pour donner aux voussoirs leur position normale, on chassait dans les joints des cales en bois taillées en forme de coin. Il est évident qu'on amenait facilement ainsi la surface supérieure du voussoir dans le plan qu'elle devait occuper d'après l'épure; mais le mortier fiché dans le joint ne supportant aucune pression n'en occupait pas souvent toute la surface; de plus, en se desséchant et se solidifiant, il diminuait d'épaisseur, et le voussoir ne portant plus que sur les cales, pouvait tasser et se déplacer. Ces cales exposées à des alternatives de sécheresse et d'humidité pourrissaient avec le temps, et il en résultait de nouveaux mouvements pour la voûte. Le mode de pose qui a prévalu aujourd'hui, consiste à couvrir la surface du voussoir inférieur d'une couche de mortier légèrement plus épaisse que le joint qu'on veut obtenir, à placer ensuite le nouveau voussoir en frappant sa surface avec de gros maillets en bois, jusqu'à ce qu'elle soit arrivée dans le plan voulu; l'excédant du mortier sort par les joints, et on est sûr qu'il n'y a aucun vide sur la surface du joint. Près de la clef, les joints devenant presque verticaux, on ne peut garnir que la partie inférieure des joints avant la pose des pierres, le joint reste ouvert à l'extrados et on le bourre à l'aide d'une lame dentée appelée fiche. Si, dans le battage au maillet, la pierre descendait trop bas, il faudrait la relever et recommencer l'opération avec du mortier plus ferme. Ce procédé de pose amène des joints sensiblement plus épais que ceux qu'on recherchait autrefois ($0^m.01$ environ), mais les résultats sont bien meilleurs sous le rapport de la solidité.

Les voussoirs des têtes des voûtes sont ordinairement en pierre de taille, on évite même d'établir des joints dans leur longueur, mais entre les têtes la douelle est composée de maçonnerie parementée derrière laquelle se trouve de la maçonnerie ordinaire. Cette composition de l'épaisseur de la

voûte permet de soulager beaucoup le cintre pendant la dernière partie de la construction de la voûte. En effet, on peut ne poser d'abord que le premier rang de voussoirs et fermer la voûte avec cette épaisseur réduite. On comprend que le cintre sous cette charge sensiblement moindre s'affaisse beaucoup moins et que le développement de l'intrados posé soit plus grand. Quand ensuite on complète l'épaisseur de la voûte, la pression qui s'établit, par l'effet du tassement du cintre, dans la partie de maçonnerie déjà exécutée, soulage le cintre et s'oppose à la tendance qu'a la poussée à remonter vers l'extrados. Il serait peut-être même rationnel de tenir compte de ce mode de construction des voûtes dans l'établissement des cintres qu'on pourrait ainsi faire plus légers.

Ce mode de construction est surtout facile à suivre quand on emploie la brique; quelques ingénieurs forment alors l'épaisseur de la voûte d'une série de voûtes partielles superposées sans autre liaison entre elles que celle du mortier. Cette construction, par rouleaux superposés, a encore l'avantage de rendre l'épaisseur des joints plus uniformes. Les briques ayant une épaisseur constante, il s'ensuit que dans le système ordinaire de construction, le joint est nécessairement plus épais à l'extrados qu'à l'intrados; mais c'est là, selon nous, un faible inconvénient comparé à celui qui peut résulter du défaut d'épaisseur de chacune des voûtes partielles. Si on suppose, par exemple, que les culées aient un léger mouvement de recul, la voûte s'ouvrant à la clef à l'intrados et le bandeau inférieur n'étant plus retenu que par l'adhérence du mortier au bandeau supérieur, peut tomber et entraîner la chute de la voûte (nous en citerons plus loin un exemple), ce qui n'aurait pas lieu si les briques étaient liées entre elles. Nous préférons donc le système ordinaire de liaisons dans le sens du joint qui permet du reste, si on veut ménager le cintre, de ne placer d'abord qu'un ou deux rangs de briques en laissant les arrachements nécessaires pour compléter l'épaisseur de la voûte.

Nous devons dire d'ailleurs que beaucoup de constructeurs proscrivent formellement le mode de construction par zones parallèles à l'intrados.

M. Dejardin (*Routine des voûtes*, page 261) dit : « La maçonnerie sera « exécutée aussi rapidement que possible sur les deux côtés de la voûte « symétriquement, en procédant toujours par rangs de voussoirs com- « plets et *sur toute l'épaisseur*. Il est de règle, en effet, malgré des exemples « contraires, de ne point maçonner une voûte par redans sur l'intrados, « ni par zones parallèles dans son épaisseur. » Sans doute si l'extrados provisoire qui s'établit dans cette manière de procéder était uni et destiné à former joint, ce système présenterait tous les inconvénients des rouleaux de briques, mais si on le laisse avec ses irrégularités naturelles, la liaison et l'enchevêtrement qui se font lorsqu'on complète l'épaisseur de la voûte, sont aussi intimes que si on l'avait fait d'un seul jet. Nous ne recommandons du reste cette manière de procéder que pour les grandes voûtes dans lesquelles les cintres sont toujours plus flexibles et plus mobiles que dans les petites, à cause de la portée des bois et de l'épaisseur de la voûte. Quand on approche de la clef, on a une charge de 2 à 3,000 kilogrammes par mètre carré portant sur une charpente mobile, puisqu'elle ne repose que sur un petit nombre de points d'appui sans aucun assemblage, les pièces verticales fléchissent et pénètrent dans les pièces horizontales ; on est réellement effrayé des conséquences que pourrait avoir l'écrasement ou même un tassement considérable du cintre sur lequel travaillent de nombreux ouvriers ; en réduisant dans ces circonstances l'épaisseur provisoire de la voûte à la moitié ou au tiers de ce qu'elle doit avoir, non-seulement on soulage le cintre, mais on accélère la fermeture de la voûte. Il arrive quelquefois en effet que les travaux sont retardés ou paralysés par des intempéries et qu'une voûte peut rester longtemps ouverte quoiqu'il n'y manque que quatre ou cinq rangs de voussoirs ; nous persistons donc à croire qu'il est très prudent pour les grandes voûtes de suivre la méthode que nous indiquons.

Nous devons mentionner aussi l'usage adopté dans la construction des voûtes, de donner aux cintres un certain exhaussement destiné à compenser l'abaissement de l'extrados qui résulte de leur tassement pendant la construction. On n'a d'ailleurs aucun moyen de calculer le mode et la gran-

deur de cet exhaussement, car le tassement dépend évidemment, en grande partie, du soin apporté au travail de la charpente, et l'on est réduit à cet égard à une appréciation empirique. Le meilleur mode à suivre consiste à établir le cintre suivant une courbe d'intrados dont la montée surpasse celle de la voûte projetée d'une quantité égale au tassement présumé et à construire la voûte au moyen de voussoirs relevés sur l'épure exacte de celle-ci.

Quand la voûte est fermée, il ne reste plus qu'à procéder au décintrement et nous allons essayer de décrire et de justifier les précautions qui doivent être prises dans cette opération. D'abord, il faut élever les reins de la voûte, de manière à assurer autant que possible l'immobilité des points de rupture; tout ce qui peut contribuer à ce résultat doit être fait avant le décintrement. Ce travail terminé, à quel moment convient-il d'enlever le cintre? A cet égard, les opinions sont partagées.

« Beaucoup de constructeurs, dit M. Dejardin (page 262), professent que « la maçonnerie d'une voûte doit être laissée un mois ou six semaines sur « cintres, c'est-à-dire, jusqu'à ce que le mortier soit séché. . . . . .

. . . . . .

« D'autres constructeurs pensent qu'il peut être bon d'opérer d'une manière « diamétralement opposée. D'abord, il est prouvé maintenant par de nom- « breux exemples que tant sous le rapport de la stabilité que sous celui du « tassement, il n'y a aucun désavantage à décintrer les voûtes presque im- « médiatemment après la pose des clefs. Mais d'un autre côté, sous le rap- « port des mouvements imperceptibles ou non qui s'accomplissent dans la « voûte au moment du décintrement, il y a, on n'en saurait douter, tout avan- « tage à ce qu'alors le mortier soit encore dans un état qui lui permette « de se comprimer et de se mouler suivant de nouvelles figures sans que « sa désorganisation s'ensuive. Il semble donc qu'il faut maçonner les « voûtes et les décintrer le plus promptement qu'on pourra, afin d'éviter « qu'il n'y ait quelques portions de mortier complétement prises au moment « du décintrement. »

Nous avons cru devoir citer textuellement cette opinion, précisément parce que nous la croyons inexacte ; elle prend probablement pour origine cette idée très fausse du mouvement de la voûte au décintrement. Comme nous l'avons fait voir, beaucoup de constructeurs et beaucoup de théoriciens pensent que dans une voûte bien faite, la courbe des pressions passe vers le milieu des voussoirs, comme cela a lieu dans un pilier vertical. S'il en était ainsi, il y aurait en effet avantage à décintrer immédiatement, puisque la compression uniforme des mortiers ne pourrait que mieux assurer le remplissage de tous les joints ; mais le mouvement des voûtes après le décintrement est tout à fait différent ; on a vu, dans les chapitres précédents, qu'elles se divisent en plusieurs parties qui tournent autour de certains points sur lesquels la pression se concentre. Plus ces mouvements angulaires sont considérables, plus la résultante de la pression sur chaque joint se rapproche de son extrémité, plus le contact diminue de largeur. On vient d'en voir un exemple dans ce qui s'est passé au pont de Nemours où les joints des naissances qui avaient $2^{m}.10$ de longueur sur le cintre n'avaient plus, après le décintrement, qu'un contact de $0^{m}.33$ et bâillaient à l'extrados de $0^{m}.0315$. Or, il est évident que ce mouvement angulaire est proportionnel au tassement : ainsi dans le pont de Nemours, la voûte s'abaissait à la clef de $0^{m}.32$, l'angle décrit par la ligne qui joint la naissance à la clef, avait pour mesure $\frac{0.32}{8.11}$; par conséquent, on devait avoir une ouverture à l'extrados de $\frac{2.10}{8.11} \times 0^{m}.32 = 0^{m}.08$. Si le bâillement n'a été que de $0^{m}.031$ au joint des naissances, c'est qu'il s'est partagé sur plusieurs joints. Or, il est facile de voir que les petits tassements sont proportionnels au développement de la voûte, à sa diminution de longueur et en raison inverse de la flèche. En effet, en appelant

a, la demi-ouverture,
f, la flèche,
s, la corde de la demi-ouverture.

on a

$$s^2 = a^2 + f^2$$

et

$$df = \frac{s}{f} ds.$$

Pour empêcher le tassement et le mouvement angulaire, il faut donc que l'intrados conserve autant que possible son développement; or, cela n'aura certainement pas lieu, si on opère le décintrement immédiatement après la pose des clefs, car le mortier étant encore frais sortira d'un certain nombre de joints. Il n'y a donc, selon nous, qu'avantage à retarder autant que possible le décintrement des voûtes. Ce principe est d'ailleurs confirmé par la pratique; tous les constructeurs savent aujourd'hui que les voûtes tassent d'autant moins qu'on les laisse plus longtemps sur cintre. On ne s'expliquerait même pas qu'il en fût autrement. Une autre considération conduit au même résultat. Presque toutes les voûtes sont construites avec des matériaux différents, les têtes, en général, en pierre de taille, et entre les têtes, des moellons piqués ou d'autres maçonneries contenant un bien plus grand nombre de joints et, par conséquent, devant donner lieu à un tassement plus considérable si la voûte était décintrée dans un moment où les mortiers n'ont encore qu'une consistance pâteuse. La diminution de longueur des deux parties de voûte étant inégale, le tassement le serait aussi, et il en résulterait au décintrement une dislocation entre les deux maçonneries. Pour prévenir cet inconvénient et avoir un tassement égal, quelques ingénieurs augmentent l'épaisseur des joints des voussoirs de tête d'une certaine quantité au delà du nécessaire.

Tout se réunit donc pour déterminer le constructeur à attendre pour le décintrement le moment où les mortiers les plus récents auront pris une consistance solide. Il est fort difficile de fixer pour cette opération un délai toujours suffisant; il est évident qu'il dépend de la grandeur des arches, de leur surbaissement, de la nature des mortiers, de la saison dans laquelle on se trouve. Nous dirons cependant que pour les grandes arches (de plus

de 20 mètres d'ouverture), un délai d'un mois nous paraît nécessaire. Nous ne voulons pas dire par là qu'un délai moindre entraînerait ou la chute, ou la dislocation de la voûte, mais peut-être une certaine déformation dont le constructeur aurait à se repentir. Pour les voûtes moindres, ce délai peut être abrégé et pour les très petites voûtes, le décintrement peut être immédiat, si on a quelque intérêt à ce qu'il en soit ainsi. Pour toute espèce de voûte, petite ou grande, le séjour sur le cintre n'a jamais d'inconvénient en ce qui concerne la solidité.

Voyons maintenant comment et à l'aide de quels procédés on doit opérer le décintrement de la voûte. Il est inutile de démontrer qu'il faut s'y prendre de manière que la voûte descende à sa position d'équilibre sans vitesse sensible; tout le monde comprend parfaitement les inconvénients d'une chute brusque qui ferait franchir à la voûte cette position et en prendre une inférieure, ou pourrait même en déterminer la ruine.

Voici comment on s'y prenait autrefois; on enlevait successivement les couchis depuis les naissances jusqu'à la clef en ruinant les cales qui les séparent de la ferme. Dans les voûtes où le cintre descend au-dessous du joint de rupture, le décintrement était facilité par le renversement de la partie inférieure de la voûte qui l'écartait du cintre. Pour faciliter le décintrement de la partie supérieure où les couchis se trouvaient trop fortement pressés pour pouvoir être enlevés, on affaiblissait peu à peu les abouts des arbalétriers de manière à produire un tassement qui dégageait les couchis. Ce moyen était le seul employé dans les ponts en arc de cercle surbaissé dont on n'aurait pu que difficilement retirer les couchis; on en voit un exemple dans les figures 130[2] à 130[5] où, dans la partie inférieure, M. Boistard a figuré la manière dont les arbalétriers avaient été ruinés. Les inconvénients de ce procédé sont faciles à comprendre; d'abord, en ce qui concerne le tassement de la voûte, on voit qu'il pouvait être inégal; étant produit par des coups de hache dont le résultat ne pouvait être prévu, il avait lieu par saccades que le constructeur ne pouvait maîtriser; ensuite, les bois du cintre raccourcis par l'opération ne pouvaient plus servir au même usage et devaient

être remplacés, si le cintre devait servir pour la construction d'autres arches semblables. Ces anciens moyens ne sont plus usités maintenant.

Aujourd'hui un cintre se compose toujours de deux parties séparées horizontalement par deux plans parallèles distants de $0^{m}.40$ environ. La partie inférieure qui contient les points d'appui, se termine par des pièces de bois perpendiculaires à l'axe du pont et il en est de même de la partie supérieure. C'est entre ces deux pièces qu'on place les appareils de décintrement dont la propriété est de pouvoir être successivement diminués d'épaisseur, de manière que la partie supérieure du cintre qui repose sur eux puisse lentement descendre et quitter la voûte.

L'appareil le plus généralement employé, surtout dans les voûtes de petite dimension, consiste dans des coins de bois disposés comme il est indiqué dans la figure 170. Le décintrement se fait en frappant les coins sur le petit bout avec des marteaux de forgeron; alors les surfaces inclinées glissent l'une sur l'autre et la partie supérieure du cintre s'abaisse. Ce procédé réussit lorsque la charge sur les coins n'est pas trop considérable; mais dans le cas contraire, le glissement a de la peine à se faire parce que les deux surfaces qui ont été longtemps en contact se sont pour ainsi dire engrenées, les parties dures ayant pénétré dans les parties tendres. Il arrive alors que les ouvriers sont obligés de frapper les coins à grands coups, ce qui détermine quelquefois la séparation complète des deux coins et la flexion du cintre en ce point. Pour prévenir cet accident, on peut placer des tasseaux à côté du coin, mais cela gêne beaucoup les ouvriers pour le frapper. L'adhérence des coins entre eux est quelquefois si grande qu'on est obligé de les ruiner à la hache, en plaçant, à côté, d'autres coins bien savonnés sur lesquels s'opère ensuite le décintrement.

Après le décintrement des premières arches des ponts de Cé à l'aide de coins qui avaient occasionné quelques accidents, nous eûmes recours, M. Mahyer et moi, à un système de verrins que nous avons décrit dans les *Annales des Ponts et Chaussées* (1855, 2^{me} semestre) et qui est représenté

dans la figure 171. Cette figure suffit pour faire comprendre la disposition et la manière de fonctionner de cet appareil. Ce sont deux vis à tête carrée reposant sur des plaques légèrement entaillées; ces vis pénètrent simultanément dans le même écrou, ou en sortent suivant le sens de la rotation imprimée à cet écrou au moyen d'un levier. En changeant le sens d'une des vis et en lui donnant un pas légèrement différent, on pourrait augmenter indéfiniment la puissance de cet appareil; mais tel qu'il est, il est parfaitement suffisant pour décintrer les arches de la plus grande portée. Les douze verrins qui ont suffi au décintrement de celles des ponts de Cé dont l'ouverture était de 25 mètres n'ont coûté que 903 francs et ont servi à décintrer un grand nombre de ponts, les charpentiers et les entrepreneurs qui avaient eu occasion de les voir fonctionner les ayant demandés à nos successeurs.

Les avantages de ce procédé sont les suivants : c'est qu'on opère sans secousses avec une précision mathématique; qu'on peut descendre le cintre d'une quantité déterminée si petite qu'elle soit; c'est qu'on peut aller aussi vite ou aussi lentement qu'on veut sans crainte de chute brusque; c'est que l'opération commencée trop tôt peut être arrêtée, suspendue, ajournée; c'est qu'un tassement inégal peut être corrigé, le cintre trop descendu sur un point ou dans toute son étendue peut être remonté et remis en place; c'est que les verrins ne craignent pas l'eau et qu'une fois placés, on pourrait facilement les manœuvrer même submergés au moyen d'un levier coudé.

Nous croyons que le principe du procédé que nous venons de décrire est, sans contredit, celui qui doit donner les meilleurs résultats et le plus de sécurité au constructeur, mais nous ne prétendons pas avoir mis la main immédiatement sur le meilleur appareil d'exécution. Aujourd'hui si nous avions besoin de faire construire de nouveaux verrins, voici les modifications que nous apporterions aux dispositions que nous avions primitivement adoptées. La vis inférieure serait remplacée par un pivot, et la partie inférieure de l'écrou, par une crapaudine (tracé ponctué). Les avan-

tages de cette modification seraient : une économie de construction, doublement de la puissance de l'appareil, réduction de moitié à peu près du frottement, celui d'une vis étant remplacé par celui d'un pivot.

Quand on doit se servir de verrins pour le décintrement, on ne les place pas sous le cintre pendant la construction, ils y sont remplacés par des tasseaux ou par des paires de coins de même hauteur. On n'apporte les verrins qu'au moment du décintrement; on les place à côté des tasseaux ou des coins qu'ils doivent remplacer, puis on fait tourner l'écrou de manière à soulever le cintre, ce qui permet de dégager les tasseaux primitifs. On pourrait beaucoup réduire le nombre des verrins en combinant ce système avec celui des coins; en effet, au lieu d'enlever les coins primitifs, on pourrait se borner, quand le verrin a suffisamment diminué la pression sur la paire de coins voisine, à les faire glisser l'un sur l'autre à la main d'une quantité déterminée; puis on passerait, avec le même verrin, à une autre paire de coins où on ferait la même opération. Il est donc possible, avec un ou deux verrins seulement, d'obtenir du système des coins un décintrement progressif sans aucune saccade. Si on objectait qu'un décintrement opéré isolément et sur chacun des points d'appui est moins avantageux qu'un décintrement général et simultané en tous les points, nous répondrions que l'abaissement isolé d'un ou de deux millimètres sur un point d'appui ne saurait avoir de conséquences graves, car la flexibilité des cintres, fort inégale puisqu'elle résulte de leur imperfection, produit des abaissements partiels bien autrement considérables, sans qu'il en résulte aucune déformation apparente de la voûte. Le cintre forme un ensemble général de charpente flexible reposant sur un grand nombre de points d'appui; si l'un d'eux vient à fléchir ou à manquer, la charge qui reposait sur ce point, se répartit sur les points d'appui voisins et la déformation de la surface devient insensible. Ainsi il nous est arrivé plusieurs fois de voir partir complétement une paire de coins qu'on avait trop fortement frappés sans que cela eût le moindre inconvénient, il n'y en aurait donc aucun, si on les abaissait successivement de un, deux ou trois millimètres. Le décintrement serait sans doute plus long, mais cette durée

n'a que des avantages pour la stabilité de la voûte. Dans ce système, deux ouvriers et deux verrins nous paraissent devoir suffire pour le décintrement des plus grandes voûtes.

Pendant que nous appliquions les verrins au décintrement des arches des ponts de Cé, un habile ingénieur, M. Beaudemoulin, frappé comme nous des inconvénients du système des doubles coins, imaginait un système tout différent. A côté des billes en bois placées entre les deux semelles on pose des sacs de forte toile, remplis de sable, que l'on serre dans l'intervalle des deux semelles au moyen de planches en bois coupées en biseau et forcées à coups de masse (*fig.* 172), puis on ruine les billes et la semelle supérieure n'est plus alors portée que par les sacs. Lorsque ces sacs ont été préalablement bien serrés, le tassement initial n'est que de $0^{m}.02$. Le décintrement s'achève en ouvrant les petits ajutages placés sur le milieu du sac et en faisant descendre le sable au moyen de tringles en bois; on régularise le mouvement en recevant le sable dans de petites caisses d'une capacité déterminée, de manière que toutes ces petites caisses soient pleines à la fois. Plus tard ce système a été perfectionné et le perfectionnement a remplacé l'invention, dans la pratique, malgré les objections de l'inventeur. Voici comment s'exprime à ce sujet M. Beaudemoulin (*Annales*, 1854) :

« M. de Sazilly aurait voulu que le sable, au lieu d'être mis dans des sacs, « fût placé dans des cylindres en forte tôle, au bas de chacun desquels « serait une petite porte, qu'on ouvrirait lors du décintrement pour « produire l'écoulement; de cette manière, on établirait immédiatement sur « le sable les montants du cintre arrondis en piston, on éviterait la pose « des sacs, la recoupe et l'enlèvement des billes, etc., etc. »

« Ce moyen est fort simple, mais il me paraît avoir des inconvénients « pratiques. »

« Je crains que le sable, enfermé pendant deux ou trois mois dans des « cylindres, entre la pose et l'enlèvement du cintre, exposé aux crues, aux

« intempéries, ne perde la fluidité qui lui est nécessaire. Quand on ou-
« vrira les petites portes, il pourra avoir pris corps, soit en s'unissant avec
« l'oxyde de fer, soit en s'arc-boutant contre la paroi des cylindres ; il
« faudra en enlever d'assez fortes parties pour qu'il s'affaisse et cet affais-
« sement se fera tout à coup, inégalement et avec secousses. »

« Je regarde donc comme nécessaire d'employer le sable aussitôt qu'il
« vient d'être préparé par le séchage au feu ou à l'air. »

Malgré ces objections qui ne sont pas sans valeur pratique, l'usage des boîtes de tôle, telles que celles qui sont représentées par les figures 173, a prévalu; en les plaçant immédiatement, on est dispensé de tous les petits soins qu'exige la substitution des sacs aux billes et du danger du tassement initial. Ce tassement de $0^m.02$, provenant de la recoupe des billes, est quelquefois supérieur au tassement total même de grandes voûtes; il serait donc alors plus que suffisant pour opérer le décintrement. La dépense de ces boîtes est d'ailleurs insignifiante, 12 francs environ par boîte. Le décintrement s'opère en laissant écouler le sable par les orifices ménagés au bas des boîtes. Si l'on donne une largeur suffisante à la planchette sur laquelle repose la boîte en tôle, après l'ouverture de l'orifice, l'écoulement du sable, supposé parfaitement sec et dès lors parfaitement fluide, s'arrêtera dès qu'il se sera formé un demi-cône dont le sommet est à la partie supérieure de l'orifice et dont la base est à peu près égale à la hauteur; on n'aura donc pas à refermer l'orifice. L'écoulement recommence dès qu'on enlève tout ou partie du cône. Cette propriété du sable fournit une mesure très simple et très exacte de l'écoulement, ainsi que M. Beaudemoulin l'a reconnu dans un autre article (*Annales*, 1857, 2e semestre).

M. Beaudemoulin fait d'ailleurs, à l'égard de cet écoulement, une observation fort juste :

« Le décintrement peut être fait par quelques employés agissant tran-
« quillement et à l'aise. Un seul même y suffirait très bien : il ouvrirait
« un ajutage, ferait baisser la semelle d'un ou deux millimètres et le refer-

« merait; puis il irait en faire autant à un autre ajutage et ainsi de suite, « en procédant par ordre, jusqu'à ce que le cintre fût détaché de la voûte, « ce dont on s'aperçoit à la poussière de mortier qui en descend. »

Nous citons cette observation d'un ingénieur aussi expérimenté parce qu'elle confirme ce que nous avons dit plus haut relativement à l'abaissement successif des divers points d'appui, lorsqu'il est limité à de très-petites hauteurs dont le constructeur peut parfaitement se rendre compte; et, à cet égard, les verrins nous paraissent avoir une grande supériorité sur les sacs et les boîtes. En effet, quand l'écrou a fait un demi-tour, on sait exactement de combien les semelles se sont rapprochées; quand on a enlevé trois ou quatre décilitres de sable des sacs ou des boîtes, on ne sait pas aussi bien ce qu'on a fait; dans les sacs, cela est évident, mais dans les boîtes même, rien ne prouve que l'écoulement se fasse par tranches parallèles, qu'il ne se forme pas des vides... l'avantage de la précision est donc sans contredit du côté des verrins. Nous ne voulons pas dire pour cela que le système des boîtes ne soit pas bon, ni suffisant; nous ajouterons même qu'il est plus ingénieux que celui des verrins, en ce qu'il repose sur une idée nouvelle mise pour la première fois en pratique.

Il nous reste à dire un mot sur l'appareil à crémaillères représenté à la figure 174 et qu'on peut considérer comme un perfectionnement des coins, car il se compose, pour ainsi dire, d'une série continue de coins qui occupe toute la largeur du cintre. En desserrant les clefs placées au milieu et frappant les extrémités des deux crémaillères centrales, la partie supérieure descend d'une manière uniforme dans toute sa longueur. Nous ne saurions donner beaucoup de détails sur cet appareil que nous n'avons jamais vu fonctionner, mais nous ne lui voyons aucun avantage sur les précédents. Il doit être dispendieux par la quantité de bois dur et de fort équarrissage qu'il faut lui consacrer et qui ne peut servir à un autre usage; en outre il doit avoir les mêmes inconvénients que les coins quant à la difficulté du glissement sous une pression forte et de longue durée. Nous n'hésitons pas à lui préférer les verrins ou les boîtes remplies de sable.

Quoi qu'il en soit, l'art du constructeur est aujourd'hui en possession de moyens de décintrement qui évitent toute espèce de secousse et de danger de chute brusque. Une voûte décintrée par les moyens que nous avons indiqués descend à sa position d'équilibre par un mouvement aussi lent qu'on peut le désirer. Ce résultat est d'ailleurs facilité par l'élasticité du cintre qui, pendant le rapprochement des semelles, réagit contre la voûte, de sorte qu'en admettant même que les points d'appui du cintre viennent à s'abaisser brusquement d'un ou de deux centimètres, la voûte serait bien loin de prendre la vitesse due à cette chute, la force de la pesanteur se trouvant à chaque instant combattue par la réaction du cintre et par la poussée qui résulte de la compression de la clef. Aussi quand on décintre une voûte, la partie supérieure suit le cintre et, dans les premiers moments, on ne s'aperçoit que l'opération se fait que par le rapprochement des semelles entre lesquelles sont placés les coins ou autres appareils de décintrement; puis, on commence à voir un vide entre les flancs de la voûte et le cintre, à cause du reculement des points de rupture; peu à peu ce vide se rapproche de la clef qui est la dernière à quitter le cintre. Le décintrement est alors complet et on peut enlever le cintre sans autre précaution que celle qu'exige un assemblage de charpente ordinaire.

Il ne sera peut-être pas inutile, avant de terminer ce que nous avons à dire sur le décintrement, de faire connaître la nécessité de n'y jamais procéder partiellement, c'est-à-dire, pour une partie quelconque de la voûte. Cette voûte devant se trouver en équilibre après le décintrement, il semblerait qu'à plus forte raison, elle doit s'y trouver quand elle est encore cintrée en partie; on ne voit pas à première vue comment les points d'appui qui restent peuvent amener la chute de la partie décintrée. Un accident de ce genre, arrivé dans le département du Nord, a donné lieu à des opinions contradictoires de la part des experts chargés d'examiner la question; il nous paraît intéressant de se rendre un compte exact des causes qui ont amené la chute de la voûte au décintrement.

Une voûte en arc de cercle (*fig.* 175) de 20 mètres d'ouverture et de

$2^m.50$ de flèche avait été construite au moyen de quatre rouleaux de briques formant une épaisseur de $0^m.90$, sur un cintre qui laissait au milieu une arche marinière de $6^m.25$ de largeur. Par suite de diverses circonstances qui n'intéressent en rien la science, cette travée se trouva décintrée dans la partie centrale par l'enlèvement prématuré de certaines pièces du cintre. La conséquence de ce décintrement partiel fut la chute de toute la partie de voûte qui reposait sur le cintre enlevé. Après de nombreuses discussions, la voûte reconstruite dans les mêmes dimensions et décintrée simultanément résista parfaitement à cette épreuve. Tels sont les faits qu'il s'agit d'expliquer.

Si on considère la partie centrale, isolément décintrée, comme une voûte unique, placée entre deux culées, on ne voit aucune raison de sa chute. Quoiqu'elle se trouve très surbaissée, elle l'est moins qu'une plate-bande; d'ailleurs cet arc subsiste dans la voûte reconstruite. On ne saurait donc trouver les causes de l'accident dans la forme de l'arc; elle est tout entière, suivant nous, dans le peu de solidité des culées provisoires qu'avait créées le décintrement partiel. En effet, dès que ce décintrement fut opéré, la poussée se fit sentir en B et B′, comme sur des naissances ordinaires, et cette force agissant sur les parties latérales de la voûte dont les joints, nombreux du reste, à cause de la nature de la maçonnerie, n'avaient pas encore été comprimés, produisit nécessairement une contraction qui amena le reculement des points B et B′. Ce mouvement amena nécessairement l'ouverture de la voûte à la clef et les rouleaux dont elle était composée ont dû successivement ou simultanément tomber suivant que le reculement des naissances a été plus ou moins considérable. Si la voûte eût été simultanément décintrée, au contraire, les points B et B′, au lieu de reculer horizontalement, seraient descendus verticalement par suite de la compression des parties CB et C′B′ et la partie centrale n'aurait pu passer entre les points B et B′. En général, lorsqu'on décintre une partie de voûte quelconque, il faut que les extrémités de cette partie se trouvent maintenues de manière à n'avoir pas de reculement horizontal. L'accident aurait peut-être eu des suites moins graves avec un autre mode de construction de la voûte;

avec des pierres de taille, par exemple, la compression des parties CB, C'B' eût été moins grande ainsi que celle de la partie BB', on n'aurait peut-être eu qu'un bâillement à la clef, qui aurait diminué lorsqu'on aurait achevé le décintrement. Quoi qu'il en soit, cet exemple nous paraît démontrer l'inconvénient de tout décintrement partiel.

La dépense des cintres est une dépense qu'on doit restreindre le plus possible dans la construction des ponts; c'est un échafaudage nécessaire, mais dont rien ne reste. Nous terminerons donc ce que nous avons à dire à ce sujet par l'exposé des expédients imaginés pour réduire cette dépense au strict nécessaire.

Il semblerait d'abord, au premier coup d'œil, que quand les piles ne font pas culée, il faut autant de cintres qu'il y a d'arches au pont; il n'en est cependant pas ainsi. En effet, quand on décintre une arche, elle ne se compose, en général, au delà des points de rupture, que des voussoirs et on s'abstient d'y ajouter aucune charge susceptible d'augmenter la poussée. Il suffit donc, pour que la pile fasse culée, qu'elle puisse résister à cette poussée particulière; dans ce cas, un seul cintre suffirait. Cela ne veut pas dire qu'il ne faut en avoir qu'un, mais qu'on peut, si d'autres convenances ne s'y opposent pas, ne faire que la dépense d'un cintre. On comprend, en effet, qu'avec un seul cintre, les travaux marcheront bien lentement, car on ne peut avoir d'ouvriers que sur une arche, et puis, après la fermeture de chaque arche, on serait embarrassé d'occuper les ouvriers, à moins qu'on n'eût d'autres travaux dans le voisinage. C'est à l'ingénieur à peser ces considérations qui peuvent avoir plus ou moins d'importance suivant les circonstances.

Deux cintres permettent de donner aux piles une épaisseur moitié moindre que celle qui est nécessaire pour former culée. En effet, si on suppose une arche décintrée quand l'arche voisine ne l'est pas encore (*fig.* 176), pour que cette dernière soit renversée, il faut que la poussée dépasse la limite du moment de résistance de la pile. Soient

p, le poids d'une pile,
p', celui d'une demi-voûte,
e, l'épaisseur d'une pile,
Q, la poussée de la voûte décintrée,
Q_1, la poussée transmise à la voûte sur cintre par la voûte décintrée,
H, le bras de levier de la poussée.

Pour que la deuxième pile ne soit pas renversée, on devrait avoir

$$Q_1 = \frac{e}{H}\left(p' + \frac{1}{2}p\right);$$

l'équilibre de la première pile serait donné par l'équation

$$Q - Q_1 = \frac{e}{H}\left(p' + \frac{1}{2}p\right);$$

on aurait donc, en ajoutant ces deux équations,

$$Q = \frac{2e}{H}\left(p' + \frac{1}{2}p\right),$$

d'où

$$e = \frac{QH}{2\left(p' + \frac{1}{2}p\right)}.$$

Or, pour que la pile fasse culée, on devrait avoir

$$Q = \frac{e}{H}\left(p' + \frac{1}{2}p\right)$$

et par conséquent

$$e = \frac{QH}{p' + \frac{1}{2}p},$$

valeur double de la précédente.

Il est évident qu'une troisième arche sur cintre contribuerait de la même

manière à la résistance de la première pile, ainsi de suite ; mais il faudrait très peu compter sur la résistance d'une arche incomplétement construite, c'est-à-dire, non fermée, parce que la poussée ne se transmettrait que par le cintre qui, dans le sens horizontal, est très exposé à fléchir.

Les équations précédentes seraient un peu modifiées dans le cas d'une voûte complète, parce que le massif résistant se compose alors d'une partie de la voûte elle-même, mais ce que nous venons de dire suffit pour qu'on puisse appliquer le calcul à tous les cas et reconnaître le nombre de cintres qu'il est indispensable d'avoir quand les piles ne font pas culée. On voit que dans ce dernier cas, la pile sur laquelle on décintre doit légèrement se renverser pour trouver son point d'appui sur la suivante. Quand la fondation repose sur des massifs de béton fort élevés et récents, ou sur des pieux très longs, il peut en résulter un certain déversement de la pile que ne corrige pas toujours complétement le décintrement de l'arche contiguë. La diminution du nombre des cintres n'a donc réellement qu'un but d'économie, et on ne doit y recourir que quand cette économie a une certaine importance. Pour les quatorze arches des ponts de Cé, nous n'avons employé que quatre cintres, cela n'a eu d'autre inconvénient que de nous obliger à décintrer quelquefois un peu trop promptement.

Parmi les moyens de faire des économies dans la dépense des cintres, nous devons citer celui qui consiste à ne cintrer qu'une zone limitée de la voûte à construire et de porter le cintre parallèlement à lui-même pour la construction d'une nouvelle zone. Ce procédé très usité pour les galeries d'égout qui n'ont qu'une faible section, nous paraîtrait pouvoir être généralisé pour des sections plus grandes ; déjà il a été employé pour couvrir le canal Saint-Martin (*fig.* 169) avec des voûtes très surbaissées de 20 mètres d'ouverture. Nous ne voyons aucun obstacle à ce qu'il soit appliqué à des voûtes plus grandes encore. Il nous paraîtrait inutile que l'appareil fût porté sur des roulettes. On ferait avancer tout le système décintré sur des rouleaux de bois, semblables à ceux avec lesquels on barde les grosses pièces de charpente, au moyen de leviers entrant dans des œils ménagés à leurs

extrémités; puis, une fois sorti de la zone exécutée, on le relèverait au niveau voulu au moyen de verrins et on le placerait sur les cales, ainsi que cela a été fait au pont de plus de 80 mètres de longueur construit pour le passage des routes impériales nos 152 et 161 sur le chemin de fer de Tours à Nantes dans la ville d'Angers. La seule difficulté qui pourrait se présenter dans les grandes voûtes, c'est le raccordement des zones. Le cintre devant être relevé plus haut que la zone décintrée, de toute la hauteur du tassement, on devrait naturellement laisser un intervalle entre les maçonneries. Cet intervalle pourrait être ensuite comblé par une pierre formant une légère saillie sur la douelle pour masquer les petites différences de tassement. Ces cordons parallèles aux têtes seraient une décoration pour la voûte. A cause de leur peu de largeur, on n'aurait pas besoin de cintre pour les poser, des arrachements laissés dans les deux côtés des zones permettraient de les relier après le décintrement. Avec certains matériaux, qui donnent un parement économique, de la brique par exemple, on pourrait même augmenter l'intervalle et le porter de 1 mètre à 2 mètres; on le recouvrirait ensuite avec des dalles ou de petites voûtes. On a eu recours à cet expédient pour les ponts biais, comme on l'a vu plus haut, et il a parfaitement réussi. Ce serait un moyen de diminuer le poids et la poussée des ponts en maçonnerie et cela permettrait d'en étendre l'application à des circonstances où on se croit obligé aujourd'hui d'avoir recours aux ponts métalliques.

Après le décintrement des arches d'un pont, on procède au remplissage des reins. Cette opération pourrait détruire l'équilibre de l'arc construit, surtout dans le cas de certaines arches surélevées. Il se produirait un effet analogue à ce qui se passe lorsque les cintres commencent à être pressés dans leur partie inférieure, la clef se soulèverait et une rupture se produirait à l'extrados. En effet, l'arc en maçonnerie peut être considéré comme un cintre par rapport à la maçonnerie qui lui est superposée. Le constructeur devra donc se rendre compte des modifications que pourra produire la charge des reins dans la courbe des pressions de la voûte; si

elles étaient telles que l'équilibre dût en être troublé, il faudrait charger les reins avant le décintrement; dans ce cas il n'y aurait pas beaucoup à redouter la fatigue du cintre; la voûte étant fermée, il n'aurait jamais à fournir que le complément de la résistance nécessaire à l'équilibre. En général, l'épaisseur donnée à la voûte suffit pour assurer son équilibre pendant la construction des reins, c'est-à-dire, pour élever le massif général des maçonneries au niveau de l'extrados de la clef.

Le but de cette maçonnerie n'est, pour ainsi dire, que de combler le vide compris entre la voûte et la voie qui passe sur le pont, elle n'agit que pour augmenter l'inertie du massif général. Aussi il arrive le plus souvent que cette maçonnerie n'est exécutée que sur les têtes et que le reste n'est qu'un simple remblai en sable ou en terre, retenu par les murs de tête. Avant de placer ce remblai, on recouvre ordinairement les voûtes d'un enduit, qui a reçu le nom de chape, pour les préserver des infiltrations. L'épaisseur des chapes varie de $0^m.03$ à $0^m.06$ suivant qu'elles sont faites en mortier de ciment ou en mortier de chaux hydraulique. Elles doivent être exécutées avec les plus grands soins et raccordées par des solins avec les murs verticaux. Certains ingénieurs établissent sur l'enduit en mortier un second enduit en asphalte appliqué à chaud, dont l'épaisseur varie de $0^m.010$ à $0^m.015$.

Ces chapes sont rarement imperméables, et on voit sous la plupart des ponts des traces nombreuses de suintements calcaires qui prennent quelquefois la forme de stalactites. La raison en est facile à saisir; les eaux pluviales qui traversent la chaussée d'un pont, imbibant tout le massif, ont une pression due à la hauteur de ce massif au-dessus du point sur lequel elles agissent; d'où il suit que les mortiers, impuissants pour résister à cette pression, laissent passer l'eau goutte à goutte; ce petit courant sans cesse renouvelé dissout la chaux du mortier qui se change en sable. L'inconvénient de cet état de choses est plus apparent que réel; quand la voûte est en état d'équilibre, le mortier n'est que comprimé, la force de cohésion ne joue aucun rôle, de sorte que, pourvu que le volume du mortier ne

change pas, sa composition importe peu. Quand l'eau s'est frayé une série de petits canaux capillaires à travers lesquels elle prend son écoulement, cela constitue une espèce de drainage qui permet aux autres parties de se solidifier. Nous croyons que l'art du constructeur doit se borner à imiter cet état de choses en régularisant cet écoulement par un drainage du massif terreux superposé à la maçonnerie et en ouvrant des issues à son égouttement. On doit donc recouvrir la maçonnerie d'une chape aussi imperméable que possible; cette chape doit être préservée de la pression de l'eau par une série de lignes de drainage conduisant les suintements recueillis à un ou plusieurs orifices d'égouttement traversant la voûte.

L'extrados d'un pont de plusieurs arches présente, après le décintrement, la forme d'une série de toits accolés, c'est-à-dire, une alternative de faîtes et de thalwegs qui augmentent sensiblement le développement de la chape à construire; de sorte que la question se présente de savoir, si les noues formées par deux voûtes contiguës doivent être comblées avant de poser la chape ou si celle-ci doit suivre tout le développement de l'extrados naturel. Dans tous les cas, il faut savoir comment ces noues doivent être remblayées, avant ou après la pose de la chape. Occupons-nous d'abord de cette question.

Le procédé le plus économique est sans contredit un simple remblai avec des terres empruntées aux localités voisines; mais ce remblai aurait l'inconvénient de tasser et par conséquent de briser la chape si elle était au-dessus, on ne peut donc recourir à ce procédé que quand la chape est posée sur la voûte même. Un remplissage en maçonnerie devient très-dispendieux, c'est pour ce motif que quelques ingénieurs le remplacent par un massif de béton maigre; on donne ce nom à un mélange de sable avec une faible proportion de chaux variant de 1/5 à 1/10. Ce mélange bien brassé, bien battu sur place n'a pas grande cohésion, mais il ne tasse pas, c'est là l'essentiel; on peut donc placer la chape au-dessus sans craindre qu'elle ne se brise; mais il reste à ce remplissage un autre inconvénient, c'est d'augmenter énormément le poids qui pèse sur la pile et dans beau-

coup de circonstances on doit tendre, au contraire, à le diminuer autant que possible. On remplace alors le massif par une série de murs parallèles aux têtes, qu'on recouvre ensuite par des dalles ou par de petites voûtes. Ces murs peuvent eux-mêmes être évidés à leur partie inférieure par des arcades. On peut d'ailleurs varier le système de ces évidements suivant les matériaux dont on dispose; ainsi on pourrait avoir des murs perpendiculaires aux têtes recouverts par des voûtes qu'il serait possible de faire plus grandes que dans le premier système, parce qu'on n'aurait pas à redouter leur poussée sur les murs de tête. Les figures 177 représentent ces dispositions faciles à comprendre. Quel que soit le système adopté pour l'évidement des reins, la chape est alors placée sur l'extrados qu'on dresse suivant une pente régulière. Les eaux de filtration ramenées dans la noue, trouvent une issue à travers la voûte au moyen de tuyaux dirigés dans le sens des voussoirs et faisant une légère saillie sur l'intrados pour éviter que les bavures n'en salissent la surface. Dans le cas d'un remplissage en béton maigre, la chape est, au contraire, placée sur ce béton auquel on donne une inclinaison de manière à ramener les eaux sur les clefs des voûtes, et c'est dans ces clefs qu'on ménage des orifices au moyen de tuyaux verticaux. On fera bien d'établir sur la chape un espace vertical perméable comme une couche de cailloux, des drains ou des petites rigoles couvertes, de manière que l'eau traversant la chaussée supérieure puisse s'écouler facilement sans pression.

Lorsque l'ensemble des travaux que nous venons de décrire est terminé, ce qui reste à faire pour achever le pont tient plus à l'architecture qu'à l'art de construire les voûtes. Nous nous en occuperons dans le chapitre suivant.

CHAPITRE XIV.

PARTIES ACCESSOIRES DANS LES PONTS.

Dans la construction des ponts, on est conduit à exécuter divers ouvrages accessoires étrangers aux considérations générales que nous avons exposées sur les voûtes en maçonnerie et leurs appuis, mais au sujet desquels nous croyons devoir entrer dans quelques explications.

Lorsqu'un pont est construit en pleine campagne, le chemin qui aboutit au pont est généralement plus haut que le niveau des berges, il est souvent formé par une levée en terre; en outre, le pont est dans beaucoup de cas moins large que le chemin, il faut donc raccorder la largeur du pont avec celle du chemin et maintenir, à leur extrémité, les terres des talus de la levée; le raccordement des largeurs se fait avec un mur soit à angle droit, soit en pan coupé; on continue au-dessus de ce mur le parapet qui couronne le pont.

Pour soutenir les terres des talus à l'extrémité de la levée, on établit des murs en aile, ou bien on termine ces talus en quart de cône qu'on protége avec un perré, mais alors il faut construire un mur parallèle à l'axe du pont, dans l'étendue de chaque quart de cône; ces dispositions sont faciles à comprendre, on en voit des exemples dans les planches de ponts qui se

trouvent dans l'atlas. Les murs en aile sont soit d'équerre sur l'axe du pont, soit inclinés sur cet axe ; lorsqu'ils sont à angle droit, leur longueur est un peu moindre, et leur appareil est un peu plus simple, mais inclinés, ils facilitent beaucoup l'entrée de l'eau sous le pont.

Les murs en prolongement des têtes ayant plus de hauteur que les murs en aile exigent un cube de maçonnerie plus considérable.

Lorsque le terrain qui forme le lit du fleuve est facilement attaquable par les eaux, il est indispensable de fixer les berges en amont et en aval du pont au moyen de perrés en maçonnerie solidement fondés.

Dans l'intérieur des villes, les berges sont en général à peu près de niveau avec le chemin qui aboutit au pont, par suite les talus de la levée n'existent plus et généralement les ponts sont accompagnés de quais; si on dispose d'emplacements suffisants, on peut soutenir les quais au moyen de talus revêtus de perrés qui coûtent beaucoup moins cher que des murs verticaux.

Lorsque les ponts n'ont pas une grande largeur, on peut, pour dégager la circulation, remplacer l'angle formé par l'intersection de chaque quai avec les têtes du pont, soit par un quart de cercle d'un rayon plus ou moins grand, soit par un pan coupé plus ou moins long ; cet emplacement peut être couvert au moyen d'une grande ou d'une petite trompe.

La largeur à donner à un pont dépend de sa destination et de l'importance de la circulation, elle dépend aussi un peu de sa longueur ; ainsi on peut, sans trop d'inconvénients, ne donner que la largeur d'une voie charretière à un pont peu fréquenté et qui n'a qu'une faible longueur. Pour les ponts-routes, on affecte une partie de la largeur seulement à la chaussée et on établit un trottoir le long de chaque parapet; les trottoirs sont destinés à protéger piétons et parapets contre les voitures.

La largeur nécessaire pour une voie charretière est de $2^{m}.40$ et de $4^{m}.40$ pour deux voies charretières, les trottoirs peuvent à la grande rigueur n'avoir que $0^{m}.60$ chacun de largeur, de sorte que la largeur minimum, entre pa-

rapets, d'un pont à une voie est de 3^{m}.60 et d'un pont à deux voies, de 5^{m}.60. A ces largeurs il faut ajouter celle occupée par chaque parapet; cette dernière peut être réduite à fort peu de chose en employant des parapets en fer, mais ce genre de parapet couronne assez mal un grand ouvrage. On peut aussi placer les parapets en pierre en encorbellement.

Les cahiers des charges relatifs à la construction des chemins de fer prescrivent de donner aux ponts les largeurs suivantes, mesurées entre les parapets, savoir :

Pour les chemins vicinaux.	5 mètres.
Pour les routes départementales.	7 —
Pour les routes impériales.	8 —

La largeur fixée pour les chemins vicinaux n'est pas rationnelle, c'est trop pour une voie et pas assez pour deux.

On construisait autrefois les voûtes des ponts entièrement en pierres de taille, ce qui entraînait dans des dépenses considérables; aujourd'hui qu'on possède des mortiers qui acquièrent en peu de temps une grande résistance, on peut et on doit le plus souvent exécuter les voûtes des ponts avec des petits matériaux; dans beaucoup de cas, soit pour en augmenter la résistance, soit pour leur donner plus de caractère, on exécute les têtes des voûtes en pierres de taille; on divise la voûte en voussoirs dont les dimensions dépendent des matériaux que l'on a à sa disposition. Les murs qui surmontent les têtes des voûtes et qui forment les tympans, jouent le simple rôle de murs de soutènement; il nous paraît convenable, à tous égards, d'exécuter le parement vu de ces murs avec des petits matériaux; il est rationnel de donner aux assises de la maçonnerie, dans les différentes parties d'un ouvrage, une hauteur proportionnelle à l'importance de chaque partie.

On emploie des dispositions très-variées pour raccorder l'appareil des voussoirs des têtes avec les assises formant le parement des tympans. Dans

des ponts très surbaissés, on a prolongé l'appareil des voussoirs jusqu'à la corniche; mais on est conduit ainsi à employer des pierres d'une grande épaisseur.

On a fréquemment arasé le dessus des voussoirs par gradins successifs régnant avec les assises des tympans. Les planches de l'atlas en donnent de nombreux exemples.

La disposition la plus simple consiste à extradosser la voûte parallèlement ou à peu près parallèlement à son intrados et à ne pas raccorder les voussoirs avec les assises des tympans; on abat les angles trop aigus des assises horizontales et on leur substitue une petite crossette, voir planche 34.

Il est, en général, satisfaisant pour l'œil de raccorder, dans les ponts en ellipse, les assises horizontales formant les têtes des piles avec les assises inclinées des voussoirs; il faut alors réduire un peu l'épaisseur des derniers voussoirs à raccorder ainsi, autrement on serait conduit à donner une hauteur trop forte à la partie horizontale de l'assise, voir planche 34.

Un étranglement brusque produit une perturbation considérable dans l'écoulement de l'eau, mais cet inconvénient peut être réduit au moyen d'ajutages ou évasements; c'est pour remplir ce but que les piles présentent une saillie à l'amont que l'on nomme avant-bec, la saillie d'aval ou arrière-bec diminue en outre les tournoiements. Les avant-becs garantissent également les piles du choc des glaces et des corps flottants.

Pour réduire autant que possible la contraction, le bec doit être allongé et son parement doit être tangent au parement de la pile. On donne ordinairement à la section des becs la forme demi-circulaire, une forme ogivale nous paraît plus rationnelle au moins pour les avant-becs, autrefois on les faisait triangulaires. Dans la partie des avant-becs supérieure aux naissances, la forme influe peu sur la contraction; on peut alors, pour diminuer cette dernière, pratiquer des arrière-voussures ou cornes de

vache; la planche 33, qui représente les dispositions adoptées pour la construction du pont de l'Alma sur la Seine, à Paris, en présente un exemple, mais cette solution est coûteuse et compliquée. Il vaut mieux, si le débouché est insuffisant et si on ne peut pas augmenter l'ouverture des arches, relever les naissances et faire les voûtes en arc de cercle.

Les couronnements des becs des piles sont généralement inclinés, il convient de les exécuter avec des pierres d'assez grandes dimensions et appareillées avec soin. On a souvent décoré le dessus des piles des ponts avec des figures, des trophées, des colonnes, des pilastres, etc., on trouvera des exemples de ces décorations dans les nombreux dessins de ponts exécutés que nous plaçons dans l'atlas qui accompagne cet ouvrage. On a quelquefois élevé les becs des piles jusqu'au niveau de la partie supérieure du pont; sur les chemins de fer on entoure souvent l'espace ainsi obtenu d'un garde-corps et on procure des refuges aux hommes qui doivent circuler à pied sur la ligne.

Nous donnons planche 27, *fig.* 1 et 2, le plan et l'élévation des becs des piles du pont Marie sur la Seine, à Paris; ces becs sont triangulaires, les pierres du couronnement sont disposées en gradins, au droit de chaque pile le tympan est décoré d'une niche. Les figures 3 et 5 donnent les détails de la niche et la figure 4, la coupe de la corniche et du garde-corps.

Les figures 6 et 7 représentent les becs des piles du Pont-Neuf, à Paris; ces becs, de forme triangulaire à la partie inférieure, sont surmontés d'une tour ronde demi-circulaire s'élevant au niveau de la partie supérieure du pont; le garde-corps de chaque hémicycle est pourvu d'un banc dont la coupe est représentée figure 9; la figure 8 donne le détail de la corniche et du garde-corps.

Les figures 10 et 11 représentent les becs des piles du pont de la Concorde sur la Seine, à Paris; le bec est formé par une colonne engagée dans le corps carré de la pile du quart de son diamètre environ, la colonne est surmontée d'un chapiteau qui porte la corniche et un grand dé. La figure 12 donne le détail de la corniche et du garde-corps.

Les ponts sont couronnés d'un entablement surmonté d'un parapet; l'atlas contient de nombreux exemples des dispositions adoptées. Il convient de n'apporter de luxe dans ces parties qu'autant que c'est parfaitement motivé par les circonstances locales.

NOTICES DESCRIPTIVES

DES PONTS COMPRIS DANS LES PLANCHES N^{os} 28 A 49 DE L'ATLAS.

PONT NAPOLÉON,

A SAINT-SAUVEUR (HAUTES-PYRÉNÉES) (*).

Planche 28.

Le pont Napoléon, dont la planche 28 donne tous les détails, a été construit pour le passage de la route impériale n° 21 sur le Gave de Pau, à Saint-Sauveur (Hautes-Pyrénées). Il est formé d'une seule arche en plein cintre de 42 mètres d'ouverture. La longueur du pont entre les dés est de 66^{m}.20; sa largeur entre les faces extérieures de l'ouvrage est de 4^{m}.90. La voie charretière a 4^{m}.50 de largeur; elle est comprise entre deux trottoirs de 0^{m}.85 placés en grande partie en encorbellement et soutenus par des consoles. Une balustrade en fonte couronne le pont.

La voûte repose directement sur le rocher. La première assise de la maçonnerie est située à 40 mètres au-dessus des basses eaux du Gave; la chaussée est à 65^{m}.50 au-dessus du même plan de comparaison. Les bandeaux des têtes sont en pierre de taille. La portion de la voûte com-

(*) Extrait des *Notices relatives aux travaux publics français* (Exposition universelle de Paris, 1867).

prise entre les bandeaux est construite en maçonnerie de moellons bruts schisteux et mortier de ciment de Vassy. L'épaisseur de la voûte à la clef est de $1^{m}.45$. Les tympans sont construits en maçonnerie à joints incertains; ils sont formés de moellons calcaires reliés par un mortier de chaux grasse, additionné d'un dixième de son volume de ciment de Vassy.

La charpente établie pour la construction du pont Napoléon comprenait, outre le cintre et le pont de service placé sur le cintre pour le bardage des matériaux, un échafaudage assis au fond du Gave et une plate-forme placée au niveau des naissances. L'échafaudage dont il vient d'être question se prolongeait jusqu'à la rencontre du cintre. Il était destiné à supporter la plate-forme établie au niveau des naissances et à prévenir les mouvements du cintre dans le sens perpendiculaire aux têtes du pont.

Le cintre était formé de quatre fermes retroussées. Chaque ferme se composait essentiellement de six arbalétriers s'arc-boutant deux à deux et symétriquement, soit directement, soit par l'intermédiaire d'entraits. Les pièces de cette charpente étaient rendues solidaires par deux cours de moises horizontales et par des clefs pendantes.

Le pont de service sur cintre se composait de chandelles verticales, d'une hauteur variable avec leur distance de l'axe de la voûte et placées deux à deux dans des plans parallèles à cet axe. Les chandelles étaient reliées par des croix de Saint-André placées dans des plans perpendiculaires aux têtes du pont. Des chapeaux posés sur les chandelles supportaient les rails sur lesquels roulaient les treuils servant au bardage.

L'échafaudage partant du fond du Gave était composé de six poteaux montants placés deux à deux dans des plans parallèles aux têtes du pont; ils étaient reliés dans deux directions par des croix de Saint-André; enfin des chapeaux perpendiculaires au fil de l'eau et des moises normales à cette direction complétaient la triangulation du système.

La plate-forme se composait de poutres horizontales reposant sur des

sous-poutres placées soit sur les rives, soit sur la grande palée. Des contre-fiches empêchaient la flexion des sous-poutres.

L'établissement des fondations de la palée a présenté des difficultés particulières. Ce n'est qu'au moment de la fonte des neiges que l'on a pu faire ces fondations. Chacun des six poteaux montants inférieurs a été assis sur une chandelle en sapin maintenue à la partie centrale d'un tronc de pyramide formé de béton de ciment.

Les bandeaux des têtes ont été posés du 15 octobre au 1er novembre 1860; la maçonnerie de moellons schisteux pour la partie de la voûte comprise entre les bandeaux des têtes et les tympans, jusqu'au niveau du joint à 60°, a été faite du 5 au 16 novembre; on a décintré la voûte le 16 décembre. Le décintrement a été fait à l'aide de verrins. Le tassement observé à l'aide de deux règles parallèles, dont l'une était fixe et l'autre était attachée à la clef de la voûte, a été inférieur à $0^{m}.0015$.

Les travaux ont été repris au mois d'avril 1861 et le pont a été livré à la circulation le 30 juin de la même année.

Le montant total de la dépense est de 318,636 fr. 97 cent.

Cette dépense se décompose de la manière suivante :

Travaux provisoires.	121,092f.22
Travaux définitifs	197,544.75
Total pareil.	318,636f.97

PONT D'ALBI,

SUR LE TARN (*).

Planche 29.

Le pont construit sur le Tarn, à Albi, pour le passage de la route impériale n° 88, a remplacé un ancien pont dont la largeur était insuffisante et qui se raccordait mal avec la direction de la route sur les deux rives. L'axe du nouveau pont était commandé par les voies et promenades publiques aux abords; cet axe fait avec l'alignement des rives un angle de 74°, et il présente une pente de $0^{m}.0123$ par mètre.

Le pont se compose de cinq arches en plein cintre de $27^{m}.60$ d'ouverture, la distance des piles d'axe en axe est de 32 mètres; l'épaisseur des voûtes est de $1^{m}.30$ à la clef et de $2^{m}.20$ aux naissances; la largeur d'une tête à l'autre est de 12 mètres. L'axe longitudinal de la chaussée suit la pente générale de $0^{m}.0123$ par mètre à une hauteur moyenne de 23 mètres au-dessus de l'étiage; la ligne des centres des arches présente la même pente, et les piles sont couronnées de niveau à la hauteur des naissances de l'arche la plus basse.

Les tympans sont évidés au moyen de trois arceaux en plein cintre de 4 mètres d'ouverture. La ligne des centres de ces arceaux suit la pente générale de $0^{m}.0123$ et leurs surfaces d'extrados sont tangentes au même plan que celles des grandes voûtes. Ces arceaux sont supportés par deux pieds-droits seulement; la naissance de chaque arceau latéral ne se trouve qu'à $0^{m}.25$ au-dessus de l'extrados de la grande voûte qui lui sert de culée. Le parement du pied-droit adjacent à l'arceau central descend jusqu'à son

(*) Extrait des *Notices relatives aux travaux publics français* (Exposition universelle de Paris, 1867).

intersection avec la surface d'extrados de la grande voûte adjacente; la partie de cette surface comprise entre ce parement et la culée de l'arceau reste apparente dans toute la largeur du pont. Dans cette étendue et au-dessus jusqu'à la clef, la grande voûte est en briques sur toute son épaisseur; au-dessous de ce point, au contraire, on n'a fait en briques qu'un parement ayant une épaisseur moyenne de 60 centimètres : le prolongement de la surface d'extrados est seulement indiqué sur la tête par une saillie de 5 centimètres sur le parement des tympans.

Entre les pieds-droits des arceaux, la maçonnerie de remplissage est recouverte par un parement de briques présentant la forme d'une voûte renversée de 4 mètres d'ouverture et de $0^{m}.34$ de flèche.

Pour placer, d'une part, la naissance des deux arceaux extrêmes à la même hauteur au-dessus de l'extrados des grandes voûtes adjacentes et, d'autre part, les intersections des parements des deux pieds-droits avec la même surface d'extrados à la même hauteur au-dessus de l'étiage et du couronnement des piles, on a dû extradosser les deux moitiés de la grande voûte suivant deux courbes différentes : d'un côté, on a adopté un quart de cercle de 16 mètres de rayon, dont le centre est de $0^{m}.90$ au-dessous du centre de l'intrados et, de l'autre, une courbe à trois centres.

Chaque arche se compose de cinq voûtes droites, en retraite de $0^{m}.731$ l'une sur l'autre, sur le plan des naissances. Ces voûtes sont juxtaposées dans leur partie inférieure et isolées, au contraire, l'une de l'autre, dans la partie supérieure.

Ces deux parties sont séparées par le plan du parement du pied-droit des arceaux d'évidement qui se prolonge dans la largeur du vide jusqu'à son intersection avec l'intrados. La largeur du vide est égale à la moitié de celle du plein.

La largeur totale se décompose donc ainsi :

5 voûtes de $1^{m}.714$.	$8^{m}.570$
4 vides de $0^{m}.857$.	3 .428
Total sensiblement égal. . .	$11^{m}.998$

Les arceaux d'évidement des tympans, au contraire, sont continus dans toute la largeur du pont; leurs naissances sont établies sur trois alignements : sur chaque tête, l'alignement est perpendiculaire à ces têtes sur une longueur de $0^m.857$ et le troisième alignement réunit les deux autres. Sur les deux premiers alignements, on a naturellement élevé des voûtes droites; sur les parties voisines du troisième, on a appareillé la brique suivant un appareil orthogonal convergent, disposé de manière que les différences d'épaisseur des assises, ainsi que la flèche de la courbe des lignes d'assises dans la longueur d'une brique, fussent négligeables. De cette manière, on n'a eu à tailler aucune brique en parement, mais seulement à couper, dans le joint, une des briques adjacentes au joint le plus voisin de l'angle des deux alignements. Les culées des arceaux extrêmes étant interrompues par les zones vides, on a rétabli la continuité au moyen de pierres de taille recouvrant l'espace vide et convenablement engagées dans la maçonnerie pleine. Des pierres semblables engagées, soit dans la maçonnerie de remplissage exécutée au-dessus de la partie supérieure des grandes voûtes, soit dans celle des voûtes elles-mêmes, servent de coussinets à des voûtes en arc de cercle, dont les axes sont perpendiculaires aux têtes du pont et qui recouvrent les zones vides.

Ces voûtes ont $2^m.18$ d'ouverture et $0^m.27$ de flèche. Leur extrados est tangent au même plan que ceux des grandes voûtes et des arceaux d'évidement. Les trois coussinets les plus rapprochés de la clef sont engagés dans les voûtes; ceux des premier, deuxième et quatrième vides ont été posés un mois avant le décintrement, aussitôt après l'achèvement des voûtes et, par suite, supportent latéralement une pression considérable et établissent, entre les anneaux contigus, une liaison assez forte; les coussinets engagés dans la maçonnerie de remplissage et ceux de la troisième zone vide, établissent aussi une certaine liaison par suite de l'adhérence des mortiers. En outre, les cinq anneaux sont reliés entre eux par des tirants en fer au nombre de huit pour chaque arche. Chacun de ces tirants est traversé par des clefs de 2 mètres de longueur s'appliquant sur

chaque tête des anneaux. Celles des anneaux de tête seulement, au lieu d'être apparentés, sont noyées dans la maçonnerie.

On a laissé vide, à la clef de chacune de ces petites voûtes, la place d'une demi-brique. Ces ouvertures servent à l'écoulement des eaux des chapes et caniveaux du pont.

Les piles sont établies sur des massifs de béton arasés à 34 centimètres au-dessous de l'étiage. Sur le béton règne un premier socle en pierre de taille, de 34 centimètres de hauteur, et un autre socle en trois assises ayant une hauteur totale de $1^{m}.02$. Le fût des piles est parementé en briques y compris les avant et arrière-becs; il est couronné par une plinthe et des chaperons en pierre de taille.

Les dispositions adoptées pour la construction des voûtes et des tympans ont réduit notablement le volume des maçonneries et le poids de la construction et ont procuré, par suite, une réduction dans la largeur des piles et des massifs de béton. Elles ont permis, en outre, d'exécuter en briques les têtes des voûtes, aussi bien que les parties intérieures; par là, non-seulement la dépense a été diminuée, mais l'aspect de l'ouvrage se trouve plus en harmonie avec les monuments voisins, la cathédrale et l'archevêché, dont les masses tout en briques le dominent. Les seules parties où la pierre de taille soit employée en élévation, sont en effet les socles et couronnements des piles, la corniche et le parapet et les quatre murs d'épaulement qui font une saillie de $2^{m}.50$ sur les plans de tête et limitent vigoureusement la partie principale de la construction. Enfin, grâce à ces dispositions, on a pu établir, à très peu de frais, sur les moises et autres pièces transversales des cintres, des chemins de service garnis de rails, qui se déplaçaient à mesure que la construction s'élevait, permettaient d'amener les matériaux à pied d'œuvre et facilitaient singulièrement la surveillance.

En revanche, ces dispositions ont l'inconvénient de créer des sujétions de tracé très multipliées, que l'on a trouvées plus nombreuses encore dans l'exécution qu'on ne s'y attendait; elles augmentent beaucoup la surface des parements et ces deux circonstances élèvent le prix de revient.

La fondation de chaque pile consiste en un massif de béton reposant à une profondeur de 6 à 7 mètres au-dessous de l'étiage, sur le tuf marneux qui forme le fond de la rivière. Ce massif est enfermé dans une enceinte en charpente, composée de pieux battus dans des trous forés à l'avance dans le tuf et de vannages formés de madriers horizontaux et de montants verticaux. Ces vannages, assemblés à terre et découpés dans leur partie inférieure, de manière à épouser parfaitement le profil du tuf reconnu au moyen de sondages très rapprochés, étaient guidés, pendant leur immersion, par des colliers embrassant les pieux et se plaçaient debout à l'intérieur de la ligne des pieux, sur laquelle la pression du béton les faisait ensuite appliquer parfaitement. Les pieux des deux grandes lignes sont d'ailleurs reliés de deux en deux, près de leur sommet, par des tirants en fer qui s'opposaient, pendant le coulage du béton, à l'écartement des deux lignes opposées. Des enrochements, en blocs de 1000 kilogrammes au minimum, disposés autour des piles, défendent le tuf contre les affouillements.

On a employé des cintres fixes reposant sur les pieux de fondation et sur deux palées intermédiaires, composées de pieux sabotés et battus jusque dans le tuf à travers la couche de gravier qui le recouvre.

Les boîtes à sable disposées pour le décintrement étaient placées à $5^{m}.50$ au-dessus de la naissance des voûtes. On a cintré à la fois trois anneaux de chacune des cinq arches. Les mêmes bois ont servi ensuite à cintrer les deux anneaux restants.

PONT VICTORIA,

SUR LA WEAR, CHEMIN DE FER DE DURHAM JUNCTION (*).

Planche 30.

Le pont ou viaduc Victoria est le principal ouvrage du petit chemin de fer de Durham Junction, qui était destiné à relier la ligne de Stanhope et Tyne avec l'extrémité nord du chemin de fer d'Hartlepool, mais qui n'a été construit que jusqu'au chemin de fer de Seaham. Il sert à franchir la rivière Wear, près Law Lambton.

Le pont comprend quatre grandes arches, dont deux ont 100 pieds (30^{m}.48) d'ouverture, une autre a 144 pieds (43^{m}.89) et la plus grande, qui se trouve au-dessus de la rivière, dans la partie la plus profonde de la vallée, a 160 pieds (48^{m}.77). En outre de ces quatre grandes arches, il y en a trois petites de 20 pieds (6^{m}.10) d'ouverture à chaque extrémité du viaduc. La longueur totale de l'ouvrage est de 811 pieds (246^{m}.18) et la largeur entre les têtes est de 23 pieds 4 pouces (7^{m}.11).

Les trois piles et l'une des culées sont établies sur le rocher. La culée du sud est fondée sur pilotis. Les pieux sont en sapin d'Écosse, d'environ 14 pieds (4^{m}.27) de longueur et de 10 pouces (0^{m}.25) de diamètre, espacés entre eux d'environ 3 pieds (0^{m}.91). Les chapeaux, qui sont boulonnés sur les têtes des pieux, sont recouverts d'un double plancher en madriers, de 3 pouces (0^{m}.076) d'épaisseur.

Les piles et les culées ont chacune trois assises de socles, d'une épaisseur ensemble de 5 pieds (1^{m}.52). Au-dessus des socles, elles s'élèvent vertica-

(*) Extrait de l'ouvrage de W. Hosking : *Essay and treatises on the theory and architecture of bridges.*

lement jusqu'aux naissances et présentent des évidements destinés à diminuer le cube de la maçonnerie. La pile du milieu a 23 pieds 9 pouces (7^{m}.24) d'épaisseur et les deux autres ont chacune 21 pieds 6 pouces (6^{m}.55) au-dessous de la naissance des deux arches intermédiaires. Les piles ont 54 pieds (16^{m}.46) de longueur d'un bout à l'autre des becs ; au-dessus de cette hauteur, la largeur entre les extrémités des pilastres est de 31 pieds (9^{m}.45).

Les deux arches du milieu ont leurs naissances au même niveau. La plus petite est formée d'un demi-cercle de 144 pieds (43^{m}.89) de diamètre et la plus grande, d'un arc de cercle de 160 pieds (48^{m}.77) d'ouverture avec 72 pieds (21^{m}.95) de flèche. Les deux petites arches, de 100 pieds (30^{m}.48) d'ouverture, sont toutes deux en plein cintre ; leurs naissances sont à 22 pieds 6 pouces (6^{m}.86) au-dessus de celles des grandes arches. Les dimensions des petites arches extrêmes et de leurs piles sont indiquées sur le dessin.

Les tympans sont unis en parement ; à l'intérieur, on trouve un système de murs longitudinaux et transversaux formant des vides recouverts d'un dallage en pierres plates, sur lesquelles repose le ballast du chemin de fer. La corniche est horizontale dans toute la longueur de l'ouvrage et sa hauteur est d'environ 120 pieds (36^{m}.58) au-dessus du niveau des hautes mers d'équinoxe dans la rivière.

Les voussoirs de têtes des quatre grandes arches sont en granit d'Aberdeen ; le reste des maçonneries est en pierre de Pensher, composée de gros grains de quartz unis par un ciment argilo-calcaire et parsemée de plaques de mica.

La dépense pour la construction du pont Victoria avait été évaluée à 34,619 livres sterling (872,399 fr.) ; elle s'est élevée à 38,000 livres sterling (957,600 fr.).

PONT SUR L'EDEN,

A CARLISLE (*).

Planche 30.

Le pont construit sur l'Eden, à Carlisle, d'après le projet de sir Robert Smirke, est composé de cinq arches égales en anse de panier, de 65 pieds (19^{m}.81) d'ouverture et de 21 pieds (6^{m}.40) de montée; sa longueur totale est de 436 pieds (132^{m}.89).

Les piles ont trois assises de socles en pierre de taille, chacune de 18 pouces (0^{m}.46) d'épaisseur et formant saillie de 8 pouces (0^{m}.20) sur l'assise supérieure. L'assise inférieure est fondée à 6 pieds (1^{m}.83) en contre-bas du niveau des eaux moyennes dans la rivière. Un soubassement formé de deux assises en pierre de taille de 18 pouces (0^{m}.46) d'épaisseur s'élève au-dessus des socles; sa largeur, de 10 pieds 6 pouces (3^{m}.20), est réduite au sommet à 9 pieds (2^{m}.74) au moyen d'un chanfrein. Le corps carré du soubassement a 36 pieds (10^{m}.97) de longueur et est terminé par des avant et arrière-becs en demi-cercles. Les becs des piles ont 6 pieds 6 pouces (1^{m}.98) de hauteur au-dessus du soubassement et, à ce niveau, leur largeur n'est plus que de 8 pieds 3 pouces (2^{m}.51). Ils sont terminés par un couronnement formé d'un bandeau dont l'arête inférieure est abattue en chanfrein et d'un chaperon conique.

Les culées sont établies sur des assises de socles semblables en nombre, en longueur et en épaisseur à ceux des piles; leurs angles sont arrondis suivant le même rayon que les becs des piles. L'épaisseur des culées est de 38 pieds (11^{m}.58) au niveau du soubassement, mais elles présentent à l'in-

(*) Extrait de l'ouvrage de W. Hosking : *Essay and treatises on the theory and architecture of bridges.*

térieur un évidement en forme de voûte qui diminue beaucoup le cube de la maçonnerie. Cette voûte, qui a 33 pieds (10^{m}.06) d'ouverture et 10 pieds (3^{m}.05) de flèche, réduit à 20 pieds (6^{m}.10) au centre l'épaisseur des culées dont les têtes ne sont plus ainsi que de simples murs en prolongement de 8 pieds (2^{m}.44) d'épaisseur. Les culées sont accompagnées de demi-becs semblables à ceux des piles. Leurs faces présentent, en outre, deux saillies ou pilastres qui s'élèvent jusqu'au cordon et correspondent avec des pilastres semblables dans le parapet.

Les voûtes ont leurs naissances au niveau supérieur du soubassement. La courbe d'intrados est une anse de panier à cinq centres; celle d'extrados est également en anse de panier, mais à trois centres seulement. Les voussoirs ont 18 pouces (0^{m}.46) d'épaisseur, 7 pieds 4 pouces (2^{m}.24) de longueur aux chaperons des piles et 3 pieds 9 pouces (1^{m}.14) à la clef; leurs sommets sont taillés d'équerre de manière à former des joints rectangulaires avec les assises des tympans.

L'assise de cordon présente une saillie demi-circulaire. Le parapet a 3 pieds 6 pouces (1^{m}.07) de hauteur jusqu'au-dessous de la tablette; il est formé de trois assises dont deux ont 15 pouces (0^{m}.38) et la supérieure 12 pouces (0^{m}.30) d'épaisseur. La tablette a 16 pouces (0^{m}.41) de hauteur, la partie supérieure étant abattue sur 4 pouces (0^{m}.10) de hauteur. Les chapeaux des pilastres ont 3 pieds 1 pouce (0^{m}.94) de hauteur totale; leur partie inférieure correspond avec la tablette du parapet et le sommet est taillé en pointe de diamant.

Les voûtes ont été construites avec des cintres retroussés, portés par trois contre-fiches reposant sur les saillies des socles par l'intermédiaire de semelles en bois. Ces contre-fiches sont elles-mêmes coiffées de chapeaux sur lesquels sont placés des coins de décintrement en crémaillères. Le coin supérieur porte un sabot en fonte présentant des compartiments destinés à recevoir les abouts des arbalétriers. Ces arbalétriers forment moises et embrassent un entrait situé à peu près à la moitié de la montée de la voûte.

Le tout est réuni par cinq cours de doubles moises pendantes avec des étriers et des boulons en fer. Les vaux, au nombre de trois de chaque côté, reposent sur des sous-poutres avec lesquelles ils sont boulonnés. Les fermes sont reliées par trois cours de doubles moises horizontales.

PONT DE WELLESLEY,

A LIMERICK (*).

Planche 31.

Le pont de Wellesley est composé de cinq arches égales, de 70 pieds (21^{m}.34) d'ouverture. Sa longueur d'un bout à l'autre des parapets est de 410 pieds (124^{m}.97) et la largeur libre entre les parapets est de 41 pieds (12^{m}.50).

Les deux piles du milieu ont trois assises de socles, chacune de 18 pouces (0^{m}.46) d'épaisseur. Les deux autres piles n'ont que deux assises de socles d'égale épaisseur. Dans toutes les piles, chaque assise forme une saillie de 6 pouces (0^{m}.15) sur l'assise inférieure; au-dessus de l'assise supérieure, les piles ont 12 pieds 6 pouces (3^{m}.81) de largeur sur 55 pieds 6 pouces (16^{m}.92) de longueur totale. Au-dessus des socles et sur 12 pieds (3^{m}.66) de hauteur, c'est-à-dire, jusqu'à la naissance des voûtes elliptiques, les piles présentent un talus courbe de 15 pouces (0^{m}.38); leurs dimensions au niveau des naissances des voûtes sont donc de 10 pieds (3^{m}.05) de largeur sur 53 pieds (16^{m}.15) de longueur. Sur cette hauteur de 12 pieds (3^{m}.66), les piles sont construites avec parement en pierre de taille de 2 pieds (0^{m}.61) de hauteur d'assise et remplissage en maçonnerie de moellons posés par assises.

(*) Extrait de l'ouvrage de W. Hosking: *Essay and treatises on the theory and architecture of bridges.*

Les culées et les murs en aile qui les accompagnent n'ont qu'une assise de socle. Au-dessus de cette assise, chaque culée proprement dite a 47 pieds (14^{m}.33) de longueur sur 16 pieds 6 pouces (5^{m}.03) d'épaisseur. A chaque extrémité, l'épaisseur diminue suivant une courbe jusqu'à 7 pieds 6 pouces (2^{m}.29), qui est celle des murs en aile. Les culées sont munies de demi-piles semblables à celles en rivière. Du côté des terres, elles ont un parement vertical avec deux retraites. Chacune d'elles est munie de quatre contre-forts de 6 pieds (1^{m}.83) sur 4 pieds (1^{m}.22) et chaque mur en aile a deux contre-forts de 4 pieds (1^{m}.22) en carré.

Au-dessus du niveau des naissances des courbes elliptiques, les piles et les culées sont montées verticalement jusqu'à la hauteur de 19 pieds 6 pouces (5^{m}.94) au-dessus des socles, c'est-à-dire, jusqu'au-dessous de l'assise de naissance pour les courbes circulaires. Cette assise a 20 pouces (0^{m}.51) d'épaisseur et est couronnée sur les avant et arrière-becs par un chaperon ornementé.

Les arches du pont ont la forme complexe adoptée par Perronet pour le pont de Neuilly et par Telford pour le pont de Gloucester. Elles sont munies de voussures formées par des arcs de cercle de 8 pieds 6 pouces (2^{m}.59) de flèche, se raccordant avec la courbe elliptique qui se trouve au centre du pont. Sans augmenter précisément le débouché, cette disposition, très élégante d'ailleurs, facilite l'écoulement de l'eau.

Les tympans ont deux pieds (0^{m}.61) d'épaisseur. Ils sont construits en pierre de taille et l'une des assises forme à l'intérieur (*fig.* 5) une saillie destinée à recevoir le dallage dont il va être question. Les reins des voûtes sont remplis en maçonnerie de moellons jusqu'à la hauteur de 12 pieds 6 pouces (3^{m}.81) au-dessus de la naissance des courbes elliptiques. Au-dessus de ce niveau, six murs intérieurs en maçonnerie de moellons, espacés de 6 pieds (1^{m}.83) d'axe en axe, sont construits parallélement aux tympans, sur une hauteur de 6 pieds 6 pouces (1^{m}.98), correspondant avec le lit supérieur de l'assise en saillie des tympans. Un dallage est posé sur tous ces

murs, recouvrant ainsi les vides qu'ils laissent entre eux, et supporte la chaussée.

La figure 6 donne les détails de la corniche et du parapet. Celui-ci est composé de balustres ronds formant dans chaque arche trois panneaux séparés par des pilastres, avec double pilastre et panneau plein sur chaque pile.

La chaussée est pourvue de caniveaux pavés; sa largeur est de 28 pieds ($8^{m}.53$); celle des trottoirs est de 6 pieds 6 pouces ($1^{m}.98$).

PONTS-DE-CÉ, SUR LA LOIRE,

ROUTE IMPÉRIALE D'ANGERS AUX SABLES-D'OLONNES.

Planche 32.

Ces ponts ont été construits aux Ponts-de-Cé, près d'Angers, sur les deux principaux bras de la Loire, ceux de Saint-Aubin et de Saint-Maurille, pour remplacer des ponts fort anciens que la tradition faisait remonter à Jules-César. Composés de petites arches de 10 mètres au plus d'ouverture ou de travées en charpente qui avaient remplacé des voûtes écroulées, tortueux, étroits, surmontés en quelques points par les grandes crues du fleuve dont ils obstruaient le débouché, les vieux ponts étaient un obstacle pour la circulation sur la route et pour la navigation. Ceux qui les remplacent présentent ensemble un débouché linéaire de 350 mètres réparti en quartorze arches de 25 mètres d'ouverture.

Le nouveau pont Saint-Aubin est situé à peu près dans l'emplacement de l'ancien, ce qui a nécessité la construction d'un pont provisoire en charpente suivant le système américain, de 164 mètres de longueur, pour maintenir la circulation pendant la durée des travaux. Le nouveau pont Saint-Maurille se trouve à 70 mètres en amont de l'ancien; par suite, une

nouvelle traverse a dû être ouverte dans les îles du Château et de Saint-Maurille et elle a été reliée avec l'ancienne par deux quais établis à l'aval et aux extrémités du pont Saint-Maurille.

Ce pont se compose de onze arches. L'intrados des voûtes est une anse de panier à neuf centres de 25 mètres d'ouverture et de $7^{m}.65$ de montée, décrite suivant la méthode indiquée dans le mémoire de M. l'inspecteur général Michal (*Annales des ponts et chaussées*, 1831). Les voûtes ont $1^{m}.30$ d'épaisseur à la clef; l'épaisseur des culées est de 6 mètres et celle des piles de $3^{m}.50$ au-dessus de la retraite des socles. Les naissances des voûtes de rive sont au niveau de cette retraite, à $0^{m}.35$ au-dessus de l'étiage. Les suivantes sont élevées sur des pieds-droits croissant successivement de $0^{m}.30$ jusqu'à l'arche du milieu dont les pieds-droits ont ainsi $1^{m}.50$ de hauteur, ce qui place l'intrados de la clef à $9^{m}.50$ au-dessus de l'étiage. La chaussée du pont présente ainsi une rampe et une pente de $0^{m}.0105$ par mètre.

La largeur entre les têtes est de 11 mètres; elle se compose de 7 mètres pour la chaussée pavée, de $3^{m}.60$ pour les deux trottoirs et de $0^{m}.40$ pour les parapets qui ont $0^{m}.85$ de hauteur et $0^{m}.35$ d'épaisseur, mais qui sont posés en encorbellement de $0^{m}.15$ sur les plans des têtes.

Le pont Saint-Aubin se compose de trois arches semblables, sauf que l'épaisseur à la clef n'est que de $1^{m}.20$ et que la pente longitudinale de la chaussée est plus forte, afin d'augmenter, pour l'arche milieu, la hauteur de l'intrados au-dessus de l'étiage.

Le lit de la Loire dans le bras de Saint-Maurille est formé de sable très facilement affouillable, recouvrant une argile très compacte, connue sous le nom de *jale*, qui se continue jusqu'au rocher qu'on trouve à une profondeur de 10 mètres à 11 mètres au-dessous de l'étiage. Sur la rive gauche, dans l'emplacement de la culée, la jale était à 2 mètres environ au-dessous de l'étiage et la couche allait en s'inclinant jusqu'à la culée de la rive droite où son épaisseur était presque nulle.

Le système de fondation adopté consistait à asseoir les piles et culées

sur un massif de béton coulé dans une enceinte de pieux et palplanches défendue elle-même par des enrochements ; il s'agissait donc de savoir jusqu'à quelle profondeur il était indispensable de draguer le sable, avant d'y couler le béton, pour obtenir toute sécurité contre les affouillements. Il fallait aussi déterminer si la jale était assez incompressible pour qu'il n'y eût pas danger à y asseoir les fondations.

Partout où la surface supérieure de la couche de jale ne descendait pas à plus de $3^{m}.50$ au-dessous de l'étiage, on l'a trouvée couverte de débris végétaux et de moellons provenant des enrochements qui protégent sur bien des points les berges de la Loire et qui sont souvent emportés par les crues. On en a conclu que, dans le régime du fleuve antérieur aux constructions à établir, la jale n'était pas affouillable, car autrement moellons et débris végétaux auraient été entraînés par les crues.

Pour apprécier le degré de compressibilité de la jale, pendant l'hiver de 1846 à 1847, on a établi sur une partie préalablement bien nettoyée une table en charpente reposant sur le sol par quatre pieds de $0^{m}.10$ d'équarrissage, soit 400 centimètres carrés. Cette table a été chargée d'un poids de plus de 4000 kilogrammes, soit beaucoup plus du double de la pression que devaient produire les constructions, pression qui n'allait pas à $4^{k}.50$ par centimètre carré. Le tout était bien repéré et l'on observait exactement les mouvements produits pendant la charge. Après un très petit enfoncement dans la couche baignée et en partie délayée par l'eau, l'équilibre s'est établi, et la table n'a plus bougé. Ce résultat a été considéré comme d'autant plus rassurant qu'à pression égale, un bloc de béton d'au moins 100 mètres de base est moins susceptible de s'enfoncer qu'un piquet de bois comme ceux qui supportaient la table. Pour plus de sécurité, on prit le parti de fonder par épuisements la culée de la rive gauche ; cette opération présenta certaines difficultés parce que les couches de la jale étaient séparées par des lits minces de sable qui fournissaient de grandes quantitées d'eau, mais on acquit la conviction que la jale pouvait porter le poids des constructions, et l'on établit les maçonneries de la culée à $3^{m}.80$ au-dessous de l'étiage.

En draguant le sable de la Loire dans les points où la jale se trouvait à

plus de 3m.50 au-dessous de l'étiage, on rencontrait à cette profondeur un lit de débris végétaux et de moellons comme à la surface de la jale dans les endroits où elle était à moins de 3m.50; en outre, la couleur et la consistance du sable changeaient sensiblement; de rougeâtre et de très mobile qu'il était, il devenait noirâtre et beaucoup plus consistant. On en a conclu que, dans le régime du fleuve antérieur aux travaux, le sable n'était pas affouillé à plus de 3m.50 au-dessous de l'étiage.

Néanmoins, afin de parer aux affouillements nouveaux qui pouvaient résulter de la construction du pont, les dragages ont été descendus jusqu'à 5 mètres au moins au-dessous de l'étiage pour la culée et les piles fondées sur le sable.

Ces prévisions ont été confirmées par l'expérience. Une culée et quatre piles du pont Saint-Maurille ont été établies sur la jale, l'autre culée et six piles ont été assises sur le sable; il n'y a pas eu de tassements et les affouillements qui se sont produits après la construction des piles ont seulement fait descendre les enrochements qui entouraient les enceintes et qui ont dû être rechargés.

Le système de fondation était exactement celui qui est décrit à la page 247 de cet ouvrage. Les enceintes étaient formées de pieux et palplanches battus à la profondeur de 7 mètres à 8 mètres au-dessous de l'étiage. Les enceintes avaient 17 mètres de longueur sur 6 mètres de largeur, de manière à parer aux irrégularités presque inévitables du battage, tout en laissant autour des socles un espace suffisant pour le batardeau en béton à l'abri duquel on devait poser les premières assises. Les battages se commençaient à la sonnette à tiraudes et s'achevaient avec la sonnette à déclic.

Lorsque le côté amont d'une enceinte et les deux faces longitudinales étaient à peu près battus, nous disons à peu près parce qu'on n'achevait quelquefois les battages qu'après avoir dragué en partie, afin de faciliter l'enfoncement, on commençait à draguer au moyen d'une drague à vapeur qu'on faisait entrer dans l'enceinte par l'extrémité aval laissée ouverte; en même temps, on versait des enrochements à l'amont et le long des

côtés de l'enceinte. Lorsque le milieu était ainsi dragué autant que possible, on fermait rapidement le côté aval et on achevait le dragage jusqu'à la profondeur voulue, notamment dans les angles, avec des dragues à main. Si l'on rencontrait la jale avant d'être à 5 mètres sous l'étiage, on la draguait sur $0^{m}.50$ environ d'épaisseur après l'avoir préalablement labourée avec un soc de charrue manœuvré au moyen d'un treuil. Dans le cas de sable, les dragages étaient arrêtés à la profondeur de 5 mètres sous l'étiage.

On limitait le coulage du béton à $0^{m}.35$ au-dessous de l'étiage, niveau inférieur de l'assise des socles ; on construisait le petit batardeau en béton et dès qu'il avait pris assez de consistance pour permettre d'épuiser, on posait les socles, les assises de pieds-droits et les premières retombées des voûtes.

Ce système, applicable pour le pont Saint-Maurille établi dans un terrain vierge, n'a pu être suivi pour le pont Saint-Aubin dont les fondations ont été fort irrégulières. On trouvait dans les emplacements des piles et culées de vieilles maçonneries, des pieux, des voûtes écroulées, des troncs d'arbres et même un bateau échoué et enfoncé dans le sable. On a fait sauter sous l'eau à la mine les vieilles maçonneries et les quartiers de voûtes trop gros pour être enlevés, après les avoir dégagés autant que possible, avec des dragues à main, du sable dans lequel ils étaient enfouis ; on a arraché ou recepé le plus profondément qu'on a pu les pieux que l'on a rencontrés ; au moyen de plongeurs et de griffes en fer manœuvrées avec des treuils, on a enlevé les débris ; on s'est approfondi autant qu'on a pu, on a fait des enceintes tant bien que mal en battant des pieux et des palplanches dans les interstices des décombres ; on a coulé du béton et on a posé les socles pour ainsi dire sans épuisements, attendu que le bras de Saint-Aubin étant à peu près à sec pendant l'été, on a pu, en le barrant en amont de l'île et creusant une rigole jusqu'à l'aval, obtenir l'eau au niveau de la Loire à l'aval de l'île.

Quant aux deux murs de quai du bras de Saint-Maurille, ils ont été

fondés sur le sable ou sur la jale. Comme les affouillements y étaient beaucoup moins à redouter que pour les piles en rivière, on a simplement coulé le béton, entre une file de pieux et de palplanches du côté du fleuve et des vannages du côté des terres, sur le fond même du lit; on n'a dragué que lorsque la couche ainsi obtenue aurait eu moins d'un mètre d'épaisseur au-dessous de l'étiage.

Le dessin des cintres et du pont de service employés à la construction des voûtes a été donné dans la planche 24. Les cintres étaient composés de sept fermes; ils avaient tous la même forme et laissaient une ouverture libre de $10^{m}.80$ pour le passage des bateaux; cette condition était indispensable par suite de la mobilité du chenal navigable de la Loire et du petit nombre des cintres qui était de quatre seulement. Ce nombre était strictement suffisant pour que la construction des voûtes ne fût jamais arrêtée, mais il ne permettait pas une exécution rapide. Le travail était ordonné de la manière suivante :

Première voûte décintrée, le cintre encore dessous et en démolition;
Deuxième voûte fermée, mais non décintrée;
Troisième voûte, construite aux deux tiers environ;
Quatrième voûte, avancée à un tiers environ;
Cinquième voûte, les pieux de support des cintres sont battus et on y transporte le cintre de la première voûte;

Sixième voûte, battage des pieux de support du cintre.

De cette manière, le travail n'était jamais interrompu et lorsque le cintre de la cinquième voûte était monté et chargé de quelques voussoirs, la troisième voûte était fermée et on pouvait décintrer la seconde. Les cintres ont ainsi servi trois ou quatre fois; à la fin, ils étaient encore en bon état, cependant ils auraient eu besoin de quelques réparations s'ils avaient dû servir encore. Tous les bois étaient en sapin du nord à l'exception des poinçons qui étaient en chêne moins susceptible de s'écraser dans les assemblages.

Les premières voûtes avaient été assez facilement décintrées au moyen

des coins qu'on desserrait successivement; mais à la cinquième, tous les coins d'une même file de supports étant partis ensemble, il en résulta une chute brusque du cintre qui produisit une lézarde dans la voûte. A la suite de cet accident, qui d'ailleurs fut réparé par des injections en ciment, on employa pour le décintrement des verrins qui ont été décrits à la page 288.

Au pont Saint-Maurille, le vide entre les tympans est occupé par une série d'aqueducs dallés; la surface du dallage, régularisée par une couche de mortier maigre, est recouverte d'un enduit en asphalte. Pour le pont de Saint-Aubin, l'espace entre les tympans a été entièrement rempli en béton maigre recouvert d'une couche d'asphalte.

Les socles et les avant et arrière-becs sont en maçonnerie de pierre de taille de grès; les voussoirs de tête, la corniche et le parapet sont en pierre de taille de granit; les déchets de cette pierre ont fourni assez de moellons piqué pour la douelle des trois voûtes du pont Saint-Aubin; toutes les autres maçonneries de parement sont en ardoise sciée dont l'épaisseur moyenne ne dépasse pas $0^{m}.045$; c'est à raison de ce faible échantillon et du grand nombre de joints qui en résultaient qu'une chaîne en pierre de taille a été placée au milieu de la douelle des voûtes du pont de Saint-Maurille.

Les travaux avaient été adjugés au mois d'août 1846; ils venaient à peine d'être commencés lorsque une forte crue de la Loire, survenant au mois d'octobre, obligea de les suspendre; ils ne purent être repris qu'au mois de juin de l'année suivante. Toutes les fondations ont été faites dans la campagne de 1847; en 1848 on a construit les voûtes et le reste des ouvrages a été achevé en 1849.

PONT DE L'ALMA,

SUR LA SEINE, A PARIS.

Planche 33.

Le pont de l'Alma met en communication les voies publiques ouvertes dans les quartiers de Chaillot et des Invalides; il a 20 mètres de largeur entre les parapets, dont 12 mètres pour la chaussée et 8 mètres pour les deux trottoirs; il est composé de trois arches en maçonnerie de forme elliptique; celle du milieu a 43 mètres d'ouverture et $8^{m}.20$ de flèche, celles de rive ont $38^{m}.50$ d'ouverture et $7^{m}.50$ de flèche; ces arches ont $1^{m}.50$ d'épaisseur à la clef. Les piles ont 5 mètres d'épaisseur, elles ont été fondées sur pieux recepés à $1^{m}.44$ au-dessous de l'étiage, au moyen de caissons en charpente avec fond. L'emplacement des piles a été dragué préalablement au battage des pieux à une profondeur de 4 mètres, les intervalles entre les pieux ont été garnis d'enrochements après le battage. La pile rive gauche est fondée sur 212 pieux et celle rive droite sur 265. La culée rive gauche a été fondée par épuisements, à $0^{m}.30$ au-dessous de l'étiage; les maçonneries s'appuient directement sur le sol composé de sable de rivière très-pur et de rognons de tuf; la culée rive droite a été fondée sur 128 pieux. Les têtes du pont sont en pierre de taille avec voussures; les douelles sont en meulière smillée, les maçonneries sont hourdées en mortier de ciment romain. Les parapets sont en pierre, ils sont formés de balustres ronds et de pilastres surmontés d'une tablette.

Quatre statues, représentant des soldats de l'armée française, décorent le

dessus des becs des piles; ces statues, compris la fourniture de la pierre et les frais d'échafaudage, ont coûté 110,000 francs.

Le décintrement a présenté une série d'incidents qui sont intéressants à relater.

Les travaux de construction du pont de l'Alma ont été entrepris en novembre 1854; le 13 août 1855 la partie en meulière des voûtes était exécutée, ainsi que les remblais des tympans et les murs devant supporter les trottoirs; la chaussée a été livrée à la circulation. On compléta ensuite la largeur du pont en posant les cornes de vache et les têtes en pierres de taille. Les voûtes étaient complétement achevées le 14 septembre 1855 et l'on a commencé le décintrement le 29 octobre. Les cintres furent abaissés successivement de 1 centimètre et demi à 2 centimètres, toutes les vingt-quatre heures, jusqu'à une hauteur totale de $0^{m}.10$; on a reconnu que les piles s'enfonçaient en suivant le mouvement du décintrement. En présence de ce fait, on a procédé à l'enlèvement de la chaussée, des remblais et des murs devant porter les trottoirs et l'on a pu alors décintrer les arches. On a injecté les enrochements garnissant les pieux de fondation des piles, avec un mélange, en pâte liquide, de deux parties en volume de ciment de Portland pour trois parties de chaux hydraulique éteinte en poudre. On a procédé ensuite activement à la construction de voûtes de décharge, en briques creuses, destinées à porter la chaussée et les trottoirs, à la pose de la corniche et à l'établissement de la chaussée et des trottoirs. Le 2 avril 1856 le pont était de nouveau livré à la circulation; mais à mesure de l'avancement des travaux, les mouvements qui s'étaient produits lors de la première tentative de décintrement, se manifestaient de nouveau et l'enfoncement des piles prenait des proportions très-inquiétantes. Le 13 avril on constatait que l'enfoncement total avait atteint $0^{m}.37$ pour la pile gauche et $0^{m}.54$ pour la pile droite; on a procédé alors au dérasement des voûtes du pont, en laissant des nervures pour porter les pieds-droits des voûtes de décharge, de sorte que ces nervures indiquent le dérasement qui a été opéré. On a pu ainsi soulager chaque pile d'un cube de 327 mètres

de maçonnerie, représentant un poids de 600 tonnes. Les enfoncements des piles qui étaient si sensibles dans les premiers jours du mois d'avril, diminuèrent notablement sous l'influence d'une crue, ils cessèrent même complétement lorsque la hauteur de la crue atteignit, le 17 avril 1856, $2^{m}.90$ au-dessus de l'étiage. Le hasard donnait ainsi la mesure exacte de l'excédant de poids qu'il était indispensable de retirer sur chaque pile. Comme une crue de $2^{m}.90$ correspondait à une immersion d'un volume de 400 mètres cubes par pile, cela indiquait qu'il fallait leur enlever un poids de 400 tonnes.

Le dérasement des voûtes devant produire un soulagement de 600 tonnes, on avait la certitude d'obtenir au moyen de ce dérasement un équilibre stable; c'est ce que les faits ont démontré. La crue s'est maintenue pendant tout le temps nécessaire pour achever le dérasement.

Les dépenses du pont proprement dit, y compris les travaux d'allégement des voûtes et de consolidation des piles, se sont élevés à 1,620,000 francs.

PONT AU CHANGE,

SUR LA SEINE, A PARIS.

Planche 34.

Le pont au Change a été reconstruit afin de le mettre à l'alignement du boulevard du Palais, d'abaisser son sommet, d'élargir le quai de l'Horloge et d'améliorer la navigation qui était gênée par les nombreuses et énormes piles de l'ancien pont; ce pont datait de 1647, il avait été commencé en

1639; il se composait de 7 arches, dont une sous la chaussée du quai de la rive droite; l'ouverture de ces arches variait de 10^{m}.72 à 15^{m}.62 et leur flèche de 5^{m}.36 à 7^{m}.09.

Le nouveau pont a 30 mètres de largeur entre les parapets, dont 18 mètres pour la chaussée et 12 mètres pour les deux trottoirs; il est formé de trois arches elliptiques en maçonnerie, de 31^{m}.60 d'ouverture, de 7^{m}.40 de flèche pour l'arche de rive droite, de 7^{m}.72 pour celle du milieu et de 7^{m}.01 pour celle de rive gauche. Les voûtes ont 1 mètre d'épaisseur à la clef et 1^{m}.50 d'épaisseur aux naissances; les piles ont 4 mètres d'épaisseur, elles reposent sur un massif de béton coulé dans un caisson sans fond. Les têtes du pont sont en pierre de Souppes (Seine-et-Marne), le surplus a été exécuté avec des matériaux de démolition. La maçonnerie des piles et des voûtes est hourdée en mortier de ciment de Portland. Au-dessus de chaque pile le tympan est décoré d'un motif de sculpture formé d'une N entouré d'une guirlande à rameaux serrés. Les parapets sont composés de balustres carrés.

L'extraction des piles de l'ancien pont, qui a dû être exécutée au milieu d'un courant très rapide, a présenté de sérieuses difficultés. Ces piles étaient fondées sur plancher en charpente, posé sur une forêt de pieux et établi à un niveau très variable d'une pile à l'autre, les pieux étaient consolidés par de très gros enrochements. La démolition de la maçonnerie des piles en contre-bas du niveau de l'eau a été faite de la manière suivante: on creusait dans l'intérieur de la pile en laissant une paroi d'environ 0^{m}.40 destinée à former batardeau et l'on arrivait ainsi, en épuisant dans l'intérieur, jusqu'au niveau du plancher de fondation; des plongeurs venaient ensuite saisir soit avec des griffes, soit avec une louve, les morceaux du pourtour que l'on enlevait au moyen d'une chèvre placée sur un bateau. Les planchers, les pieux et les enrochements ont été extraits au moyen de fortes dragues.

La circulation a été interdite sur l'ancien pont le 16 août 1858; il a

fallu seize mois pour démolir cet ouvrage; le nouveau pont a été livré à la circulation le 15 août 1860.

Il peut être utile de connaître le degré de rapidité que peut atteindre l'exécution des travaux sur un chantier convenablement approvisionné à l'avance. Le 21 avril 1860, on a commencé le battage des 306 pieux qui devaient supporter les cintres de construction des trois arches du nouveau pont au Change; le 10 juin, les trois cintres, composés de 16 fermes chacun étaient prêts à recevoir les voûtes; le 3 juillet, on fermait les voûtes, le 28 du même mois on les décintrait et le 15 août le pont était livré à la circulation; il convient de rappeler que ce pont a une largeur tout à fait exceptionnelle.

Les caissons sans fond en charpente, employés pour la fondation des piles, sont disposés ainsi qu'il suit: chaque caisson a la forme d'un tronc de pyramide quadrangulaire ayant un fruit d'un cinquième, il est composé de poteaux en chêne de $0^m.16$ sur $0^m.20$ d'équarrissage, distants de 2 mètres d'axe en axe et reliés par trois cours de moises horizontales; entre le cours moyen et le cours supérieur, et au-dessus du cours supérieur, on a cloué un bordage étanche, destiné à former batardeau pour la pose des premières assises de la pile. Le caisson a été étançonné intérieurement au moyen de quatre croix de Saint-André équidistantes, portant sur la partie supérieure de la moise inférieure à une extrémité et sur la partie inférieure de la moise supérieure à l'autre extrémité; un grand boulon dans le fond et une moise double au-dessus complètent cette armature que l'on enlève à mesure de l'avancement du coulage du béton. Une croix de Saint-André horizontale placée à la partie supérieure, entre chaque croix verticale, complète la rigidité du caisson. Le caisson ainsi construit a été échoué au moyen de chèvres montées sur des bateaux placés de chaque côté de l'encaissement. Le caisson échoué, on glisse entre les moises des palplanches, laissant entre elles un vide de $0^m.04$, pour remplir l'espace entre les poteaux formant l'ossature; on maintient le caisson en place par une première couche d'enrochements.

La dépense de reconstruction du pont au Change, y compris celle des quais aux abords, s'est élevée à 2,164,974 fr. 99; dans cette somme le pont proprement dit figure pour 1,272,331 fr. 38.

PONT SUR LA LOIRE, PRÈS CHALONNES, (*)

CHEMIN DE FER D'ANGERS A NIORT.

Planche 35.

Le pont construit sur la Loire pour le chemin de fer d'Angers à Niort est situé à 2,500 mètres environ en amont des ponts suspendus de Chalonnes (Maine-et-Loire). Il traverse le fleuve dans une partie où ses divers bras se trouvent réunis et constitue le plus grand pont en maçonnerie construit jusqu'à présent sur la Loire. Il se compose de 17 grandes arches de 30 mètres d'ouverture chacune et présente par suite un débouché linéaire total de 510 mètres. Ces arches sont de forme elliptique, surbaissées au quart; les culées comprennent en outre deux petites travées de 4 mètres d'ouverture pour le passage des chemins de halage. Le pont établi pour deux voies de fer présente 8 mètres de largeur libre entre les parapets; la hauteur des rails au-dessus de l'étiage est de 11^{m}.85. Enfin l'ouvrage est entièrement construit en maçonnerie, à l'exception des tabliers métalliques des deux petites travées de halage, et sa longueur totale est de 601^{m}.50.

(*) Extrait des *Notices relatives aux travaux publics français* (Exposition universelle à Paris, 1867).

Le fond de la Loire, à l'emplacement du pont, est formé de sable plus ou moins mêlé de galets à la partie basse et reposant sur des schistes et grès du terrain houiller. Sur la première moitié du lit, la surface moyenne du rocher se maintient presque horizontale, à des profondeurs de $3^{m}.75$ à $4^{m}.65$ au-dessous de l'étiage; mais à partir du milieu de la rivière, cette surface s'abaisse rapidement et les dernières piles ont dû être fondées à une grande profondeur qui atteint jusqu'à $8^{m}.73$ à la seizième pile. Cette disposition du terrain a conduit à employer deux modes de fondation distincts: la première partie, comprenant la culée rive droite et les huit premières piles, a été fondée par épuisements dans des batardeaux; la seconde partie, comprenant les huit dernières piles et la culée rive gauche, a été fondée sur béton immergé dans des enceintes de pieux jointifs. Les fondations par épuisements ont, en général, été exécutées très facilement, parce que les graviers qui recouvraient le rocher dans cette partie du lit étaient agglutinés et formaient par eux-mêmes un terrain étanche, au-dessus duquel les batardeaux nécessitaient peu de hauteur: la huitième pile seule a présenté quelques difficultés, parce que le terrain inférieur était plus perméable et la profondeur plus grande. La partie des fondations faite avec béton immergé a demandé plus de temps et a coûté beaucoup plus cher, à cause de la grande profondeur des fouilles; les massifs de fondation présentant $14^{m}.70$ de longueur sur $6^{m}.50$ de largeur, soit $95^{m}.55$ de superficie, sont contenus dans des enceintes formées de pieux principaux de $0^{m}.30$ sur $0^{m}.30$, espacés de $1^{m}.50$ environ d'axe en axe, et de pieux intermédiaires de $0^{m}.25$ sur $0^{m}.25$ remplissant les intervalles des premiers; l'enceinte est contre-butée par de forts enrochements. Le massif se compose de béton avec pierre cassée et mortier hydraulique formé de $0^{m}.50$ de chaux hydraulique en poudre de Doué ou de Paviers et de $0^{m}.90$ de sable. De petits batardeaux, appuyés contre la partie supérieure des enceintes au-dessus des massifs, ont permis de poser facilement à sec le socle et les premières assises de chaque pile. La dépense de fondation de la seizième pile, établie à $8^{m}.74$ au-dessous de l'étiage, soit 10 mètres environ au-dessous des eaux moyennes, est résumée ainsi:

Dragages (8,805 mètres cubes)	20,623 fr.
Enceintes (43m.40 de développement) . .	17,421
Béton (884 mètres cubes)	14,798
Enrochements (2,200 mètres cubes) . . .	12,276
Dépenses diverses.	5,482
Total.	70,600 fr.

Le prix par mètre superficiel de massif, fondé à cette grande profondeur de 10 mètres au-dessous des eaux moyennes, s'est donc élevé à 739 francs, et le prix par mètre cube est par suite de 74 francs environ. Le mètre linéaire d'enceinte a coûté 402 francs.

Les socles et pieds-droits forment trois retraites successives qui sont couronnées en pierre de taille ; mais entre les naissances et les plinthes, l'ouvrage a été entièrement construit en petits matériaux; ainsi les bandeaux des têtes, les angles des culées et les avant-becs sont simplement en moellons piqués ; les douelles et les tympans sont en moellons parementés à bossages rustiques. Seulement, pour donner un peu de mouvement aux surfaces de l'élévation et les rendre d'un aspect moins froid, on a, de deux en deux assises, pratiqué des refends sur les joints des angles des culées, des avant-becs et des bandeaux, de manière à simuler à une certaine distance des appareils de pierre de taille : ainsi, par exemple, ce qui paraît former un grand voussoir est en réalité composé de douze moellons, dont six sont visibles sur le bandeau et six autres les doublent en douelle. Cet emploi de petits matériaux rend le bardage et la pose beaucoup plus faciles, exige des échafaudages moins forts et, en résumé, coûte notablement moins cher que celui des pierres de taille autrefois exclusivement employées.

Les reins des grandes arches ont été un peu élégis par deux petites voûtes longitudinales de 2m.20 de diamètre. Elles ont eu ici pour but principal de diminuer le remplissage à faire entre les murs de tympans et d'éviter les poussées qui en sont souvent la conséquence. Il n'y avait pas intérêt à élégir davantage, le sol de fondations ne recevant qu'une pression inférieure à 4 kilogrammes par centimètre carré et donnant par sa nature toute sécurité.

Le pont est couronné par une plinthe reposant sur des modillons carrés et par un parapet en pierre formé de parties évidées, séparées de distance en distance par des parties pleines. Ce couronnement, très simple en lui-même, suffit pour donner à peu de frais un caractère d'élégance à la partie supérieure de l'ouvrage.

Les parements des socles et pieds-droits jusqu'au niveau de l'étiage sont construits en pierre de taille et en moellon de granit de la carrière de Bécon; les angles de culées, les avant et arrière-becs des piles et les bandeaux des voûtes sont en moellon piqué de calcaire dur de Pernay, près Saint-Mars; les douelles des voûtes, les tympans et les surfaces vues des culées entre les angles, sont en moellon paramenté à bossages provenant de la même carrière; le moellon brut employé pour l'intérieur des maçonneries est en schiste du pays; enfin les plinthes et parapets sont en calcaire oolithique de Chauvigny, près Poitiers.

La chaux provenait des fours de Paviers et de Doué et pour la presque totalité des maçonneries, le mortier était simplement composé de $0^{m}.50$ de chaux en poudre et de $0^{m}.90$ de sable, comme pour le béton des fondations. Toutefois, pour accélérer la prise du mortier dans la partie supérieure des voûtes faites pendant la mauvaise saison, on a, dans chaque mètre cube de mortier, remplacé $0^{m}.10$ de chaux par une égale quantité de ciment de Portland; ce mortier, qui se trouvait composé de $0^{m}.10$ de ciment, $0^{m}.40$ de chaux et $0^{m}.90$ de sable, a donné d'excellents résultats.

Les cintres étaient fixes et reposaient sur cinq points d'appui, dont deux étaient formés par les socles des piles et les trois autres par des files de pieux, dont une double au centre de l'arche. Le cube des bois employés a été, par arche, de $24^{m}.32$ en moyenne pour les basses palées et de $172^{m}.70$ pour la partie constante du cintre, en totalité 197 mètres cubes. On a fourni des cintres neufs pour neuf arches sur dix-sept; pour les autres il y a eu réemploi. La dépense de chacun des cintres neufs s'est élevée moyennement à 15,500 francs.

Ces cintres ont donné de bons résultats. Leur tassement au sommet

pendant la construction de la voûte a été de $0^{m}.04$ en moyenne. Le tassement des voûtes par suite du décintrement a été en moyenne de $0^{m}.05$.

Les travaux ont été adjugés le 24 avril 1863; dans le reste de l'année on a fondé la culée rive droite et les sept premières piles; dans la campagne de 1864 on a terminé les fondations et construit les voûtes de onze arches; enfin dans la campagne de 1865 on a fermé les six dernières voûtes et achevé l'ouvrage. La construction du pont a donc duré trente mois environ.

Les dépenses faites pour la construction du grand pont de Chalonnes se résument ainsi qu'il suit:

NATURE DES TRAVAUX.	DÉPENSES EFFECTUÉES	
	en totalité.	par mètre linéaire.
	francs	francs
Fondations.	822,400	1,367
Maçonnerie jusqu'au-dessous de la plinthe. . .	817,900	1,360
Plinthes et parapets.	141,700	236
Cintres.	202,400	336
Abords et divers.	151,600	252
Totaux.	2,136,000	3,551

La superficie en élévation, comprise entre les extrémités des culées, le terrain naturel et le niveau des rails, est de 7,100 mètres, de sorte que le prix par mètre superficiel en élévation ressort à 300 francs environ.

PONT HUTCHESON,

SUR LA CLYDE (*), A GLASGOW.

Planche 56.

Le pont Hutcheson, ainsi nommé en mémoire de deux frères, Georges et Thomas Hutcheson, qui avaient constitué un legs considérable pour la fondation d'un hôpital, a été construit de 1829 à 1833 sur les projets et sous la direction de Robert Stevenson, ingénieur civil.

Il est composé de cinq arches en arc de cercle présentant ensemble un débouché linéaire de 358 pieds (109^{m}.12); sa longueur est de 404 pieds (123^{m}.14) entre les parements intérieurs des culées au niveau des naissances et sa largeur est de 38 pieds (11^{m}.58) entre les têtes.

Les fondations ont été faites au moyen de batardeaux embrassant un espace suffisant pour battre les pieux, placer les plates-formes, épuiser, faire les maçonneries et permettre même la construction d'un second batardeau intérieur, au cas où la nécessité en serait reconnue.

L'enceinte des batardeaux était formée de deux files de pieux laissant entre elles un espace de 3 pieds (0^{m}.91); ces pieux, de 24 pieds (7^{m}.32) de longueur, étaient enfoncés à la profondeur de 16 pieds (4^{m}.88) au-dessous de l'étiage et reliés par deux cours de doubles moises entre lesquelles on

(*) Extrait de l'ouvrage de W. Hosking: *Essay and treatises on the theory and architecture of bridges.*

battait des palplanches jointives de 21 pieds (6^{m}.40) de longueur, 4^{po}1/2 (0^{m}.115) d'épaisseur et 9 pouces (0^{m}.23) au plus de largeur. Préalablement au battage des palplanches, le terrain était dragué entre les pieux jusqu'à 9 pieds (2^{m}.74) au-dessous de l'étiage. L'intérieur du batardeau était ensuite nettoyé et rempli d'argile damée et corroyée jusqu'au sommet des palplanches.

Le terrain a été dragué dans les enceintes formées par les batardeaux à la profondeur de 10 pieds (3^{m}.05) au-dessous de l'étiage pour les piles et de 8 pieds (2^{m}.44) pour les culées. Des pieux de 18 pieds (5^{m}.49) de longueur et de 9 pouces (0^{m}.23) en carré ont été ensuite battus au refus de 1 pouce (0^{m}.025) par volée de dix coups d'un mouton en fonte du poids de 5 quintaux (254 kilog.) tombant de 30 pieds (9^{m}.14) de hauteur. L'espacement des pieux devait être de 2^{pi} 9^{po} (0^{m}.84); la fondation de chaque culée avec ses murs en aile devait ainsi en contenir 128 et celle de chaque pile, 84. En exécution, par suite de la mauvaise nature du sol qui était formé de sable mouvant, on a dû élargir la base de la fondation de la culée septentrionale, augmenter le nombre des pieux dont la file extérieure a été battue jointive et, par surcroît de précautions, on a laissé à demeure la file intérieure des palplanches du batardeau.

Après le recepage de niveau, le sol a été déblayé à la profondeur de 1^{pi}6^{po} (0^{m}.46) entre les têtes des pieux; une moise de 12 pouces sur 6 pouces (0^{m}.30 sur 0^{m}.15) a été fixée au sommet de la file extérieure et trois cours de longrines intérieures ont été boulonnés sur les pieux, de manière à partager chaque fondation en quatre compartiments.

Le vide entre les têtes des pieux a été rempli avec de la pierre cassée à la grosseur de 2^{po}1/2 (0^{m}.063), damée par couches de 6 pouces (0^{m}.15) au plus d'épaisseur et garnie de mortier de manière à araser exactement les têtes des pieux.

Des chapeaux de 12 pouces sur 7 pouces (0^{m}.30 sur 0^{m}.18) ont été ensuite placés sur les pieux, et les vides ont été remplis, en affleurement

avec la face supérieure, par une assise en pierre de taille posée sur mortier.

Enfin la surface entière des fondations a été recouverte par une plate-forme en bois de $3^{po}1/2$ ($0^{m}.09$) d'épaisseur. Les planches avaient en longueur toute la largeur de la fondation et 1 pied ($0^{m}.30$) au plus de largeur; elles étaient posées en affleurement sur mortier et fixées à chaque chapeau par deux chevilles en fer.

La première assise de maçonnerie a été posée sur les plates-formes à la profondeur de 7 pieds ($2^{m}.13$) au-dessous de l'étiage pour les culées et de 9 pieds ($2^{m}.74$) pour les piles.

Les culées ont 49 pieds ($14^{m}.94$) de longueur et 17 pieds ($5^{m}.18$) de largeur entre le parement du côté de la rivière et l'intrados de la clef de la voûte horizontale dont il sera parlé ci-après; elles ont cinq assises de socles en pierre de taille de 16 pouces ($0^{m}.41$) d'épaisseur, avec saillies de 6 pouces ($0^{m}.15$) tout autour.

Les piles ont $53^{pi}6^{po}$ ($16^{m}.31$) de longueur sur $17^{pi}6^{po}$ ($5^{m}.33$) de largeur et sont montées sur six assises de socles de 16 pouces ($0^{m}.41$) avec saillies de 6 pouces ($0^{m}.15$).

La hauteur des piles, depuis la retraite supérieure jusqu'au sommet de l'assise de cordon, est de $10^{pi}6^{po}$ ($3^{m}.20$) avec fruit de 3 pouces ($0^{m}.076$) tout autour. Les piles intermédiaires ont $12^{pi}6^{po}$ ($3^{m}.81$) de largeur et $47^{pi}6^{po}$ ($14^{m}.48$) de longueur au-dessus des retraites, tandis que les piles de rive n'ont que $11^{pi}6^{po}$ et $46^{pi}6^{po}$ ($3^{m}.51$ et $14^{m}.17$). Au sommet, ces dimensions sont réduites de 6 pouces ($0^{m}.15$), non compris la saillie du cordon.

Du côté des terres, les culées présentent la forme d'une voûte dont les naissances partent des murs en aile et qui est construite avec les mêmes retraites que les culées elles-mêmes. Au-dessus des retraites, cette voûte est montée verticalement jusqu'au niveau de l'assise des naissances. Le vide

entre les murs en aile et la voûte a été rempli avec des déblais provenant des fondations, mêlés avec du gravier et une certaine proportion d'argile et damés par couches correspondant avec les assises de la construction.

Les cinq arches du pont sont des arcs d'un cercle de 65 pieds (19^{m}.81) de rayon. La ligne des naissances est une horizontale à 9^{pi}6^{po} (2^{m}.90) au-dessus de l'étiage. L'arche du milieu a 79 pieds (24^{m}.08) d'ouverture et 13^{pi}6^{po} (4^{m}.11) de flèche; l'ouverture des arches intermédiaires est de 74^{pi}6^{po} (22^{m}.71) avec 11^{pi}6^{po} (3^{m}.51) de flèche; les arches de rive ont 65 pieds (19^{m}.81) d'ouverture et leur flèche est de 8^{pi}9^{po} (2^{m}.67).

L'épaisseur à la clef est de 3^{pi}6^{po} (1^{m}.07); la longueur des voussoirs en allant vers les naissances, augmente suivant un rayon de 70 pieds (21^{m}.34) pour l'extrados, ce qui leur donne une longueur de 4^{pi}6^{po} (1^{m}.37) aux naissances de l'arche centrale et des longueurs proportionnellement moindres pour les autres arches.

Les voûtes ont été construites sur des cintres de forme retroussée. Les fermes, au nombre de neuf, reposaient sur les saillies des socles des piles et culées au moyen de contre-fiches qui portaient les coins de décintrement. Ces coins étaient en crémaillères, mais dans un système différent de celui qui a été décrit à la page 293; au lieu d'occuper toute la largeur du cintre, ils étaient indépendants pour chaque ferme.

Le parement des tympans est en retraite de 1^{po}1/2 (0^{m}.038) sur le plan des têtes. Leur épaisseur est de 3 pieds (0^{m}.91) au niveau des assises de naissance et de 2 pieds 6 pouces (0^{m}.76) au sommet.

Des murs intérieurs, de 2 pieds (0^{m}.61) d'épaisseur à la base et de 1 pied 6 pouces (0^{m}.46) au sommet, sont construits parallèlement aux tympans et partagent l'espace intérieur en huit compartiments égaux. Les vides sont recouverts par un dallage en pierres plates de 7 pouces (0^{m}.18) d'épaisseur.

Les tympans et les murs intérieurs sont reliés entre eux au-dessus de chaque pile par un mur transversal de 3 pieds (0^{m}.91) d'épaisseur.

Les culées sont surmontées de pilastres carrés et les piles, de deux colonnes d'ordre dorique formant saillie de 2 pieds (0^{m}.61) sur les tympans. Des niches demi-circulaires de 4 pieds (1^{m}.22) de largeur et de 10 pieds 6 pouces (3^{m}.20) de hauteur, entre les colonnes des deux piles centrales, ont reçu d'un côté les statues des fondateurs de l'hôpital et de l'autre, des statues allégoriques. Les colonnes sont disposées de manière à pouvoir supporter des trottoirs dans le cas où il deviendrait nécessaire d'élargir le pont.

Les tympans sont couronnés par une frise de 1 pied 6 pouces (0^{m}.46) d'épaisseur formant saillie de 2 pouces (0^{m}.05) sur leur parement. Au-dessus et en saillie de 1 pied 3 pouces et demi (0^{m}.39), une corniche de 1 pied 2 pouces (0^{m}.36) d'épaisseur suit tous les contours des colonnes et des pilastres.

Les parapets ont 4 pieds 1 pouce (1^{m}.24) de hauteur totale au-dessus de la corniche et contournent les entablements des pilastres et des colonnes. Les pierres de bahut sont reliées par des goujons en fonte de 1 pouce et demi (0^{m}.038) de diamètre et de 6 pouces (0^{m}.15) de longueur, scellés au ciment dans chacun des joints verticaux.

Le dallage sur les murs intérieurs est recouvert par un remblai de 12 pouces (0^{m}.30) d'épaisseur, au-dessus duquel est placée une couche de gravier ayant 4 pouces (0^{m}.10) d'épaisseur au milieu et 2 pouces (0^{m}.05) sur les bords.

Les trottoirs ont 5 pieds (1^{m}.52) de largeur ; ils sont revêtus d'un pavage en pavés taillés posés avec mortier sur un lit de béton.

Des caniveaux en pierre de taille présentant une gorge circulaire de 7 pouces (0^{m}.18) de largeur sur 2 pouces et demi (0^{m}.063) de profondeur sont posés à 9 pouces (0^{m}.23) au-dessous de l'arête des bordures de trottoir ; ils conduisent les eaux de la chaussée dans des égouts communiquant avec la rivière.

La chaussée est empierrée entre les caniveaux et présente dans la longueur du pont une rampe et une pente à l'inclinaison moyenne de 1/30 ($0^m.033$ pour 1 mètre); son épaisseur est de 12 pouces ($0^m.30$) avec bombement de 3 pouces ($0^m.076$) au milieu; elle est composée de matériaux cassés à la grosseur de 2 pouces un quart ($0^m.057$).

PONT-ROUTE

SUR LE CHEMIN DE FER DE LONDRES A CROYDON (*).

Planche 37.

Ce pont donne passage à la route de Norwood à Bromley sur le chemin de fer de Londres à Croydon qu'elle rencontre obliquement, et il est construit suivant l'appareil héliçoïdal. L'arche principale a ses naissances dans les talus de la tranchée, mais elle présente cette particularité de piles en maçonnerie de briques construites à la place ordinaire des culées et paraissant, dans l'élévation, couper l'arche en trois parties suivant des perpendiculaires menées par les arêtes du ballast. La voûte semble ainsi, à première vue, formée d'un arc de cercle beaucoup plus petit qu'elle ne l'est en réalité, avoir moins de flèche et être plus surbaissée et l'illusion ne cesse que lorsque l'on a reconnu qu'elle se prolonge au delà de ce qui paraissait d'abord être la culée.

(*) Extrait de l'ouvrage de W. Hosking : *Essay and treatises on the theory and architecture of bridges.*

Trois petites voûtes, avec piles de 2 pieds 3 pouces (0^{m}.69) d'épaisseur fondées sur les talus, accompagnent l'arche principale. Celle-ci a trois briques d'épaisseur, 31 pieds 6 pouces (9^{m}.60) d'ouverture suivant le biais et 30 pieds (9^{m}.14) d'ouverture droite. Les petites piles sont pleines, mais celles qui coupent la grande voûte ont chacune deux évidements cintrés de 3 pieds 6 pouces (2^{m}.90) de hauteur totale sur 5 pieds (1^{m}.52) de largeur. Des murs en ailes courbes sont accolés aux petites arches extrêmes. Les talus de la tranchée sont recouverts d'un pavage en maçonnerie entre les piles. Le parapet a 4 pieds (1^{m}.22) de hauteur, y compris une plinthe et un cordon.

Le pont a 33 pieds (10^{m}.06) de largeur entre les têtes et 30 pieds (9^{m}.14) entre les parapets.

PONT SUR LA TAMISE,

A STAINES (*).

Planche 38.

Projeté et construit par George Rennie, le pont de Staines se compose de trois arches, l'une de 74 pieds (22^{m}.55) et les deux autres de 66 pieds (20^{m}.12) d'ouverture. Les voûtes sont des arcs de cercle dont la flèche est égale au huitième de l'ouverture.

(*) Extrait de l'ouvrage de W. Hosking: *Essay and treatises on the theory and architecture of bridges.*

Les piles et les culées sont fondées sur pilotis. Les pieux ont 18 pouces ($0^m.46$) de diamètre et sont battus à 5 pieds ($1^m.52$) d'axe en axe. Ils sont coiffés de chapeaux de 18 pouces ($0^m.46$) d'équarrissage sur lesquels repose un plancher jointif de 6 pouces ($0^m.15$) d'épaisseur dont les joints sont perpendiculaires aux têtes du pont.

La fondation des piles et des culées est entourée par une file de palplanches moisées. Les palplanches des culées ont 11 pieds ($3^m.35$) de longueur, 14 pouces ($0^m.36$) de largeur et 9 pouces ($0^m.23$) d'épaisseur; celles des piles ont 12 pieds 6 pouces ($3^m.81$) de longueur avec les mêmes dimensions transversales que celles des culées. Les moises ont 18 pouces sur 9 pouces ($0^m.46$ sur $0^m.23$) et sont solidement reliées aux pieux par des boulons placés de deux en deux.

C'est sur le plancher ci-dessus décrit qu'est établie l'assise inférieure de la maçonnerie à 21 pieds 6 pouces ($6^m.55$) en contre-bas de la naissance des arches. A partir de ce niveau, les culées sont montées jusqu'à l'assise d'imposte avec un fruit d'un dixième en parement. Les piles ont quatre assises de socles, chacune formant saillie de 3 pouces ($0^m.08$) sur l'assise supérieure. Les socles ont une épaisseur totale de 6 pieds ($1^m.83$), de sorte que l'assise supérieure est à 15 pieds 6 pouces ($4^m.72$) en contre-bas de la naissance des voûtes. Au niveau du dessus des socles, les piles ont une épaisseur de 10 pieds ($3^m.05$) qui se réduit à 8 pieds 6 pouces ($2^m.59$) au-dessous de l'imposte, de sorte qu'elles sont construites avec un fruit d'un vingtième. Elles sont accompagnées d'avant et d'arrière-becs présentant le même fruit que le corps carré des piles. Leur longueur totale d'une extrémité à l'autre des becs est de 43 pieds 9 pouces ($13^m.34$) au-dessous de l'imposte.

Les culées ont, au niveau de la fondation, une épaisseur de 16 pieds 6 pouces ($5^m.03$) qui se réduit à 15 pieds ($4^m.57$) à la hauteur des naissances. Elles sont terminées par des pilastres de 11 pieds ($3^m.35$) de largeur, formant saillie de 7 pieds ($2^m.13$) du côté de la rivière et, du côté des terres, de 1 pied 6 pouces ($0^m.46$) sur le plan des têtes. Elles sont, en outre, ac-

compagnées de demi-becs semblables à ceux des piles. Les assises des culées, au lieu d'être horizontales, convergent vers une série de points situés sur la flèche de l'arc des voûtes. Ainsi l'assise inférieure rayonne vers un point situé à 27 pieds (8^{m}.23) environ au-dessus du centre de l'arc de la voûte et chaque assise successive rayonne vers un point placé à 2 pieds (0^{m}.61) au-dessous du précédent, de sorte qu'à la fin l'assise supérieure de la culée, c'est-à-dire, l'assise de naissance, rayonne exactement vers le centre comme les voussoirs eux-mêmes. Cette convergence ne commence pas exactement au parement de la culée, les assises inférieures ayant leurs lits horizontaux sur environ 4 pieds (1^{m}.22) à partir du parement de la culée. L'étendue de la partie horizontale du lit diminue suivant la hauteur, de manière que le lit inférieur de l'assise de naissance n'est horizontal que sur 9 pouces (0^{m}.23) de largeur, tandis que le lit supérieur tout entier converge vers le centre de l'arc de la voûte.

Les murs en aile sont établis sur des pieux de 12 pieds (3^{m}.66) de longueur, coiffés de chapeaux et recouverts d'un plancher semblable à celui des fondations des piles et culées. Leur assise inférieure est posée à 11 pieds (3^{m}.35) en contre-bas de la surface du terrain, soit à 17 pieds (5^{m}.18) au-dessous de la naissance des voûtes. Ces murs ont une assise de socle de 4 pieds 9 pouces (1^{m}.45) de largeur, au-dessus de laquelle leur épaisseur est de 4 pieds 6 pouces (1^{m}.37) et se réduit à 3 pieds (0^{m}.91) au niveau de la corniche. Ils sont terminés par des pilastres verticaux semblables à ceux des culées et évidés par une petite voûte de 10 pieds (3^{m}.05) d'ouverture qui se prolonge entre les têtes.

La largeur du pont est de 34 pieds (10^{m}.36) entre les têtes. Les voussoirs ont aux naissances une longueur de 5 pieds 6 pouces (1^{m}.68) réduite à 2 pieds 4 pouces (0^{m}.71) à la clef. Leurs extrémités sont taillées de manière à se raccorder avec les joints horizontaux et verticaux des tympans.

Les tympans ont 3 pieds (0^{m}.91) d'épaisseur. Il y a, en outre, six murs

intérieurs de 18 pouces (0^{m}.46) d'épaisseur chacun, construits à intervalles égaux parallèlement aux têtes. Dans toute la maçonnerie de parement, depuis la naissance des voûtes jusqu'à la corniche, les arêtes des pierres sont abattues en chanfreins.

Les parapets n'ont pas de chaperon. Ils ont 4 pieds (1^{m}.22) de hauteur et présentent à la partie inférieure un soubassement de 18 pouces (0^{m}.46) en carré au-dessus duquel leur épaisseur n'est plus que de 15 pouces (0^{m}.38).

La largeur libre entre les parapets est de 30 pieds (9^{m}.14); elle comprend une chaussée de 21 pieds (6^{m}.40) de largeur avec trottoirs de 4 pieds 6 pouces (1^{m}.37) de chaque côté. La route s'élargit au delà des culées. Les abords sont élevés de chaque côté d'environ 17 pieds (5^{m}.18) au-dessus du sol; ils sont formés en partie de voûtes en briques et en partie d'un remblai.

PONT DE DARLASTON,

DANS LE STAFFORDSHIRE (*).

Planche 39.

Le pont de Darlaston se compose d'une seule arche en arc de cercle de 86 pieds (26^{m}.21) d'ouverture et de 13 pieds 6 pouces (4^{m}.11) de flèche.

(*) Extrait de l'ouvrage de W. Hosking : *Essay and treatises on the theory and architecture of bridges.*

La longueur totale du parapet est de 117 pieds (35^{m}.66) et sa hauteur est de 4 pieds (1^{m}.22). La route est soutenue par des murs sur une longueur d'environ 15 pieds (4^{m}.57) à chaque extrémité du pont, et sa largeur est de 26 pieds 6 pouces (8^{m}.08) entre les parapets.

Le pilotage est formé de madriers de 4 pouces (0^{m}.10), de 8 pieds (2^{m}.44) de longueur, espacés de 4 pieds (1^{m}.22) d'axe en axe dans les deux directions longitudinale et transversale sous les culées et sous les murs en aile. Des chapeaux de 12 pouces (0^{m}.30) d'équarrissage sont boulonnés sur chaque madrier des files extérieures. Des palplanches de 11 pieds (3^{m}.35) de longueur sur 4 pouces (0^{m}.10) d'épaisseur sont battues en avant de ces chapeaux auxquels elles sont clouées et elles sont, en outre, reliées et maintenues par des moises de 12 pouces sur 9 pouces (0^{m}.30 sur 0^{m}.23). Des boulons espacés de 4 pieds (1^{m}.22) rendent solidaires les chapeaux, les palplanches et les moises.

Un grillage formé de deux cours croisés de longrines de 12 pouces de largeur sur 6 pouces d'épaisseur (0^{m}.30 sur 0^{m}.15) repose sur les pieux auxquels il est cloué et vient joindre exactement les chapeaux ci-dessus décrits. Ce grillage est recouvert par une plate-forme en planches de 4 pouces (0^{m}.10) clouées sur le cours supérieur de longrines et arrivant jusqu'à la face extérieure des chapeaux.

Les culées sont fondées sur la plate-forme à 11 pieds 6 pouces (3^{m}.51) au-dessous du niveau de l'eau sur trois assises de socles. L'assise inférieure est horizontale et a 15 pouces (0^{m}.38) d'épaisseur; les deux autres sont horizontales en parement, mais à l'intérieur elles rayonnent vers un point situé au niveau du lit supérieur de l'assise inférieure et à 11 pieds 6 pouces (3^{m}.51) du parement de la culée. L'assise inférieure du socle a 34 pieds (10^{m}.36) de longueur; les deux autres sont posées avec des retraites de 6 pouces (0^{m}.15) sur chaque face.

Les parements des culées sont construits par assises horizontales dont l'épaisseur au niveau des socles est de 1 pied 6 pouces (0^{m}.46) et décroît

jusqu'à l'assise des naissances où elle n'est plus que de 12 pouces (0^{m}.30). A l'intérieur des culées, la maçonnerie est réglée suivant des assises rayonnant vers le même point ci-dessus défini pour les socles.

Les culées sont renforcées par trois contre-forts, dont un au milieu et les deux autres dans le prolongement des têtes. Ces contre-forts sont fondés à la même profondeur que les culées; ils reposent sur trois assises de socles comme celles-ci; ils sont construits par assises horizontales dont l'épaisseur décroît de 18 pouces à 1 pied (0^{m}.46 à 0^{m}.30) et présentent au sommet une légère pente longitudinale. Ils sont reliés l'un à l'autre par des contre-voûtes en plein cintre noyées dans la maçonnerie des culées. L'assise supérieure des culées a 12 pouces (0^{m}.30) d'épaisseur et forme saillie de 3 pouces (0^{m}.08), avec un chanfrein, sur la naissance de la voûte.

Les têtes des culées sont décorées de quatre colonnes d'ordre toscan placées deux à deux avec une niche de 9 pieds (2^{m}.74) de hauteur sur 4 pieds (1^{m}.22) de largeur dans l'intervalle. Ces colonnes reposent sur l'assise supérieure des culées et sont couronnées par une frise de 15 pouces (0^{m}.38) d'épaisseur qui règne dans toute la longueur du pont.

Les murs en aile sont construits par assises dont l'épaisseur varie de 15 à 18 pouces (0^{m}.38 à 0^{m}.46); ils présentent en plan une courbure extérieure, et en élévation, un rampant couronné par une tablette en pierre de taille de 3 pieds (0^{m}.91) de largeur sur 6 pouces (0^{m}.15) d'épaisseur. Ils sont terminés par des pilastres de 3 pieds (0^{m}.91) en carré et de 2 pieds (0^{m}.61) de hauteur recouverts par un chaperon en pointe de diamant de 2 pieds (0^{m}.61) de hauteur avec saillie de 3 pouces (0^{m}.08).

Les voussoirs ont 18 pouces (0^{m}.46) d'épaisseur en parement; ils sont encastrés dans les culées aux naissances. L'épaisseur de la voûte est de 3 pieds 6 pouces (1^{m}.07) à la clef.

Les voussoirs de tête sont taillés de manière à se raccorder avec les joints verticaux des tympans. Toute la pierre de taille des têtes, des pilastres et des murs en aile présente des joints abattus en chanfrein.

La corniche a 18 pouces ($0^m.46$) d'épaisseur sur 3 pieds 4 pouces ($1^m.02$) de largeur avec saillie de 18 pouces ($0^m.46$). La plinthe du parapet a 15 pouces ($0^m.38$) d'épaisseur et forme saillie de 3 pouces ($0^m.08$) de chaque côté. La tablette a 14 pouces ($0^m.36$) d'épaisseur avec un cordon de 10 pouces ($0^m.25$) abattu en talus au sommet. Les parapets sont terminés par des pilastres correspondant aux colonnes des têtes; des pilastres semblables sont placés au-dessus des sommets de la voûte.

La voûte a été construite au moyen d'un cintre fixe composé de cinq fermes espacées de 6 pieds 6 pouces ($1^m.98$) d'axe en axe. Les points d'appui, au nombre de huit, étaient formés par des files de pieux espacées de 10 pieds 6 pouces ($3^m.20$) dans le sens de l'ouverture de la voûte. Ces pieux supportaient un entrait reposant sur les coins de décintrement et qui s'étendait d'une naissance à l'autre. Les vaux étaient supportés par des poinçons placés au droit des pieux. Des contre-fiches placées diagonalement entre les poinçons et les vaux assuraient la rigidité du système. Tous les assemblages étaient consolidés par des étriers en fer boulonnés.

PONT D'IÉNA,

SUR LA SEINE, A PARIS.

Planche 40, *figures* 1 *à* 3.

Le pont d'Iéna est situé dans le prolongement de l'axe de l'École militaire et du champ de Mars. Sa construction, ordonnée par une loi du

27 mars 1806, a été commencée la même année. Le pont devait être formé de cinq arches en fonte de 28 mètres d'ouverture, de piles en maçonnerie de 3 mètres de largeur, de culées de 10 mètres d'épaisseur; il devait avoir 14 mètres de largeur entre les têtes. En 1808, alors que les travaux étaient en cours d'exécution, l'ingénieur en chef Lamandé, chargé de cet important travail, démontra les avantages qu'il y aurait à substituer aux arches en fonte proposées des voûtes en pierre dure offrant, avec peu de dépense de plus, autant de durée, plus de solidité et moins de frais d'entretien (*). Cette substitution fut approuvée par un décret du 27 juillet 1808; l'épaisseur des culées fut portée à 15 mètres, celle des piles ne fut pas modifiée.

Les piles et culées sont fondées sur pieux espacés de $1^{m}.16$ d'axe en axe; la première pile rive gauche a été établie sur une plate-forme en charpente, à $0^{m}.88$ au-dessous de l'étiage; les trois autres ont été construites chacune dans un caisson en charpente avec fond échoué sur les pieux recepés à $1^{m}.65$ au-dessous de l'étiage. La culée rive droite a été également construite dans un caisson.

Les cinq arches sont en arc de cercle; elles ont 28 mètres d'ouverture et $3^{m}.30$ de flèche; l'épaisseur à la clef est de $1^{m}.44$.

Le projet des cintres du pont d'Iéna a donné lieu à une discussion fort intéressante. Jusqu'alors on faisait usage de cintres retroussés pour la construction des grandes arches en maçonnerie; Lamandé fit valoir les avantages des cintres fixes et fit adopter ces derniers pour la construction des arches du pont d'Iéna.

Le décintrement, commencé le 23 septembre 1811, a été terminé en deux jours. Le tassement total constaté à la fin de 1812 était de $0^{m}.15$ pour les trois arches du milieu et de $0^{m}.11$ pour celles de rive.

(*) Le peu de durée des arches en fonte du pont d'Austerlitz, dans le système desquelles devaient être construites celles du pont d'Iéna et qu'on a dû remplacer en 1854 par des arches en pierre, prouve combien Lamandé avait raison.

La dépense était évaluée à la somme de 6,158,728 fr. 73; outre la construction du pont elle comprenait la rectification de l'alignement du quai de Billy sur une longueur de 370 mètres, avec adjonction d'une banquette de halage, sur 234 mètres de longueur, et la construction d'un mur de quai sur la rive gauche, sur une longueur de 545 mètres, tant en aval qu'en amont du pont. Le chiffre de l'estimation paraît avoir été sensiblement atteint.

Chaque tête est décorée d'une corniche de $0^{m}.90$ de hauteur, composée d'une cymaise, d'un larmier et de grands modillons en forme de talon renversé. Les parapets sont pleins; ils ont $0^{m}.95$ de hauteur et $0^{m}.50$ d'épaisseur. Des groupes équestres, placés en 1853, décorent les quatre angles du pont.

Les aigles qui décorent les tympans avaient été détruits après la chute du premier empire ; ils ont été rétablis en 1852.

ARCHE D'EXPÉRIENCE

EN MAÇONNERIE.

Planche 40, *figures* 4 *à* 8.

Nous croyons utile de faire connaître les résultats d'une expérience faite à l'occasion de l'avant-projet du pont de jonction de la rue de Rennes prolongée et de la rue du Louvre, à Paris, afin de se rendre compte de la solidité d'une arche de grande portée et très surbaissée, en maçonnerie;

ces dispositions se trouvaient motivées par la double obligation de respecter le niveau du seuil de l'hôtel de la Monnaie et d'assurer une circulation facile sur le bajoyer de rive d'une écluse située sous le pont.

L'expérience représentée par les figures 4 à 8, planche 40, a été exécutée sur le territoire de la commune de Souppes (Seine-et-Marne), dans la carrière dite des Plaines, près le Boulay. La voûte a été construite suivant un arc de cercle de $37^{m}.886$ d'ouverture et de $2^{m}.125$ de flèche, avec une largeur de $3^{m}.50$; sur 1 mètre de largeur moyenne, la voûte était extradossée parallèlement et avait une épaisseur de $1^{m}.10$; pour le surplus de la largeur, l'épaisseur était de $1^{m}.10$ aux naissances et de $0^{m}.80$ à la clef; l'augmentation d'épaisseur sur 1 mètre de largeur, était motivée par la surcharge que le poids de la corniche doit occasionner aux têtes du pont.

La masse de la carrière avait été disposée pour recevoir les sommiers d'un des côtés de la voûte; une culée artificielle avait été construite pour recevoir les sommiers de l'autre côté.

Le nombre des rangs de voussoirs était de soixante-dix-sept.

Les voussoirs étaient faits avec la pierre la plus résistante des carrières de la localité; la taille avait été exécutée avec de grands soins; tous les lits et joints étaient parfaitement pleins; les joints en mortier avaient une épaisseur régulière de $0^{m}.012$.

La culée artificielle avait $3^{m}.50$ de largeur, $8^{m}.19$ de hauteur, $15^{m}.10$ d'épaisseur en bas et $14^{m}.86$ d'épaisseur en haut; son cube était de $428^{m^3}.771$, y compris celui des sommiers qui était de $6^{m^3}.691$; la maçonnerie était hourdée en mortier composé de 480 kilogrammes de ciment de Portland de Boulogne-sur-Mer, pour 1 mètre cube de sable.

Vingt blocs de 1 mètre de hauteur étaient placés debout dans le massif; en outre, la maçonnerie était parfaitement liaisonnée dans le sens vertical, de manière à empêcher tout glissement.

La maçonnerie de la culée, commencée le 11 août 1864, a été terminée le 25 septembre de la même année.

Le cintre a été taillé avec $0^{m}.05$ de surélévation, c'est-à-dire, avec une flèche de $2^{m}.175$; sa mise en place a été terminée le 3 octobre 1864. Il était formé de deux fermes, chaque ferme reposait sur huit points d'appui ; une boîte en tôle remplie de sable tamisé et torréfié était disposée au droit de chaque point d'appui.

On a commencé la pose des voussoirs le 27 octobre ; elle était terminée le 8 novembre ; mais une gelée qui est survenue n'a permis de finir le fichage des joints que le 14 novembre 1864. Le mortier des joints de la voûte a été composé de 600 kilogrammes de ciment de Portland de Boulogne-sur-Mer, pour $0^{m3}.80$ de sable tamisé. Les joints de chacun des voussoirs de naissances ont été fichés les derniers ; ces joints ont été laissés vides de mortier au moyen de règles en sapin, sur une hauteur de $0^{m}.05$ à partir de l'intrados, afin d'éviter toute pression sur l'arête.

Le tassement sur cintre a été de $0^{m}.018$ à la clef.

Le 15 mars 1865, on a procédé au décintrement de l'arche en faisant sortir successivement, mais très lentement et simultanément, un peu de sable de toutes les boîtes ; au bout d'une heure, le cintre était complétement détaché de la voûte ; l'abaissement à la clef produit par le décintrement a été de $0^{m}.018$.

Les voussoirs de tête, qui ont 1 mètre de longueur moyenne et une hauteur régulière de $1^{m}.10$, doivent porter la maçonnerie des tympans, la corniche, le parapet et une largeur de trottoir de $0^{m}.60$, ce qui, pour une longueur de $38^{m}.366$, représente un poids total de 133,602 kilogrammes.

Les voussoirs formant la douelle de la voûte, qui ont $1^{m}.10$ de hauteur aux naissances et $0^{m}.80$ à la clef, doivent porter le remblai des reins et la chaussée, ce qui, pour une longueur de $38^{m}.366$ et une largeur de $2^{m}.50$, représente un poids total de 145,472 kilogrammes.

On a exécuté, sur les voussoirs de la tête de l'arche d'expérience, un volume total de 86^{m3}.40 de maçonnerie, pesant 1,845 kilogrammes le mètre cube et représentant par suite un poids de. . . . . 159,408 kil.

La charge ne devant être que de. 133,602

Il en résultait une surcharge totale de . . . . . 25,806 kil.

soit 672 kilogrammes par mètre superficiel.

Le surplus de la voûte, qui avait une largeur de 2^{m}.50, a été chargé, tant en maçonnerie qu'en remblai, d'un poids total de. . . 207,576 kil.

La charge ne devant être que de. 145,472

Il en résultait une surcharge totale de. . . . . 62,104 kil.

soit 647 kilogrammes par mètre superficiel.

Le 6 avril 1865, on a commencé le chargement de l'arche d'expérience. Ce chargement a été terminé le 19 du même mois et, sous l'influence de la charge, il s'est produit un nouvel abaissement à la clef de 0^{m}.009. On a alors soumis la voûte à une série d'épreuves qui vont être sommairement indiquées.

Au moyen d'une aiguille dont une extrémité suivait les mouvements de la clef et dont l'autre extrémité décrivait sur un cadran un parcours dix fois plus grand, on a pu observer les moindres mouvements de la voûte. On a constaté ainsi que celle-ci se dilatait et se contractait d'une manière continue et régulière suivant l'élévation et l'abaissement de la température. Le plus grand écart entre les positions extrêmes de la clef a été de 0^{m}.0205.

Le 18 mai 1866, la voûte a éte soumise au choc d'un poids de 4,975 kil. tombant de 0^{m}.30 de hauteur au droit de la clef. Chaque choc a été suivi d'une série d'oscillations allant en diminuant d'une manière continue et régulière et dont l'amplitude maximum a été de 0^{m}.0028 ; la voûte a repris sa position primitive.

Le même jour, on a reconnu que pendant le passage d'un poids de 5,510 kil. traîné lentement d'une culée à l'autre, la voûte ondulait comme un tablier

métallique et reprenait sa position primitive après le passage de ce poids; l'abaissement momentané à la clef a été de $0^{m}.0003$.

A la première surcharge de 656 kilogrammes par mètre superficiel, on en a ajouté une nouvelle de 1,000 kilogrammes, de sorte que la surcharge totale par mètre superficiel a été portée à 1,656 kilogrammes, et on a constaté un abaissement de $0^{m}.0012$ à la clef.

Lorsqu'on a enlevé cette seconde surcharge de 1,000 kilogrammes, il s'est produit un relèvement à la clef de $0^{m}.0043$; mais il faut observer que les mouvements dus au chargement et au déchargement se sont combinés avec ceux dus aux variations de température et que ces derniers ont été plus considérables que les premiers. C'est ce qui explique la différence entre l'abaissement et le relèvement qui viennent d'être indiqués.

Pendant toutes ces expériences aucun joint ne s'est ouvert et les maçonneries sont restées parfaitement intactes.

La voûte ayant encore sa première surcharge de 656 kilogrammes par mètre carré, on a enlevé successivement diverses tranches verticales de la culée de manière à réduire à $7^{m}.10$ son épaisseur qui était primitivement de $15^{m}.10$. La voûte est néanmoins restée parfaitement en équilibre; on a observé seulemeut un abaissement de $0^{m}.0063$ à la clef, dû soit à la température, soit à quelque mouvement imperceptible du massif général de la culée réduite.

Du 23 au 25 août, on a complétement déchargé la voûte; ce déchargement a produit un relèvement à la clef de $0^{m}.011$; toutefois ce relèvement ne doit pas être attribué uniquement au déchargement, mais aussi à l'action du soleil dont les rayons frappaient directement l'extrados mis à découvert.

On a ensuite procédé à la démolition de la voûte en ruinant au ciseau la contre-clef de droite, en regardant la tête de l'arche. On a réduit à $0^{m^2}.17$ la surface portante de cette contre-clef, sans qu'aucun joint se soit ouvert; mais alors quelques coups de masse sur ce petit solide de $0^{m^2}.17$ de section

ont suffi pour produire son écrasement et la voûte s'est assise lentement sur son cintre.

En résumé, une surcharge de 1,656 kilogrammes par mètre carré, en sus du poids que la voûte est destinée à porter, n'a produit sur cette voûte que des mouvements plus faibles que ceux dus aux variations de température. Cette surcharge, le choc à la clef d'un poids de 4,975 kilogrammes tombant de 0^{m}.30 de hauteur, la démolition de la culée jusqu'à ne lui laisser que 7^{m}.10 d'épaisseur, n'ont pas produit la moindre altération de la voûte. Ainsi, avec de bonnes fondations, des culées suffisamment fortes et de la pierre ne s'écrasant que sous un poids de 400 kilogrammes par centimètre carré, on peut faire en maçonnerie de pierre de taille des voûtes de grande portée surbaissées au dix-huitième ; mais la construction de pareilles voûtes exige de grands soins dans l'exécution.

PONT D'AUSTERLITZ,

SUR LA SEINE, A PARIS.

Planche 41.

Le pont d'Austerlitz, construit au commencement du premier empire pour établir une communication entre le quartier de l'Arsenal et celui du Jardin des Plantes, a été l'un des premiers ponts métalliques ; il s'est ressenti de l'inexpérience du moment, relativement à ce nouveau genre de construction. En 1854, un grand nombre des pièces formant les arcs étant cassées, on a dû procéder à la reconstruction des arches. Heu-

reusement, l'éminent ingénieur Lamandé qui avait construit les piles et les culées, les avait établies de manière à pouvoir porter des voûtes en maçonnerie; la longueur des fondations a même permis d'augmenter la largeur du pont, qui de 12^{m}.74 a été portée à 18 mètres. Cette augmentation de largeur était devenue nécessaire, par suite de l'accroissement considérable de la circulation résultant de l'établissement de deux grandes gares de chemin de fer dans le voisinage. Les caissons échoués sur les pieux de fondation avaient 18^{m}.80 de longueur; autour de chaque caisson régnait un encrèchement de 2 mètres de largeur, entouré d'une enceinte de pieux et palplanches et rempli de béton, comme les intervalles des pieux portant le caisson; on a pu, sans inconvénient, établir les avant et arrière-becs des piles du pont en maçonnerie sur les encrèchements. Quant aux culées, elles avaient 18 mètres de longueur.

Le pont actuel est formé de cinq arches en arc de cercle de 32 mètres d'ouverture et dont la flèche varie de 4^{m}.67 à 4^{m}.02, du sommet à la rive.

Les voûtes sont en maçonnerie de meulière, hourdée en mortier de ciment romain; elles ont 1^{m}.20 d'épaisseur à la clef et 2 mètres d'épaisseur aux naissances. Les avant et arrière-becs des piles, les têtes des voûtes et les corniches sont en pierre de taille; les parapets sont en fonte. La chaussée et les trottoirs sont portés par des voûtes d'allégement longitudinales en meulière et mortier de ciment; les tympans sont décorés d'un motif de sculture composé d'une N couronnée, dans une guirlande et flanqué de palmes.

Les travaux ont été entrepris dans le courant du mois de juillet 1864; le pont a été livré à la circulation le 8 novembre de la même année; la dépense s'est élevée à la somme de 951,204^{f}.08.

PONT NAPOLÉON III,

SUR LA SEINE, A PARIS.

Planche 42.

Le pont Napoléon III a été construit en 1852 et 1853. Sa largeur de 25^{m}.40 entre les têtes est partagée en deux, par une cloison en fonte ; 7^{m}.74 sont affectés au service du chemin de fer de ceinture, le surplus sert à la circulation ordinaire.

Ce pont est formé de cinq arches en arc de cercle de 34^{m}.50 d'ouverture et de 4^{m}.60 de flèche ; il comprend, en outre, deux passages de 12 mètres de largeur dans le prolongement des quais.

Les piles, les têtes des voûtes et les corniches sont en pierre de taille, le surplus des maçonneries est en meulière ; les voûtes sont hourdées en mortier de ciment romain, elles ont 1^{m}.20 d'épaisseur à la clef et sont extradossées parallèlement. Le ballast, la chaussée et les trottoirs sont portés par des voûtes d'allégement en maçonnerie de meulière et mortier de ciment ; les axes de ces voûtes sont parallèles à l'axe du pont. Les fondations ont été établies sur pieux, au moyen de batardeaux en béton. Les parapets sont en fonte.

La construction de cet important ouvrage a donné lieu à une dépense de 2,236,905 francs.

PONT DE TILSITT,

SUR LA SAONE, A LYON.

Planche 43.

Le pont de Tilsitt, construit en maçonnerie sur la Saône, à Lyon, et qui avait été terminé en 1808, comprenait cinq arches en anse de panier, de 20^{m}.80 d'ouverture, et quatre piles de 4^{m}.06 d'épaisseur au niveau des naissances. Ce pont présentait à l'écoulement des eaux de la Saône, en temps d'inondation, le plus grand obstacle qu'elles rencontrassent dans la traversée de Lyon et produisait un remous considérable. Les travaux décrétés en 1859, pour la défense de Lyon contre les inondations, comprenaient la reconstruction de ce pont.

Le nouveau pont est également en maçonnerie; il est formé de cinq arches en arc de cercle; l'arche du milieu a 22^{m}.84 d'ouverture et 2^{m}.75 de flèche; les arches latérales à celle du milieu ont 22^{m}.30 d'ouverture et 2^{m}.55 de flèche; enfin les arches de rive ont 21^{m}.40 d'ouverture et 2^{m}.25 de flèche; les naissances sont à 7^{m}.327 au-dessus de l'étiage.

Le débouché linéaire du nouveau pont, au niveau des naissances, est de 110^{m}.25; celui de l'ancien pont était de 104 mètres. La section d'écoulement, à la cote 7^{m}.70 au dessus de l'étiage, est de 816 mètres au lieu de 670 mètres; enfin la largeur entre les têtes a été portée de 13^{m}.73 à 15^{m}.34; la chaussée a 8 mètres de largeur et les trottoirs 3^{m}.67 chacun.

Les plates-formes en charpente qui formaient les fondations des

anciennes piles étant plus longues que la maçonnerie de ces piles, le prolongement des piles a pu être établi sur ces plates-formes.

Les voûtes ont 1^{m}.10 d'épaisseur à la clef et 1^{m}.30 d'épaisseur aux naissances; les voûtes et les piles sont entièrement en pierre de taille, avec mortier de ciment à prise lente de Grenoble.

PONT-VIADUC DE NOGENT-SUR-MARNE,

SUR LE CHEMIN DE FER DE PARIS A MULHOUSE (*).

Planche 44.

Le pont-viaduc de Nogent-sur-Marne est formé de deux ouvrages différents : 1° d'un pont en maçonnerie ayant quatre arches de 50 mètres d'ouverture chacune; 2° à la suite de ce pont, d'un viaduc également en maçonnerie de vingt-cinq arches de 15 mètres d'ouverture sur la rive droite et de cinq arches de même ouverture sur la rive gauche.

Toutes les arches sont en plein cintre; le viaduc sur la rive droite est divisé en cinq travées de cinq arches, par des piles-culées armées de contre-forts dont la saillie est utilisée pour former des petites gares. La partie submersible de la vallée s'étend sous quinze arches du viaduc sur la rive droite et sous deux arches sur la rive gauche. A la hauteur des plus hautes

---

(*) Extrait en partie des *Notices relatives aux travaux publics français* (Exposition universelle à Londres, 1862.).

eaux, les piles portent un socle qui n'existe pas dans les piles situées en dehors de la partie submersible.

Les piles simples du viaduc ont 3 mètres d'épaisseur à la naissance, les piles-culées ont 4 mètres ; elles ont toutes un fruit dans chaque sens de 1/20.

Les contre-forts des piles-culées ont 2 mètres de largeur et $0^m.55$ de saillie à leur partie supérieure sur le nu des tympans qui sont verticaux. Ils ont un fruit extérieur de 1/20, mais leurs faces latérales sont verticales et interrompent les impostes des piles-culées.

De la naissance au socle, le fût des piles a 13 mètres de hauteur. La corniche et le socle sont profilés sur les contre-forts.

Les parapets ont $1^m.20$ de hauteur au-dessus de la corniche, qui a $0^m.65$ d'épaisseur et une saillie variable, qui est de $0^m.60$ sur presque toute la longueur de l'ouvrage. Les socles ont 0 .335 de hauteur et $0^m.222$ de saillie.

L'archivolte des arches de 15 mètres a $0^m.70$ de hauteur, les clefs et contre-clefs du viaduc ont $0^m.95$ de hauteur et se raccordent avec les moulures de la corniche.

Les trois premières travées du viaduc sur la rive droite et la travée sur la rive gauche sont en courbes de 1,000 mètres de rayon ; les autres travées et le pont sont en ligne droite.

Le viaduc et le pont sont séparés par des contre-forts de $9^m.25$ de largeur correspondant aux culées du pont.

Le pont proprement dit se compose de quatre arches en plein cintre de 50 mètres d'ouverture, dont la naissance est au niveau de l'étiage de la Marne.

Les piles du pont ont 6 mètres d'épaisseur à la naissance ; la pile en rivière a deux musoirs ou demi-tours servant d'avant et arrière-becs ; ces musoirs n'existent pas aux culées et aux piles placées dans l'île ; ils ont été remplacés par des avant-corps saillants reproduisant les mêmes lignes

en élévation. Les piles et culées sont armées de contre-forts dont le fruit extérieur est de 1/20 et dont les faces latérales sont verticales. Ces contre-forts s'arrêtent, d'une part à la corniche et de l'autre aux chapeaux des avant-corps des piles et culées.

De petites gares correspondent sur la voie aux contre-forts; il en a été ménagé aussi au-dessus des clefs de voûte; à cet effet, les saillies des clefs et contre-clefs ont été disposées de manière à introduire une saillie correspondante de la corniche et des parapets et à fournir un motif de décoration des voûtes.

Les tympans sont verticaux; les voussoirs forment un bandeau régulier ou archivolte de $1^{m}.80$ de hauteur; la corniche a $0^{m}.65$ d'épaisseur et $0^{m}.60$ de saillie, comme au viaduc; le parapet a $1^{m}.20$ de hauteur au-dessus de la corniche; les moulures du parapet et de la corniche règnent sans interruption sur toute la longueur de l'ouvrage. Au-dessous de la corniche, les contre-forts du pont sont ornés de modillons; ce motif est rappelé dans la décoration des clefs. Les clefs sont pendantes de $0^{m}.20$ et ont $2^{m}.35$ de hauteur, y compris la tablette placée entre la volute et les modillons.

L'édifice a, dans son entier développement, 830 mètres de longueur et 29 mètres de hauteur au-dessus de l'étiage de la Marne. La largeur entre les parapets est de 8 mètres et celle entre les têtes, de $8^{m}.90$.

Le pont, compris entre les deux portions du viaduc, traverse obliquement la vallée; l'axe des voûtes fait avec le courant un angle de 23 degrés environ; les arches extrêmes, sur les deux bras de la Marne, sont pourvues de chemins de halage. L'intervalle entre les têtes n'est pas plein; des voûtes, dites de décharge, ménagent des vides et cette disposition contribue à diminuer la pression sur les voûtes et sur les piles. Dans le viaduc, les voûtes de décharge (voir *planche 44, fig.* 3 et 4) sont parallèles aux voûtes principales sur les reins desquelles elles s'appuient; elles se rapprochent beaucoup du plein cintre.

Dans le pont, les voûtes de décharge (voir *planche* 44, *fig.* 5 et 6) sont

perpendiculaires aux voûtes principales. Elles sont petites, et les ouvertures varient de manière à faire correspondre la position des pieds-droits à celle des rails de la voie. Ces pieds-droits, à cause de leur hauteur, sont reliés entre eux par des voûtes, ce qui constitue un système de voûtes de décharge composé de quatre étages de voûtes superposées; celles du milieu ont $1^{m}.44$ de diamètre; celles qui sont à droite et à gauche des précédentes ont $0^{m}.90$ d'ouverture; les voûtes placées aux extrémités viennent s'appuyer sur les tympans et les contre-forts.

Des cheminées, placées à la partie supérieure des voûtes de décharge du viaduc et du pont, permettent d'y descendre de la voie; dans celles du pont, il y a des portes et des ouvertures pour descendre à tous les étages de voûtes.

Les angles saillants et rentrants, les impostes, les socles et musoirs des piles et culées, les parapets, moulures et corniches sont en pierre de taille; les douelles, tympans et parements des pieds-droits sont en meulière piquée; les maçonneries de remplissage du viaduc sont en moellons de Saint-Maur, celles du grand pont, en meulière brute.

Sur la rive droite, dans la partie submersible, les fondations sont établies sur le gravier incompressible et très pur, dont la profondeur est de 3 mètres à $3^{m}.50$ dans la partie supérieure de la vallée et de 13 mètres dans la partie la plus basse, l'île des Loups. Dans la partie non submersible, les fondations sont établies sur une argile jaune ocreuse, compacte, dont la profondeur varie de $1^{m}.50$ à 3 mètres; sur la rive gauche, également dans la partie insubmersible, les fouilles ont été descendues, à peu près à la même profondeur, jusqu'à une argile bleuâtre, compacte, contenant un suintement qui a été recueilli dans une rigole d'assainissement pour éviter tout mouvement de glissement.

Tout l'ouvrage est fondé au moyen d'une couche de béton placée entre la maçonnerie et le sol jugé suffisamment résistant. L'épaisseur de cette couche de béton est variable. En raison de la nature du sol, la couche de

béton établie sous certaines piles a dû être entourée d'une enceinte de pieux et palplanches.

L'enceinte de pieux et palplanches a été remplacée, dans la pile en rivière, par une enveloppe générale en tôle, de forme cylindrique de $22^{m}.35$ de longueur sur $10^{m}.80$ de largeur en moyenne et de 9 mètres de hauteur, divisée en trois couronnes, l'une de 3 mètres, l'autre de $3^{m}.50$ et l'autre de $2^{m}.50$.

La couronne inférieure correspondait à la partie bétonnée de la fondation; elle était composée de feuilles de tôle de $0^{m}.0045$ dans la partie plane et $0^{m}.004$ dans la partie courbe formant les avant et arrière-becs.

La couronne intermédiaire, qui correspondait à la partie maçonnée de la fondation, devait être établie assez solidement pour résister à la pression latérale de l'eau extérieure pendant l'exécution. On a employé pour l'établir des tôles de $0^{m}.008$ et $0^{m}.010$ d'épaisseur.

La couronne supérieure, qui n'était destinée qu'à servir de batardeau et qui devait être enlevée après l'achèvement des maçonneries, était formée de tôle de $0^{m}.0035$ et $0^{m}.0045$.

Les cintres du viaduc sont des cintres retroussés ordinaires. Ceux du pont sont divisés en deux parties, comme le montre la figure 164, planche 25; la partie fixe, qui a pour contours ABCDEFGH, fournit les points d'appui; la partie mobile se compose d'un segment DOE et de deux triangles mixtilignes BCD, EFG; elle forme le périmètre qui seul est destiné à être décintré.

La partie fixe repose sur des palées espacées de 5 à 6 mètres et élevées jusqu'à une hauteur de 7 mètres au-dessus de l'étiage. Au-dessus des palées et dans leur plan, sont des poutres de $1^{m}.20$ de hauteur, composées de quatre pièces superposées, destinées à répartir les pressions sur les pieux des palées. Les palées et ces poutres sont maintenues par des croix de Saint-André. Au-dessus de ces poutres sont des fermes de 6 mètres de hauteur qui répartissent la pression sur les palées; au-dessus de ces fermes règne un plancher. Dans les cintres des voûtes extrêmes on a ménagé des passes

marinières dont les dispositions sont indiquées figure 164. Les parties du cintre destinées à être mises en mouvement pour le décintrement forment des segments rigides. On a exécuté d'abord la voûte sur le tiers de son épaisseur; on a obtenu ainsi une première voûte qui a soulagé les cintres.

La dépense totale s'est élevée au chiffre de 5,374,057f.25, qui se décompose de la manière suivante :

Terrassements.	130,745f.77
Maçonnerie.	3,820,054 .44
Charpente	867,971 .33
Ferronnerie	129,449 .92
Divers	425,835 .79
Total.	5,374,057f.25

VIADUC DE COMELLE,

SUR LE CHEMIN DE FER DE PARIS A CREIL (*).

Planches 45 *et* 46.

Le viaduc de Comelle a été construit pour donner passage au chemin de fer direct de Paris à Creil, par Chantilly; il est situé à 4 kilomètres environ avant cette dernière localité, au milieu de la forêt, et traverse la gorge de la Thève au-dessous des étangs de la Reine-Blanche.

Il se compose de quinze arches en plein cintre de 19 mètres d'ouverture sup-

(*) Nous devons les renseignements qui suivent à l'obligeance de M. l'ingénieur Mantion.

portées par quatorze piles intermédiaires, de $2^{m}.70$ d'épaisseur aux naissances, et deux culées perdues de 4 mètres d'épaisseur, ce qui porte la longueur totale de l'ouvrage à $330^{m}.80$.

Les six arcades centrales traversent la partie plane de la vallée et les rails sont à une hauteur moyenne d'environ $38^{m}.50$ au-dessus du sol. Les quatre premières arches du côté de Paris, les cinq dernières du côté de Creil, présentent des hauteurs variables de 10 mètres à 39 mètres.

Le sol du fond de la vallée se composait d'une couche de tourbe de $3^{m}.50$ à $4^{m}.50$ d'épaisseur, reposant sur un sable très fin jusqu'à une très grande profondeur; ce sable était impur et mélangé de débris végétaux. Le sol des coteaux était composé d'éboulements anciens de calcaire grossier, formant une croûte mince au-dessus de sables fins purs.

Dans le type de construction adopté, on a cherché à réduire autant que possible le nombre des points d'appui, dont la fondation devait être coûteuse, et le cube des maçonneries à supporter. On s'est attaché, en outre, à éviter les faibles épaisseurs de maçonnerie qui constituent un travail de sujétion et donnent lieu à des parements vus trop multipliés.

L'ouvrage est entièrement construit en moellons, bruts pour les maçonneries intérieures, smillés pour les parements, ciselés avec bossages pour les chaînes d'angle et les têtes de voûtes.

La pierre de taille n'a été adoptée qu'en trois points : 1° les assises de couronnement des socles, où elle sert à racheter de larges retraites; 2° les assises du bandeau des naissances, dont les saillies devaient supporter les cintres retroussés; 3° la corniche et le parapet.

Les matériaux proviennent de la tranchée voisine ouverte dans le calcaire grossier. Pierre de taille de roche pour les bandeaux et soubassements, de banc franc pour la corniche et le parapet, moellons de roche pour les socles, de banc franc pour tout le reste. Mortier de chaux hydraulique en élévation, de ciment de Portland à la base des piles centrales.

Les fondations des piles à flanc de coteau et des culées ont été établies sur le sable fin. Les épaisseurs des piles et des voûtes ayant été calculées pour donner dans tous les points faibles une pression maxima de 6 kilogrammes par centimètre carré sous les charges d'épreuve, on a dû élargir la base des piles fondées sur le sable pour ramener la pression à un maximum de 4 kilogrammes. L'élargissement a été obtenu par une seule retraite à environ 3 mètres au-dessus du sol de fondation. En outre, du côté de Paris, où l'inclinaison du coteau est très rapide, on a noyé dans le sol deux bandeaux de maçonnerie, de chacun 2 mètres de largeur et 1 mètre d'épaisseur, s'étendant d'une pile à l'autre et s'opposant à tout déplacement de ces piles.

Pour chacune des piles centrales, le sable impur étant compressible, on a battu des pieux de 30/30 de 10 mètres de longueur moyenne, espacés à raison de un pieu par 2/3 de mètre carré. Après un premier refus, le rebattage a souvent donné un nouvel enfoncement de plus de 1 mètre.

Une enceinte très légère a été établie autour de ces pieux ; on a enlevé la tourbe, coulé du béton sur environ 3 mètres d'épaisseur et couronné le béton et les pieux par une couche de maçonnerie de $1^{m}.50$ d'épaisseur hourdée en mortier de ciment de Portland. Au-dessus se présentent deux larges retraites.

On a ainsi un double système de fondation établi dans des conditions telles que, si les pieux portaient toute la construction, ils seraient chargés à raison de 22 à 23 tonnes par pieu ; si, au contraire, le béton travaillait seul, il supporterait 3 kilog. à $3^{k}.25$ par centimètre carré.

Les fûts des piles présentent un fruit latéral de $0^{m}.035$; le fruit des têtes est de $0^{m}.05$ par mètre de la base jusqu'à la corniche.

Les reins des voûtes ont été évidés autant que possible ; trois petites voûtes longitudinales de $1^{m}.56$ d'ouverture sont supportées par des pieds-droits de $0^{m}.70$ d'épaisseur. Les tympans ont une épaisseur minima de

1^{m}.085. Dans les pieds-droits et les tympans on a ménagé des évidements transversaux.

On a eu soin, pendant la construction des voûtes et des tympans, de ne pas poser les clefs de ces évidements transversaux et de laisser régner au-dessus des reins un vide complet de 0^{m}.30 à 0^{m}.50 de largeur, tant dans les tympans que dans les petites voûtes longitudinales. Puis on a chargé le viaduc d'une couche de ballast de 1^{m} d'épaisseur, et on a abandonné l'ouvrage en cet état pendant quelques semaines. Il s'est produit quelques centimètres de tassement et, après la cessation de tout mouvement, on a rempli les lacunes signalées ci-dessus. Depuis lors, aucune fissure ne s'est produite. Les tassements dont il s'agit montrent assez la nécessité des précautions prises et justifient l'emploi d'une double fondation.

Les cintres retroussés ont été étudiés de façon à n'employer que des bois de dimensions usuelles. On avait maçonné sans cintres une hauteur d'environ 3 mètres au-dessus des naissances, ce qui donnait de la stabilité aux assises formant support des cintres.

Des chevalets ont été posés sur les saillies de ces assises et reliés entre eux d'une face à l'autre d'une même pile en avant des têtes. Sur ces chevalets, on a posé les boîtes à sables et la semelle inférieure des cintres; on a réduit ainsi sensiblement la longueur des arbalétriers. On a employé pour ces dernières pièces les sapins grossièrement équarris du commerce présentant à l'une de leurs extrémités une section de 0^{m}.20 de côté et, à l'autre extrémité, une section de 0^{m}.30 sur 0^{m}.30.

Toutes les arches ont été cintrées simultanément.

L'absence des piles-culées exigeait cette simultanéité. On avait estimé qu'avec de pareilles hauteurs, sur un sol aussi peu résistant, les piles-culées n'eussent pas offert de véritables garanties; la fondation aurait cédé dès que les pressions n'auraient plus été uniformément réparties.

Les travaux de battage des pieux ont été commencés à la fin de 1856; à l'automne de 1857, toutes les piles étaient élevées à 3 mètres au-dessus des

naissances. On a posé les cintres pendant l'hiver et l'ouvrage a été terminé dans les derniers mois de 1858.

VIADUC SUR L'AULNE,

PRÈS PORT-LAUNAY, CHEMIN DE FER DE CHATEAULIN A LANDERNEAU (*).

Planche 47.

Le viaduc de Port-Launay est situé sur le chemin de fer de Châteaulin à Landerneau, à 1,500 mètres au delà de la station de Châteaulin; il franchit la vallée de l'Aulne à 1,200 mètres en aval du bourg de Port-Launay et à 500 mètres seulement en amont de l'écluse de Guily-Glass. Cette écluse, la dernière de celles construites pour la navigation de l'Aulne, est surmontée par la haute mer et la navigation maritime s'étend sur tout le bief supérieur dans lequel elle dessert successivement Port-Launay et Châteaulin. Le viaduc se compose de douze arches de 22 mètres d'ouverture et présente une longueur totale de 357 mètres. Sa hauteur est de 48^{m}.40 par rapport au terrain des prairies de la vallée, de 52^{m}.50 par rapport au niveau moyen de la mer et enfin de 54^{m}.70 par rapport au sol de fondation des piles en rivière. Sa superficie en élévation est de 14,310 mètres, parapet non compris, et le volume total des maçonneries s'élève à 49,065 mètres cubes.

(*) Extrait des *Notices relatives aux travaux publics français* (Exposition universelle à Paris, 1867).

Pour les viaducs dont la hauteur dépasse 40 à 45 mètres, il a été jusqu'à présent d'usage d'établir deux étages d'arches superposées, ou tout au moins de contre-buter les piles par des voûtes intermédiaires de plus faible largeur, ainsi qu'on l'a fait, par exemple, au viaduc de Chaumont; mais dans le cas actuel, la nécessité de conserver un passage facile pour les navires qui fréquentent les ports de Châteaulin et de Port-Launay aurait obligé à donner à l'étage inférieur 30 mètres sous clef et, par suite, l'étage supérieur se serait trouvé beaucoup moins élevé que l'étage inférieur, contrairement aux dispositions habituellement suivies. L'effet n'en aurait pas été heureux, et l'on a préféré renoncer à tout contre-butement intermédiaire en n'établissant qu'un seul rang d'arches.

En raison de la hauteur exceptionnelle ainsi donnée aux arches, il convenait d'augmenter pour elles l'ouverture ordinaire, afin de les maintenir dans de justes proportions. On y était porté également par un autre motif : il est à remarquer, en effet, que les ouvertures moyennes habituellement données aux arches des viaducs font très bien en élévation sur un dessin, mais qu'en exécution et surtout lorsqu'il s'agit d'un ouvrage d'une grande longueur, pour lequel la plupart des arches sont nécessairement vues en perspective, les vides de ces dernières arches sont singulièrement réduits en apparence et finissent même par disparaître tout à fait pour l'observateur. Pour atténuer autant que possible cet effet, il ne suffit pas d'augmenter le rapport du vide au plein en élévation, il faut de plus que le rapport de l'ouverture des arches à la dimension transversale des piles soit accru dans une forte proportion. On a donc été conduit pour le viaduc de Port-Launay à donner aux arches une ouverture de 22 mètres; des voûtes de cette dimension reposant sur des piles élevées donnent beaucoup de jour et procurent à l'ouvrage un aspect d'ampleur et de légèreté rarement atteint dans les constructions de ce genre.

Les piles en rivière sont au nombre de trois et pour deux d'entre elles les difficultés de fondation ont été sérieuses. Il s'agissait de fonder en pleine rivière, à $5^{m}.40$ au-dessous de la retenue d'eau du barrage de Guily-Glass

et en se tenant à l'abri des marées qui pouvaient s'élever encore jusqu'à 2 mètres plus haut. Le sol de fondation est un schiste ardoisier à feuillets fortement inclinés, dont il était nécessaire d'enlever la surface afin de mettre à vif le rocher dur et qui, en outre, était recouvert d'une couche de vase et de gravier. Pour des piles aussi fortement chargées, il était d'une très grande importance de s'assurer d'une excellente fondation et, par suite, de pouvoir l'établir par épuisement. Dans ce but, après avoir enlevé la couche mobile par un dragage à grande section, on a immergé pour chaque pile un caisson en charpente sans fond de $22^{m}.75$ de longueur sur 10 mètres de largeur et dont les parois avaient été calfatées d'avance, excepté à la partie basse pour laquelle il était impossible de racheter *à priori* les inégalités très prononcées du terrain schisteux; on y est parvenu, après l'immersion, en faisant glisser dans cette partie, entre les deux derniers cours de moises du caisson, des palplanches verticales très serrées, à l'extérieur desquelles on a établi un petit batardeau en argile recouvert d'une forte toile consolidée par des enrochements. On a ensuite épuisé à l'intérieur du caisson et l'étanchéité obtenue était telle qu'il suffisait de faire fonctionner une pompe pendant deux ou trois heures par jour pour tenir la fouille parfaitement à sec. A l'abri de cette grande enceinte, on a pu avec la plus grande facilité enlever toutes les parties tendres du schiste, mettre à nu les parties dures, en régulariser les surfaces et enfin construire les maçonneries jusqu'au-dessus des plus hautes mers.

Pour mettre le caisson en place, on a profité d'une manière heureuse de la double faculté que donnaient, d'une part, les pertuis du barrage pour faire baisser momentanément le niveau des eaux et, d'autre part, l'action de la marée pour faire monter rapidement ce niveau. En effet, après avoir assemblé le caisson sur des bateaux, à l'emplacement de la fouille, et l'avoir fait porter sur de fortes béquilles fixées au bord des bateaux et dont le pied descendait à près de 2 mètres au-dessous du fond de ces bateaux, on a fait baisser le niveau des eaux, et les béquilles sont venues reposer sur le fond du lit de la rivière; puis, après avoir dégagé les bateaux, on a attendu la marée

montante et l'on a ramené les bateaux pour saisir le caisson à la partie supérieure; les eaux continuant à faire monter les bateaux ont fait soulever un peu le caisson de manière à permettre d'enlever les béquilles : alors, en faisant de nouveau baisser les eaux, on n'a plus eu qu'à laisser descendre le caisson pour qu'il vînt se fixer dans sa position définitive. Ce secours des eaux a été fort utile, car il a dispensé de tout emploi de grues ou de treuils et a permis de manœuvrer avec une grande facilité une masse dont le poids dépassait 75,000 kilogrammes.

La dépense de fondation d'une pile ainsi établie est résumée de la manière suivante :

Fournitures de bois et façon du caisson.	18,476 fr.
Dragages, batardeau en argile, déblais à l'intérieur du caisson, etc.	12,862
Maçonneries.	25,255
Fournitures de matériel.	13,443
Dépenses diverses, journées, fournitures, surveillance, etc.	7,798
Total.	77,834 fr.

Le prix par mètre superficiel de fondation ainsi établie à $7^{m}.40$ de profondeur au-dessous des hautes mers est de 390 francs, et le prix par mètre cube ne dépasse pas 53 francs.

Les piles ont $4^{m}.80$ d'épaisseur aux naissances et sont appuyées par des contre-forts ayant $2^{m}.40$ d'épaisseur au même niveau; ces contre-forts, dont le fruit est beaucoup plus considérable que celui des piles elles-mêmes et qui présentent sur elles une saillie très marquée, surtout à la partie basse, diminuent à l'œil leur épaisseur et donnent beaucoup d'élégance à l'élévation. Ils sont d'ailleurs utiles non-seulement pour s'opposer aux déversements, mais de plus pour augmenter les superficies horizontales et diminuer les pressions par unité de surface. Ces pressions, pour lesquelles on s'est attaché à ne pas dépasser sensiblement 9 kilogrammes par centimètre carré, sont :

Aux naissances.	$5^{kil}.84$
A la base des piles sur les socles. . . .	8 .65
A la base des socles.	9 .12
Sur le sol de fondation.	7 .29

L'emploi de la pierre de taille a été exclusivement limité au couronnement des soubassements, aux tailloirs des contre-forts, aux plinthes et aux parapéts; tout le reste des parements vus, y compris les angles des piles et les bandeaux des voûtes, est entièrement formé de moellons parementés à bossages rustiques; seulement pour bien dessiner les lignes et pour assurer l'exactitude de la pose, on a, sur chaque angle, détaché les arêtes par des ciselures continues. Les maçonneries de ce genre, en écartant toute recherche d'appareil et en ne faisant ressortir que les lignes principales de la construction, présentent un caractére d'homogénéité très rassurant et qui convient d'une manière spéciale pour un grand ouvrage. On a même évité de placer un cordon aux naissances, afin que la voûte continuant la pile sans interruption, augmentât encore en apparence la hauteur des arches vues d'en bas.

Sur un ouvrage aussi élevé et surtout avec d'aussi grandes arches, la trépidation des trains s'exerçant sur un remplissage, entre les murs de tympans, pourrait produire des poussées dangereuses et, pour les éviter, on a construit, sur les reins de chacune des grandes voûtes, trois petites voûtes longitudinales de $1^{m}.20$ d'ouverture; on n'a pas adopté des ouvertures plus grandes, parce que l'augmentation d'élégissement que l'on aurait pu réaliser se serait trouvée sans importance par rapport à la masse totale pesant sur chaque pile et parce qu'il était beaucoup plus utile de donner aux murs séparant les petites voûtes une grande solidité; pour augmenter encore leur résistance et prévenir toute flexion dans la partie où ils ont le plus de hauteur, on les a reliés par deux lignes de voûtes perpendiculaires qui s'opposent au rapprochement, pendant que de forts tirants reposant au-dessus de ces dernières voûtes empêchent au contraire tout écartement.

Des puits avec regards ménagés sur l'axe du viaduc permettront à toute époque de descendre de la voie pour visiter les voûtes intérieures.

Pour l'ensemble du viaduc, le rapport du vide au plein en élévation est de 2.13 et le cube moyen de maçonnerie par mètre superficiel en élévation est de $3^{m3}.43$.

La pierre de taille et le moellon de parement sont en granit gris foncé provenant des environs de Rostrenen (Côtes-du-Nord); le moellon brut est une roche amphibolique très dure, extraite à Dinéault, sur les bords de l'Aulne; le sable a été pris sur les grèves de la mer, en dehors de la rade de Brest; enfin la chaux hydraulique a été fournie par les usines de Doué (Maine-et-Loire) et Échoisy (Charente).

L'intérieur des maçonneries des piles, au lieu d'être en libages ou en moellons smillés sur les lits, comme on l'a fait pour d'autres grands viaducs, est simplement en maçonnerie de moellons bruts; seulement cette maçonnerie a été faite avec soin et, en outre, pour rendre le mortier plus énergique, on a ajouté à chaque mètre cube de mortier 100 kilogrammes de ciment de Portland. La même précaution a été prise pour les maçonneries des voûtes aux abords de la clef. Enfin, pour soustraire les maçonneries de fondation à l'action destructive de l'eau de mer, la couche inférieure et les parements des massifs de fondation des piles en rivière ont été maçonnés exclusivement avec du mortier de ciment de Portland.

Les cintres étaient soutenus par des rails traversant les maçonneries des piles au niveau des naissances. Par arche, le cube de bois employé s'est élevé à 106 mètres et la dépense du cintre a été de 8000 francs environ. Le tassement au sommet pendant la construction a été en moyenne de $0^{m}.09$, mais le tassement des voûtes, par suite du décintrement, ne s'est élevé en moyenne qu'à $0^{m}.015$.

Les travaux ont été adjugés le 18 mars 1864. Pendant le reste de la campagne on a fait des approvisionnements et fondé sept piles, dont deux en rivière; dans la campagne de 1865 on a terminé les fondations et élevé toutes

les piles et culées jusqu'au niveau des naissances; enfin, dans la campagne de 1866, on a construit toutes les voûtes et terminé l'ouvrage, sauf les parapets. La construction du viaduc aura donc duré près de trois ans.

Les dépenses faites pour la construction du viaduc de Port-Launay se résument ainsi qu'il suit :

NATURE DES TRAVAUX.	DÉPENSES EFFECTUÉES	
	en totalité.	par mètre linéaire.
	francs	francs
Fondations.	320,000	896
Piles et culées jusqu'aux naissances	980,000	2,745
Des naissances à la plinthe.	610,000	1,709
Plinthes et parapets.	130,000	364
Cintres	100,000	280
Abords et travaux accessoires.	60,000	168
Totaux au-dessus des fondations. . .	1,880,000	5,266
Totaux, fondations comprises.	2,200,000	6,162

Les prix par mètre superficiel en élévation sont :

Au-dessus des fondations.	131 fr.
Et fondations comprises	154

VIADUC DE CHAUMONT,

SUR LA LIGNE DE SAINT-DIZIER A GRAY (*).

Planche 48.

Le viaduc de Chaumont sert aux lignes de Paris à Mulhouse et de Saint-Dizier à Gray, réunies sur ce point, à franchir la vallée de la Suize, que la ligne de Paris à Mulhouse devait traverser en toutes circonstances. Il se trouve situé à un kilomètre au delà de l'origine du tronc commun et à 500 mètres en deçà de la gare de même nom.

Si l'on fait abstraction du garde-corps en fonte qui lui sert de couronnement, le viaduc de Chaumont est entièrement construit en maçonnerie.

Des piles-culées le divisent en dix travées de cinq arcades chacune. Les piles intermédiaires sont de simples supports, dont l'épaisseur moyenne ne dépasse pas 1/25 de la hauteur maxima du monument. Chaque arcade d'une travée se compose, dans la partie la plus élevée de l'édifice, d'une arche à plein cintre de 10 mètres d'ouverture, qui supporte la voie de fer sur une largeur de 8 mètres entre garde-corps, puis de deux étages intermédiaires formés d'arches de contreventement, ayant à la fois pour but de rompre les trépidations puissantes qui résultent toujours du passage du train et de donner appui aux piles-supports qui eussent été beaucoup trop minces sans cette précaution. En conséquence, ces arcs-boutants n'ont reçu que 3 mètres de largeur entre leurs tympans, au lieu de 8 mètres

(*) Extrait des *Notices relatives aux travaux publics français* (Exposition universelle à Londres, 1862).

donnés aux grandes arches supérieures, disposition qui n'avait peut-être jamais été admise jusque-là d'une manière aussi fortement accusée.

D'ailleurs ces arcs-boutants dérivent simplement du plein cintre supérieur, en recoupant ses reins de part et d'autre sur $0^m.125$ de largeur pour l'étage moyen et sur $0^m.25$ pour l'étage inférieur. De sorte que les mêmes cintres ont pu servir du haut en bas de l'ouvrage.

Le viaduc entier a été établi suivant une rampe de $0^m.006$ par mètre que suivent les cordons, la plinthe, le garde-corps et les lignes de centres des trois étages de voûtes. Les lignes de naissances de ces mêmes voûtes sont placées partout au même niveau que le centre de l'arche correspondante.

Dans le but de rendre la surveillance et la réparation du viaduc plus faciles, on a ménagé, à travers toutes les piles et au niveau des deux étages d'arcs-boutants, des portes à plein cintre de $2^m.50$ de largeur et de 5 mètres de hauteur sous clef; les arcs-boutants de l'étage inférieur, combinés avec les portes qui leur correspondent, ont permis de constituer un passage de piétons extrêmement utile d'un côté à l'autre de la vallée de la Suize. Un garde-corps très léger, composé d'une lisse, de trois sous-lisses et de potelets en fer laminé, a suffi pour atteindre ce but.

Enfin le viaduc de Chaumont est à culées perdues, c'est-à-dire qu'il est tel qu'il résulterait du type à hauteur maxima que nous venons de décrire, arasé à la partie supérieure suivant la rampe de $0^m.006$ du chemin de fer, mais en même temps recoupé à la base, suivant le relief naturel du sol. Ni murs en ailes, ni murs en retour ne le terminent à ses extrémités. Les remblais aux abords le contre-butent simplement en l'enveloppant par les talus de leur terre coulante.

Les autres particularités que présente le viaduc de Chaumont résultent des conditions dans lesquelles il a été exécuté.

L'emploi de la pierre de taille a été restreint à la formation des cordons généraux qui dessinent la partie supérieure de chaque étage des piles, à la formation des archivoltes des voûtes, ainsi que des consoles et de la plin-

the du couronnement, c'est-à-dire, à 1/19 seulement du cube total des maçonneries, ou bien à 3,000 mètres cubes en nombre rond.

Dans les assises inférieures, qui supportent un poids de plus de 7 kilogrammes par centimètre carré, le massif de remplissage se compose de maçonnerie de moellons smillés sur leurs lits, de même hauteur dans chacune des assises et qui paraîtraient en plan, comme assemblés sous forme de mosaïque grossière, mais à joints serrés et sans tolérance de cales dans les lits.

Au fur et à mesure que cette pression s'abaissait entre 7 et 5 kilogrammes, on a toléré des joints plus larges, deux assises régulières de remplissage pour une de parement, mais on a continué à proscrire toute cale dans les lits. Enfin, lorsque la pression décroissait au-dessous de 5 kilogrammes, les maçonneries s'exécutaient suivant les règles ordinaires d'une bonne et solide construction.

Ce travail considérable a été achevé en quatorze mois par 350 maçons, aidés d'autant de manœuvres à peu près et par 1800 carriers, tailleurs de pierres ou piqueurs de moellons, disséminés dans les carrières.

La dépense s'est élevée à la somme de 5,774,136 fr. 01, qui se décompose de la manière suivante :

Maçonneries.	4,948,927f.38
Échafaudages, cintres, etc. . .	494,000 .00
Fonte pour garde-corps, etc. .	82,850 .30
Dépenses diverses.	248,358 .33

PONT-VIADUC

SUR LA SEINE, A AUTEUIL.

Planche 49.

Cet ouvrage se compose d'un pont ordinaire pour la circulation des voitures et des piétons, à la hauteur des quais projetés sur les deux rives de la Seine, et d'un viaduc placé dans l'axe du pont, portant le chemin de fer de ceinture à un niveau supérieur de 10^m environ à celui des chaussées pour voitures.

La largeur totale est de 31^m qui se décomposent ainsi :

2 parapets.	$1^m.00$
2 trottoirs attenant aux parapets, de $2^m.25$ chacun.	4 .50
2 chaussées en asphalte comprimé, de $7^m.25$ chacune.	14 .50
Trottoir central correspondant au viaduc du chemin de fer. . .	11 .00
Total.	$31^m.00$

Le pont-viaduc est horizontal.

Le pont proprement dit se compose de cinq arches elliptiques égales, de $30^m.25$ d'ouverture et de 9^m de flèche ; les naissances des voûtes sont à $0^m.50$ au-dessus de l'étiage conventionnel. Les piles ont $4^m.72$ d'épaisseur au niveau des naissances.

Le viaduc portant le chemin de fer se compose de 31 arches en plein cintre, de $4^m.80$ d'ouverture chacune.

Le viaduc est terminé à chaque extrémité par une arche en arc de cercle, de 20^m d'ouverture, pour le passage des quais sur chaque rive.

La culée et l'arrière-culée, rive droite, sont fondées sur pilotis ; les pieux battus en quinconce, dans l'argile mêlée de tourbe, sont reliés par une forte couche de béton hydraulique.

Les piles en rivière sont fondées sur massif de béton hydraulique, coulé dans un caisson en charpente sans fond, échoué sur le banc de craie qui forme le sous-sol de la vallée; ce sous-sol a été préalablement mis à nu par un dragage des couches sablonneuses ou vaseuses qui forment le lit du fleuve.

La culée et l'arrière-culée de la rive gauche ont été fondées sur massifs de béton, coulé sur le gravier de l'ancien lit de la Seine, dans une enceinte de pieux et de palplanches.

L'épaisseur à la clef des arches du pont est de $1^{m}.60$ dans la partie centrale qui porte le viaduc et de 1^{m} dans les parties latérales qui correspondent à la circulation ordinaire.

Les travaux ont été commencés le 15 juillet 1863; les fondations ont été terminées dans la même campagne, les grandes arches et leurs tympans ont été exécutés dans la campagne de 1864. La circulation a été livrée aux voitures et aux piétons le 15 juillet 1865 ; à la fin de la même année, le viaduc du chemin de fer était entièrement terminé.

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

AVERTISSEMENT. 1

CHAPITRE Ier. — NOTIONS SOMMAIRES SUR LES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES ET LE PRIX DES DIVERSES ESPÈCES DE MAÇONNERIES EN USAGE DANS LA CONSTRUCTION DES VOUTES. 3

Propriétés mécaniques des diverses espèces de maçonneries. — Béton. — Maçonnerie ordinaire. — Maçonnerie de parement. — Maçonnerie de pierre de taille. . 3

Division des massifs par des joints. 7

Prix des diverses natures de maçonneries. 7

Résistance des matériaux et des maçonneries. — Renversement, glissement, écrasement des massifs. 8

État actuel des connaissances sur la résistance des matériaux de construction à l'écrasement. 9

Tableau des résistances de divers matériaux à un effort instantané. 11

Exemples pris dans les constructions les plus hardies. 13

Influence de la forme et de la hauteur. 13

Cas d'une pression locale déterminée. 14

Cas d'une pression générale, mais inégale en chaque point. — Détermination de l'intensité en chaque point, suivant l'hypothèse généralement admise. 15

Anomalies résultant de cette hypothèse. — Nécessité d'apprécier dans quelle mesure l'emploi des formules est légitime. 18

CHAPITRE II. — DE LA STABILITÉ DES MASSIFS EN MAÇONNERIE. 22

Observation générale sur la recherche de la stabilité d'un massif. 22

Pages.

Cas d'un massif uniquement soumis à la pesanteur. 23
Cas d'un massif pesant formé d'assises horizontales et soumis à une force horizontale. 24
Même cas, les joints étant inclinés. 27
Propriété du système des joints verticaux. 28
Démonstration de cette propriété par l'équation générale de la courbe des pressions. 29
Cette propriété n'a pas d'importance pratique; il faut que la direction des joints soit normale à la courbe des pressions. 32
La courbe des pressions n'est qu'un lieu géométrique. 33
Cas d'un massif pesant sollicité par une force inclinée. 34
Cas d'un massif pesant sollicité par plusieurs forces agissant sur sa face verticale. 35
Méthode générale pour le tracé de la courbe des pressions. 38
Mouvement qui se produit dans un massif qui n'est pas en équilibre. — Courbe de pression statique. — Courbe de pression dynamique. 39

CHAPITRE III. — **DE LA STABILITÉ DES VOUTES EN MAÇONNERIE.** 47
Définition d'une voûte. — Nécessité de rechercher les conditions de son équilibre. 47
Cas d'une voûte composée de deux lignes droites symétriques extradossées par des parallèles. 48
La division par joints verticaux est celle qui s'oppose le mieux au renversement extérieur. 50
La voûte curviligne qui intercepte entre l'intrados et l'extrados les mêmes ordonnées verticales que la voûte rectiligne a la même courbe de pression. 51
En supposant que l'on soit libre de faire passer la résultante des pressions à la clef et aux naissances par des points fixés d'avance, on peut modifier l'intrados de manière à faire occuper à la courbe des pressions une position déterminée dans l'étendue du joint. 53
On peut déterminer l'épaisseur qu'une voûte doit avoir en chaque point pour que la courbe de pression soit celle qu'on a choisie, pourvu que cette courbe soit convexe vers le ciel et que sa tangente ne soit pas verticale à la naissance. . . 56
Rien n'indique *à priori* la situation des points de passage de la courbe de pression à la clef et aux naissances et ce n'est que par des considérations sur le tassement qu'on peut chercher à déterminer la courbe de pression qui se réalise après le décintrement. — Démonstration dans le cas d'une voûte surbaissée. . . 58
Inexactitude de la théorie actuelle. 64
Dans la nouvelle théorie, la courbe des pressions est encore indéterminée, mais cette indétermination est inévitable. 66
La courbe des pressions passe très près du point de rupture et au-dessus du mi-

Pages.

lieu du joint à la clef. — Influence des soins de construction. 71
Pour une voûte complète, c'est-à-dire, se raccordant avec ses pieds-droits par un élément vertical, la courbe des pressions est tangente à l'intrados. 75
Définition du point de rupture. — On devrait l'appeler point-charnière. 76
En dehors des points-charnières indispensables, il peut en exister d'autres. — Exemples pour une voûte surbaissée et pour une voûte surélevée. 76
Importance de la détermination de la position des points de rupture. 78

CHAPITRE IV. — **RECHERCHE DE LA POSITION DES JOINTS DE RUPTURE ET DE LA COURBE DES PRESSIONS DANS UNE VOUTE QUELCONQUE.** 80
Recherche de la position des joints de rupture dans une voûte complète. — Méthode graphique applicable dans tous les cas. 80
Méthode de calcul pour les intrados circulaires ou elliptiques. — Dans ces voûtes, le joint de rupture se trouve à peu près au milieu de la montée. 82
Démonstration géométrique de cette propriété. 86
Il en résulte un moyen de vérifier la stabilité de la plupart des voûtes par un tracé graphique très-simple. — Exemple sur la voûte du mémoire de MM. Lamé et Clapeyron. 88
Ce tracé sommaire est suffisant pour la pratique. 89
Voûte incomplète. 90
Voûte complète. 92
Voûte en ogive. 93
Voûte en plate-bande. 96
Modification des principes précédents lorsque la voûte n'est pas symétrique. — Arcs rampants, — Voûte non symétriquement chargée. 98
Résumé. — Principe général qui doit guider dans la recherche de la courbe de pression d'une voûte. — Distinction entre les points de rotation et de rupture. . 101
Exemples sur plusieurs voûtes du mémoire de M. Méry. 102
Les points de rotation ne peuvent être que légèrement déplacés, mais on doit toujours faire disparaître les joints de rupture en modifiant le profil, à moins qu'ils ne soient situés à la clef. 104
Les points de rupture à la clef ne sont des indices de chute qu'autant qu'il en existe un autre à l'intrados. 106

CHAPITRE V. — **EXAMEN HISTORIQUE ET CRITIQUE DES DIVERSES THÉORIES DE L'ÉQUILIBRE DES VOUTES.** 108
Objet de cet examen. 108
Théorie de La Hire. 109
Mémoires de Couplet. 110
Expériences de M. Danizy. 111

Pages.

Détermination théorique des conditions de l'équilibre de chacune des portions d'une voûte par Coulomb. 111
Cette théorie demeure stérile pour la pratique. 112
Expériences de M. Boistard. 112
Mémoire de M. Audoy sur la poussée des voûtes. 113
Mémoire publié en 1823 par MM. Lamé et Clapeyron. 114
Il définit le point de rupture. 115
MM. Lamé et Clapeyron tombent dans une erreur regrettable en prétendant qu'avec certains mortiers, certaines tailles et certains soins dans le décintrement, on peut modifier le tracé de la courbe des pressions. 116
Principe posé par M. Navier. 117
Théorie de M. Méry. 118
Elle méconnaît la nécessité et le rôle des points de rotation. 119
Mémoires de M. Yvon Villarceau. 121
Mémoire de M. Carvallo. 125
Mémoire du docteur Scheffler. 125
Critique mal fondée de M. Poncelet. 126
Ce n'est que dans des circonstances très exceptionnelles que la courbe de pression se confond avec la courbe de moindre poussée. 128
Mémoire de M. Drouets. 131

CHAPITRE VI. — **DES CONDITIONS DE STABILITÉ D'UN ASSEMBLAGE DE VOUTES, DES VOUTES EN DOME, DES VOUTES D'ARÊTES, ETC.** 134
Nécessité de se rendre compte de l'action des forces extérieures sur une voûte. — Équilibre des piliers qui soutiennent les voûtes. 134
Nature de la courbe de pression dans un massif vertical servant de culée à plusieurs étages de voûtes. 135
Cas où l'intensité des forces intérieures n'étant pas déterminée, il est nécessaire de la calculer. 137
Application de ces principes aux voûtes soumises à des forces extérieures. — Cas d'une voûte incomplète poussée par une force extérieure appliquée au-dessous du joint de rupture. 139
Cas où la force extérieure est appliquée au-dessus du joint de rupture. 141
Cas d'une voûte complète, la force extérieure étant appliquée au-dessous du joint de rupture. 143
Même cas, la force étant appliquée au-dessus du joint de rupture. 144
Stabilité d'un assemblage de voûtes. — Cas de deux voûtes ayant leurs naissances à la même hauteur et séparées par un pilier vertical. 145
Les voûtes très surbaissées sont préférables pour transmettre des pressions horizontales. 148

Pages.

Cas de plusieurs petites voûtes situées à la suite d'une grande. — Établissement de la poussée d'une voûte à l'autre. 149
On peut contre-buter une voûte par une demi-voûte de même rayon. 150
Cas où les naissances des voûtes ne sont pas situées à la même hauteur, la petite voûte étant au-dessous de la grande. 151
Même cas, la petite voûte étant au-dessus de la grande. 152
Cas d'un pilier soutenu par plusieurs étages de voûtes. 152
Résumé de la méthode à suivre. 153
Cas d'une voûte s'appuyant sur une autre sans l'intermédiaire d'aucun pilier. . . . 154
Voûte consolidée par des armatures soit au-dessous, soit au-dessus du joint de rupture. 156
Analogie avec le cas des tirants en fer. 157
Voûte avec supports verticaux soit au milieu, soit sur le côté. 158
Stabilité des dômes. — Inexactitude de l'hypothèse des plans méridiens. 160
Nécessité d'abandonner cette hypothèse quand le dôme est tronqué. — Équilibre des dômes tronqués. 161
Cas d'un hémicycle. 166
Voûtes en arc de cloître. 167
Voûtes d'arêtes. 167

CHAPITRE VII. — DE L'ÉPAISSEUR A DONNER AUX VOUTES POUR LEUR PROCURER UNE STABILITÉ SUFFISANTE ET POUR PRÉVENIR L'ÉCRASEMENT DES MATÉRIAUX. 169
La question de l'épaisseur à donner aux diverses parties d'une voûte est indéterminée. 169
Exemple d'une voûte en arc de cercle chargée d'un poids accidentel. 170
Pour assurer la même stabilité à deux voûtes d'égale ouverture, il faut donner plus d'épaisseur à celle qui a le plus de flèche. 172
Épaisseur à donner aux voussoirs pour qu'il n'y ait pas écrasement. — Influence de l'angle de rotation sur la position de la courbe de pression au joint de rupture. 173
Influence de la température. 175
Épaisseur à la clef. — Elle doit être réduite à ce qu'exige la stabilité de la voûte. . 176
La recherche de cette épaisseur est un problème exclusivement pratique. 178
Formules de Perronet, de Gauthey, de M. Dejardin. 179
Tableaux des épaisseurs à la clef de divers ponts, en plein cintre, en arc de cercle, en anse de panier ou en ellipse. 180
Nouvelles formules déduites de ces tableaux — pour les pleins cintres et les ellipses ou les anses de panier — pour les arcs de cercle. 184
Objection tirée de ce qu'il n'est pas tenu compte de la dureté des matériaux. . . 185
Épaisseur des culées. — Détermination théorique. — Coefficient de stabilité. . . 187

Pages.
Nécessité de ne tenir compte que de la partie du massif où il y a pression. 188
Nécessité de s'opposer au glissement. 190
Résumé. 192
Moyens divers employés par les constructeurs pour remédier aux inconvénients du passage de la pression près de l'intrados aux joints de rupture. 193
Nouveau moyen permettant de faire passer la courbe de pression par deux points donnés. 194

CHAPITRE VIII. — DES LIMITES DE L'OUVERTURE DES VOUTES EN MAÇONNERIE. . . 198
Importance pratique du problème de faire passer la courbe de pression par le milieu de tous les joints. 198
Système de M. Villarceau. — Erreurs de ses calculs. 198
La courbe de pression passant par le milieu des joints de clef et de naissance, un tâtonnement graphique suffit pour arriver à la faire passer par le milieu de tous les autres joints. 199
La possibilité de faire passer la pression sur le centre de chaque voussoir a pour résultat de reculer les limites des ouvertures possibles des ponts en maçonnerie. — Examen du projet de Perronet pour une arche en plein cintre de 500 pieds d'ouverture. 202
Projet modifié en substituant des arcades aux œils de ponts et en faisant passer la pression par le milieu de la clef et du joint de rupture. 207

CHAPITRE IX. — DU CHOIX DE LA COURBE D'INTRADOS. 209
Une voûte à construire est limitée par un rectangle. — Plein cintre. — Arc de cercle. — Forme elliptique. 209
Tracé de la courbe en anse de panier à trois centres. — Avec un nombre quelconque de centres. 210
L'emploi de l'anse de panier à un grand nombre de centres n'est pas rationnel; l'ellipse est préférable. 213
Il n'y a réellement que trois espèces d'intrados admissibles : le plein cintre, l'arc de cercle et l'ellipse. — Avantages et inconvéniens de ces trois espèces d'intrados. 214
Motifs d'adopter l'une ou l'autre de ces courbes. 216

CHAPITRE X. — DES VOUTES BIAISES. 217
Définition de la poussée au vide. 217
Calcul de la poussée dans les voûtes biaises. 218
Appareil des voûtes biaises. — Le tracé rigoureux des courbes des lits exige des formules assez compliquées, mais un tracé approximatif, suffisant pour la pra-

Pages.

tique, est facile à faire, même sans épure. — Appareil orthogonal parallèle. . . . 219
Appareil orthogonal convergent. — Ce système fournit le moyen de construire des voûtes dont les têtes ne sont pas parallèles. 221
Le système orthogonal exige des matériaux d'épaisseur variable. — Système héliçoïdal pour matériaux d'égale épaisseur. 223
Modification du système héliçoïdal permettant d'éviter les coussinets en pierre de taille, mais exigeant pour les parties latérales de la voûte des matériaux d'épaisseur variable. 224
La direction des joints doit être normale à l'intrados. 224
Ponts biais composés d'arcs droits. — On peut employer ce système pour des ponts droits. 225
Épaisseur des voûtes biaises. 226

CHAPITRE XI. — **DE L'EMPLACEMENT ET DU DÉBOUCHÉ DES PONTS.** 227
L'emplacement d'un pont est quelquefois déterminé. — Conditions à rechercher quand on est libre de choisir. 227
L'emplacement d'un pont peut influer sur la solidité de l'ouvrage. — Exemples divers. 228
Le débouché d'un pont doit être déterminé en cherchant à calculer ou du moins à apprécier ce qui se passera au moment des plus grandes crues. 229
Formules diverses donnant la vitesse moyenne. — Examen de ces formules. — Dans la pratique, on prend 0.80 pour rapport de la vitesse moyenne à la vitesse maximum à la surface. — Influence d'un vent violent. 230
Il serait important de calculer le remous qui se produit au passage d'un pont. — Étranglement graduel. — Étranglement brusque. — La formule en usage est fausse; on ne peut que se rendre compte des effets de cet étranglement. 233
Avant et arrière-becs des piles de ponts destinés à diminuer la contraction. — Expériences de Gauthey. — Coefficients de contraction. 234
Indication des vitesses susceptibles de corroder les diverses natures de terrains. . 235
Nécessité de se rendre compte du régime des crues. — Considérations générales. 236
La question de savoir quel débouché il faut laisser à un certain volume d'eau n'a pas de réponse déterminée; c'est une question locale. — La connaissance du débouché des ponts voisins, l'étendue des bassins ne peuvent donner des indications exactes. 239
Hauteur et ouverture des arches. 241

CHAPITRE XII. — **DE LA FONDATION DES PONTS.** 243
Les fondations doivent être établies sur un terrain solide. — Comment reconnaître cette qualité du terrain? — Nécessité de nombreux sondages. 243
Fondations par épuisements. — Systèmes divers de batardeaux en terre. — Batar-

Pages.

deaux en charpente. 245
Fondation sur béton dans une enceinte de pieux et palplanches. 247
Fondation avec caissons sans fond. — Conditions dans lesquelles ce système peut être employé. 249
Fondation sur radier général. 251
Fondation sur pilotis et plate-forme. — Diamètre et espacement des pieux, refus du battage. 252
Fondation sur pilotis avec caissons foncés. 253
Fondation sur pilotis et massif de béton. 254
Fondation au moyen de l'air comprimé — Considérations générales. 255
Description de la fondation tubulaire du pont d'Argenteuil. 256
Description de la fondation des ponts près de Nantes, chemin de fer de cette ville à Napoléon-Vendée, au moyen de caissons en tôle. 258

CHAPITRE XIII. — **DES CINTRES ET DU DÉCINTREMENT DES VOUTES.** 266
Principes généraux qui doivent guider dans l'étude des projets de cintres. 266
Cintres retroussés. — Citations de Perronet et du cours de M. Sganzin. — Leurs inconvénients. 267
Cintre retroussé du pont de Nemours. — Observations faites par M. Boistard pendant la construction. 270
Ces observations condamnent le système des cintres retroussés et prouvent l'exactitude de la théorie exposée par l'auteur. — Vice important du projet dans la disposition du cintre. 273
Pour les petites voûtes, on emploie des cintres retroussés. — Motifs de ce choix. — Types adoptés aujourd'hui. — Pour les grandes ouvertures, on a recours à l'ancien système. 275
Cintres fixes. — Dispositions générales. 276
Espacement des fermes. 277
Cintres de grande hauteur. — Cintres retroussés avec suspension. — Cintres en fonte. — Cintres roulants. 277
Il n'est pas possible de calculer les dimensions des bois d'un cintre. — Limites dans lesquelles la théorie peut être employée. — Nécessité de la roideur des cintres. 279
Construction des voûtes. 280
Mode de construction par zones parallèles à l'intrados. — Beaucoup de constructeurs le proscrivent, cependant il est prudent de l'employer pour les grandes voûtes. 281
Exhaussement des cintres. 283
Décintrement. — Malgré l'opinion contraire de quelques constructeurs, il convient de ne le faire que lorsque les mortiers ont pris une consistance solide. . . 284

Pages.

Moyens employés autrefois pour le décintrement. — Leurs inconvénients. 287
Décintrement au moyen de coins. 288
Décintrement avec des vérrins. — On peut combiner ce système avec celui des coins. 288
Décintrement avec des sacs remplis de sable, inventé par M. Beaudemoulin. — On y a substitué des boîtes en tôle remplies de sable. 291
Décintrement au moyen de l'appareil à crémaillère. 293
Nécessité de ne jamais procéder partiellement au décintrement. — Exemple tiré d'un accident. 294
Nombre de cintres à employer dans la construction d'un pont. 296
Économie possible dans la dépense des cintres en ne construisant qu'une longueur limitée de la voûte. 298
Remplissage des reins. — Précautions à prendre. 299
Chape. — Remplissage des reins en terre. — En maçonnerie. — En béton maigre. — Évidements intérieurs. 300

CHAPITRE XIV. — **PARTIES ACCESSOIRES DANS LES PONTS.** 303
Raccordement de la largeur du pont avec celle de la route aux abords. — Murs en aile. — Murs en prolongement des têtes. — Raccordements avec les quais dans les villes. 303
Largeur des ponts. 304
Construction des voûtes et des tympans. — Raccordement de l'appareil des voussoirs des têtes avec les assises formant le parement des tympans. 305
Raccordement des têtes des piles avec les voussoirs dans les ponts en ellipse. . . 306
Utilité des avant et arrière-becs. — Forme la plus rationnelle. — Arrière-voussures ou cornes de vache. 306
Couronnement des becs des piles. — Exemples divers. 307
Entablement et parapet. 308

NOTICES DESCRIPTIVES DES PONTS COMPRIS DANS LES PLANCHES N^{os} 28 A 49 DE L'ATLAS.

Pont Napoléon, à Saint-Sauveur (Hautes-Pyrénées). 309
Pont d'Albi, sur le Tarn. 312
Pont Victoria, sur la Wear, chemin de fer de Durham Junction. 317
Pont sur l'Eden, à Carlisle. 319
Pont de Wellesley, à Limerick. 321
Ponts-de-Cé, sur la Loire, route impériale d'Angers aux Sables-d'Olonne. 323
Pont de l'Alma, sur la Seine, à Paris. 330
Pont au Change, sur la Seine, à Paris. 332
Pont sur la Loire, près Chalonnes, chemin de fer d'Angers à Niort. 335
Pont Hutcheson, sur la Clyde, à Glasgow. 340
Pont-route sur le chemin de fer de Londres à Croydon. 345
Pont sur la Tamise, à Staines. 346
Pont de Darlaston, dans le Staffordshire. 349
Pont d'Iéna, sur la Seine, à Paris. 352
Arche d'expérience en maçonnerie. 354
Pont d'Austerlitz, sur la Seine, à Paris. 359
Pont Napoléon III, sur la Seine, à Paris. 361
Pont de Tilsitt, sur la Saône, à Lyon. 362
Pont-viaduc de Nogent-sur-Marne, sur le chemin de fer de Paris à Mulhouse. . . 363
Viaduc de Comelle, sur le chemin de fer de Paris à Creil. 368
Viaduc sur l'Aulne, près Port-Launay, chemin de fer de Châteaulin à Landerneau. 372
Viaduc de Chaumont sur la ligne de Saint-Dizier à Gray. 379
Pont-viaduc sur la Seine, à Auteuil. 382

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

Fig. 1.

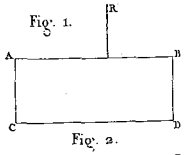


Fig. 2.

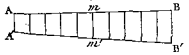


Fig. 3.

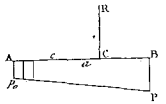


Fig. 4.

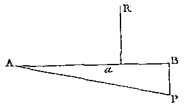


Fig. 5.

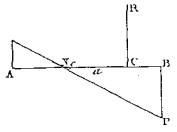


Fig. 6.

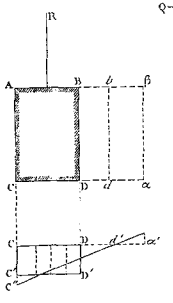


Fig. 7.

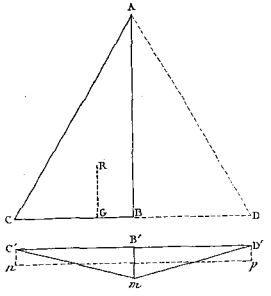


Fig. 8.

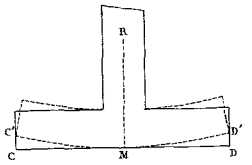


Fig. 9.

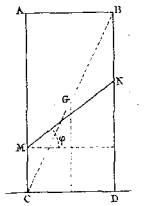


Fig. 10.

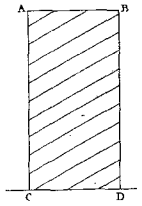


Fig. 11.

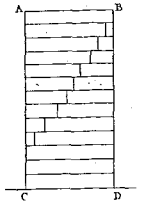


Fig. 12.

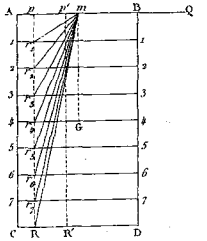


Fig. 13.

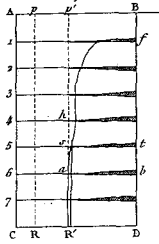


Fig. 14.

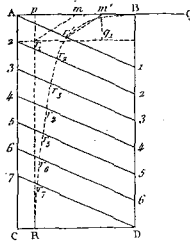


Fig. 15.

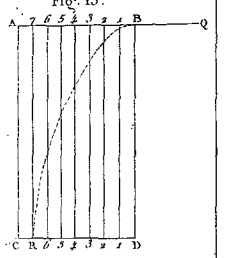


Fig. 16.

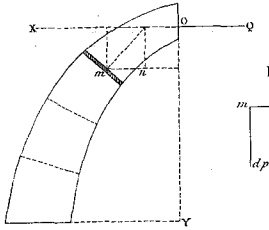


Fig. 17.

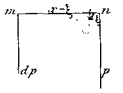


Fig. 18.

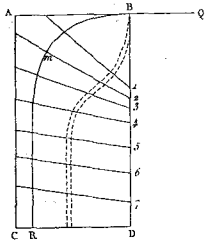


Fig. 19.

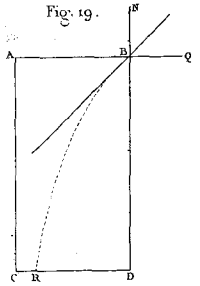


Fig. 20.

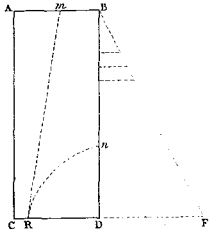


Fig. 21.

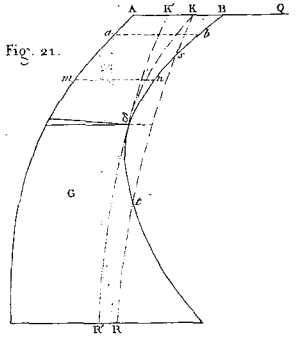


Fig. 22.

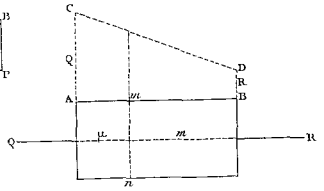


Fig. 23.

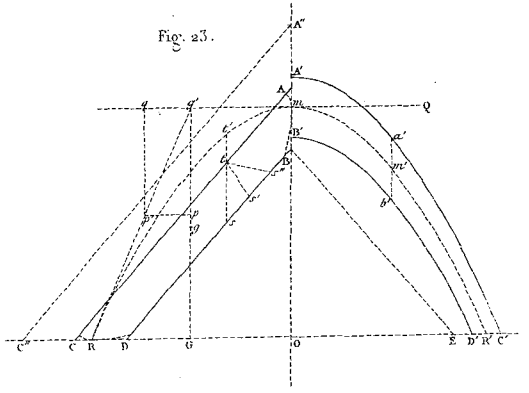


Fig. 24.

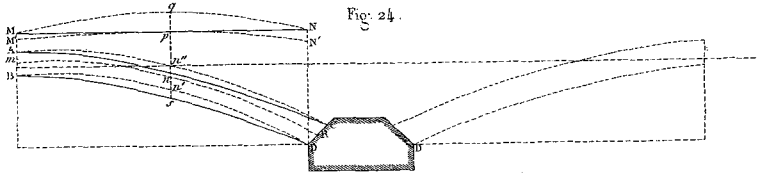


Fig. 25.

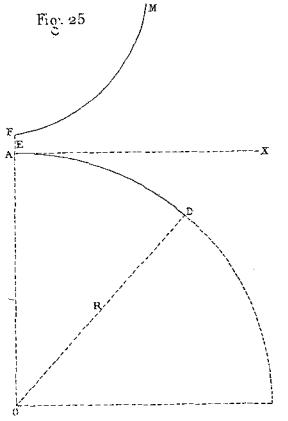


Fig. 26.

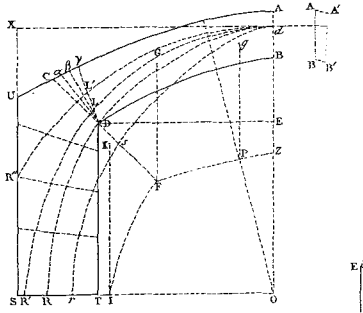
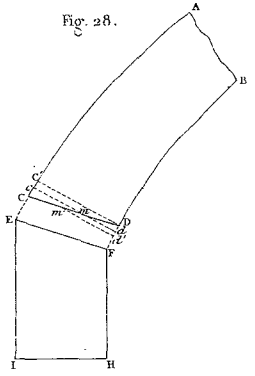


Fig. 26 bis.

Fig. 27.

Fig. 28.



Lemaitre, Graveur de l'Empereur, sc.

Fig. 29.

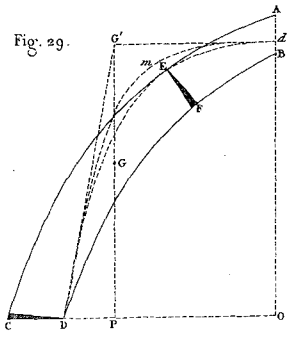


Fig. 30.

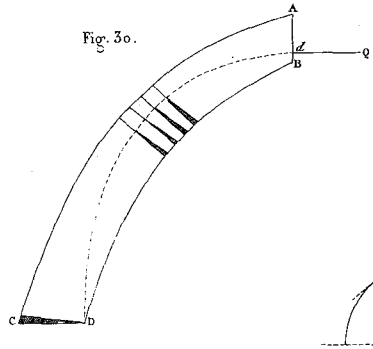


Fig. 34.

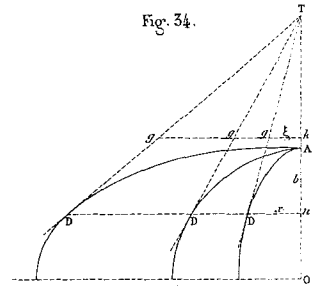


Fig. 35.

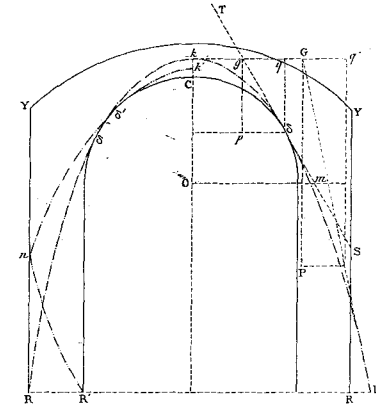


Fig. 36.

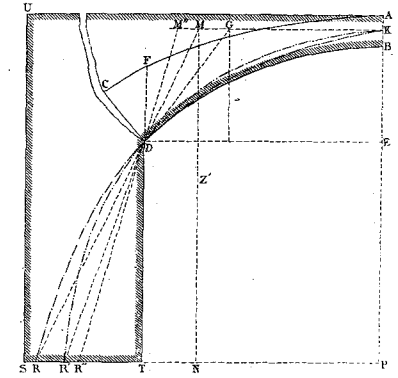


Fig. 31.

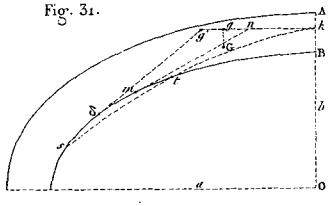


Fig. 32.

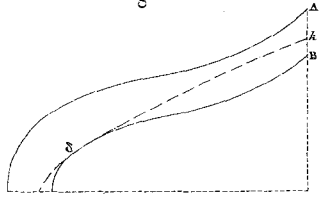


Fig. 33.

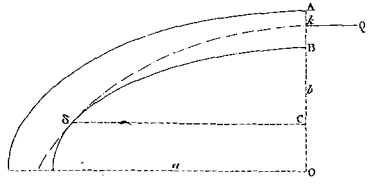


Fig. 37.

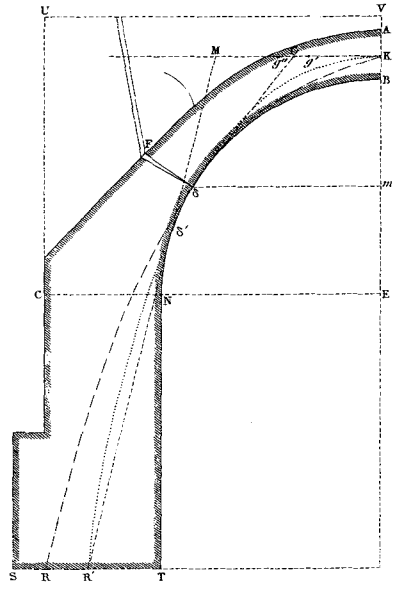


Fig. 38.

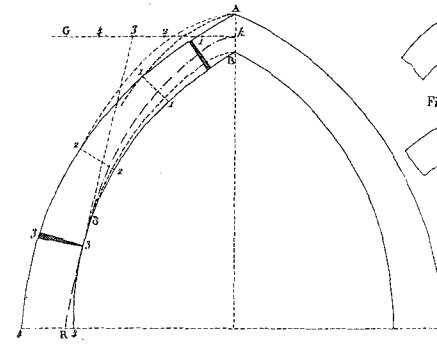


Fig. 38bis

Fig. 38ter

Fig. 39.

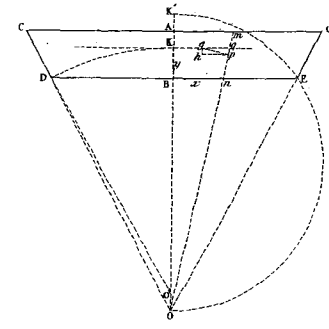


Fig. 40.

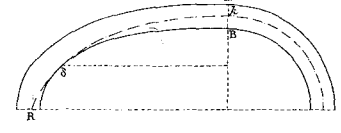


Fig. 41.

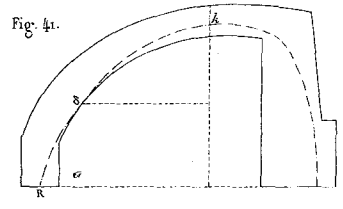
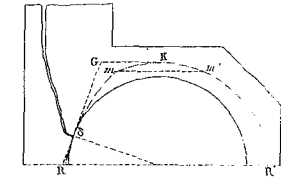


Fig. 42.



Lemaître, Graveur de l'Empereur &c

Fig. 43.

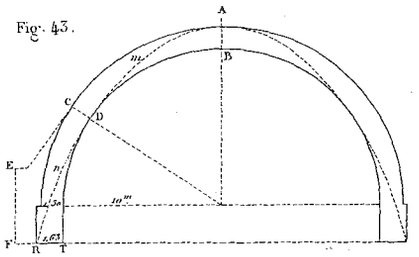


Fig. 44.

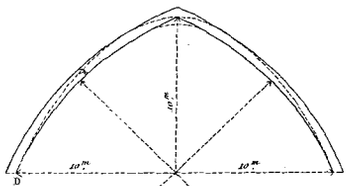


Fig. 45.

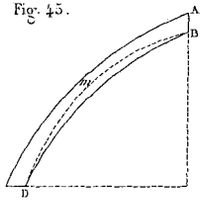
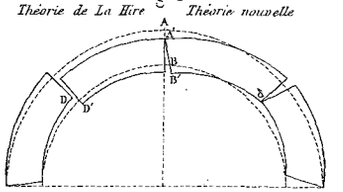


Fig. 46.

Théorie de La Hire *Théorie nouvelle*



Théorie de Coulet.

Fig. 47.

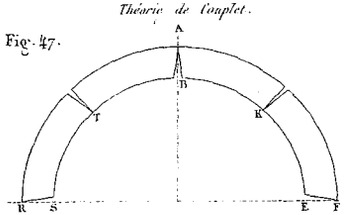


Fig. 48.

Théorie nouvelle *Théorie de M. Méry*

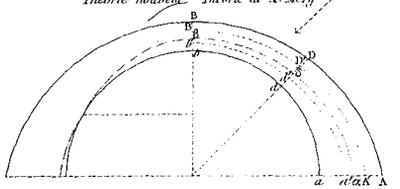


Fig. 49.

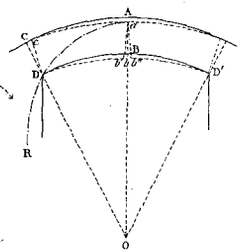


Fig. 50.

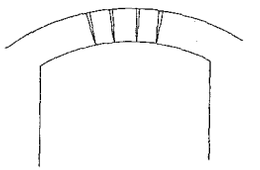


Fig. 51.

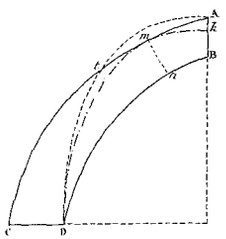


Fig. 52.

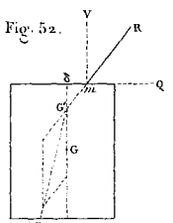


Fig. 53.

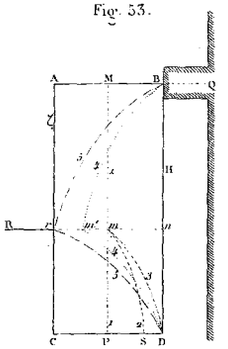


Fig. 54.

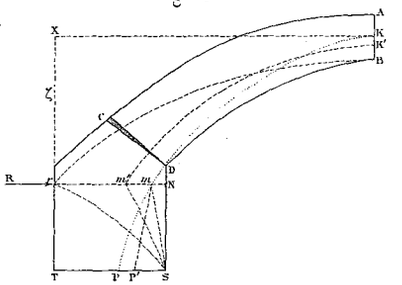


Fig. 55

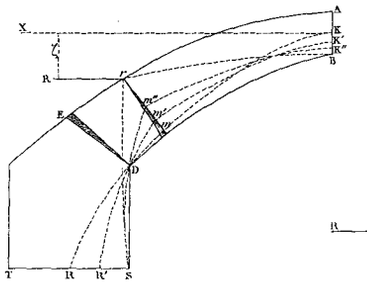


Fig. 56.

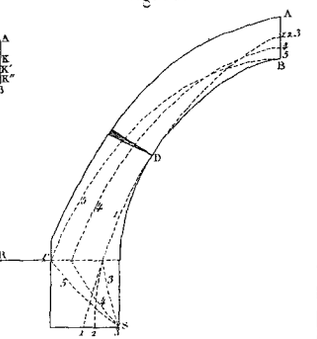


Fig. 57.

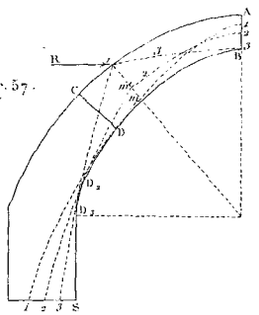


Fig. 58.

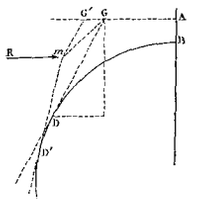


Fig. 59.

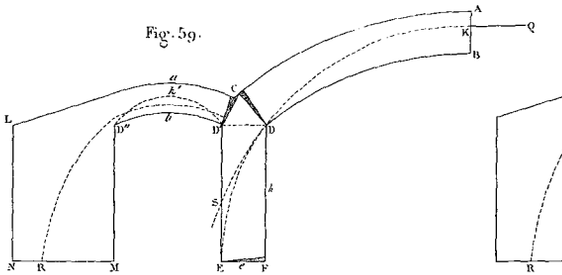
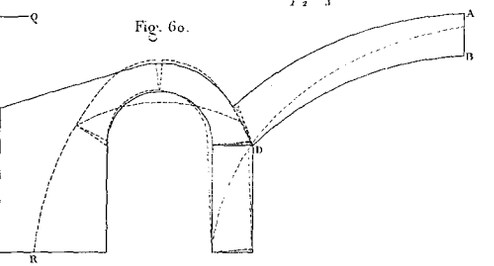


Fig. 60.



Lemaitre Graveur de l'Empereur, sc.

Fig. 61.

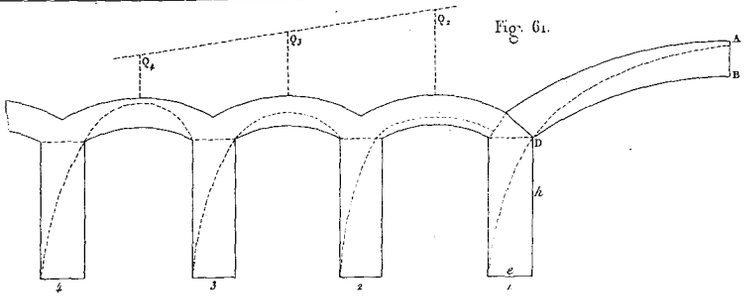


Fig. 62.

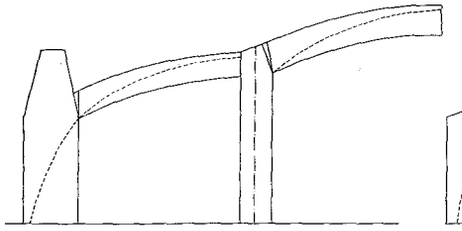


Fig. 63.

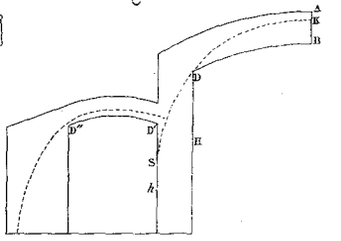


Fig. 64.

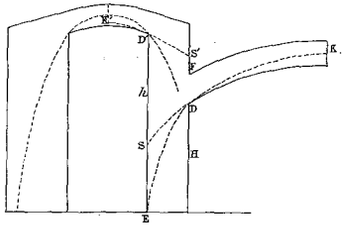


Fig. 65.

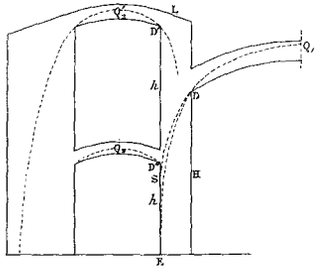


Fig. 66.

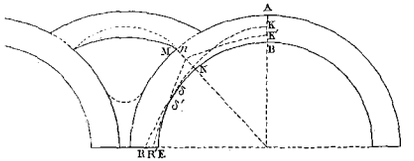


Fig. 67.

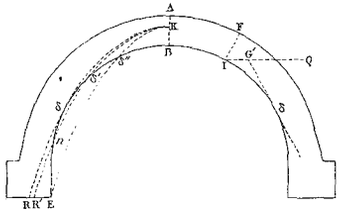


Fig. 68.

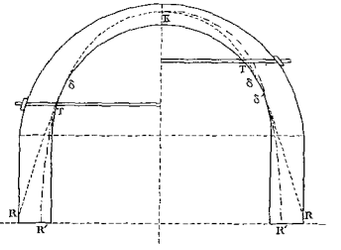


Fig. 69.

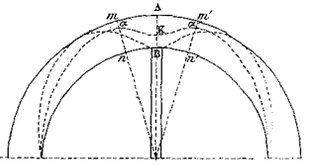


Fig. 70.

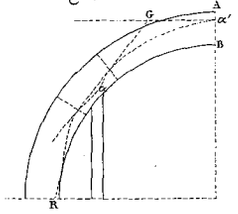


Fig. 71.

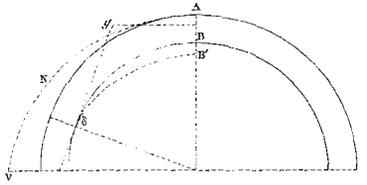


Fig. 72.

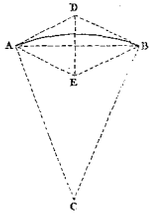


Fig. 73.

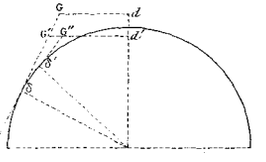


Fig. 74.

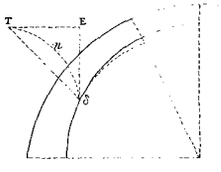


Fig. 75.

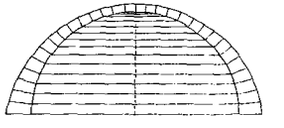


Fig. 76.

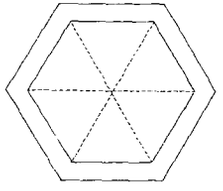


Fig. 77.

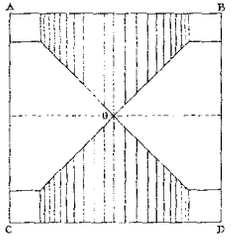


Fig. 78.

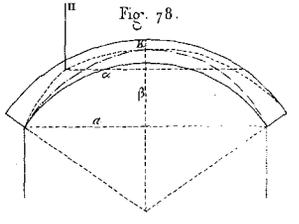


Fig. 79.

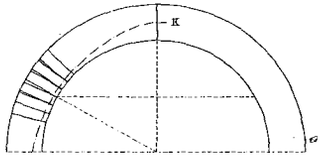


Fig. 80.

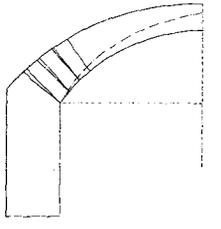


Fig. 81.

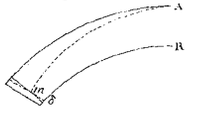
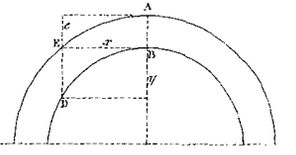


Fig. 82.



Lemaître, Graveur de l'Empereur sc

Fig. 83.

Pleins cintres

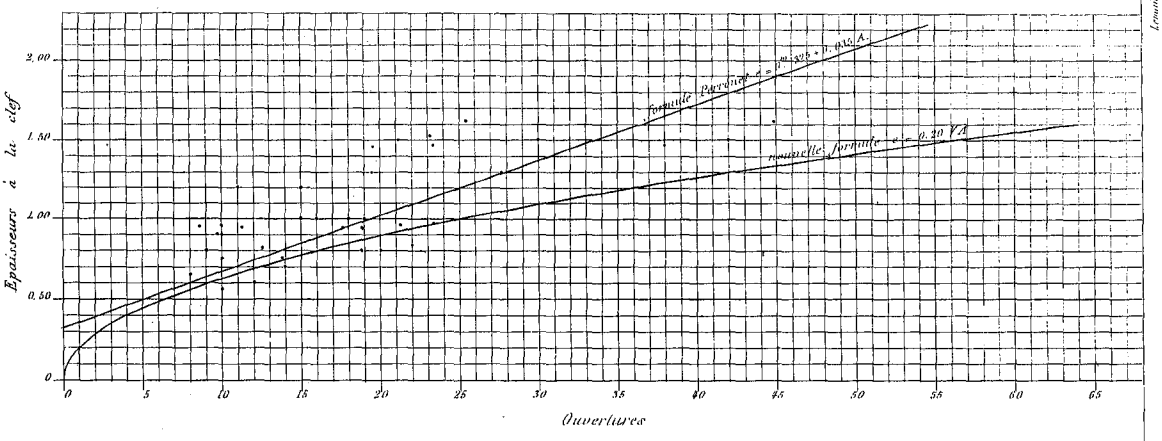


Fig. 84.

Arcs de cercle

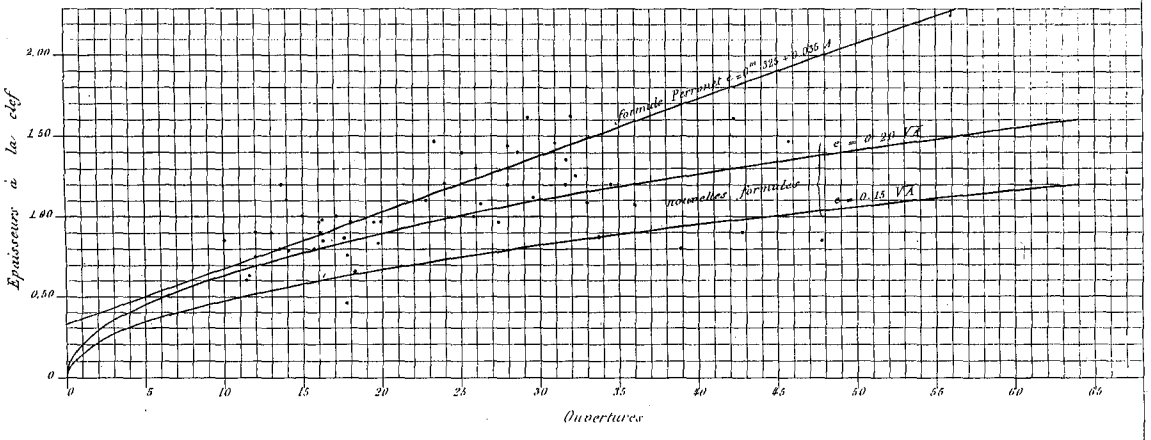


Fig. 85.

Anses de panier et Ellipses

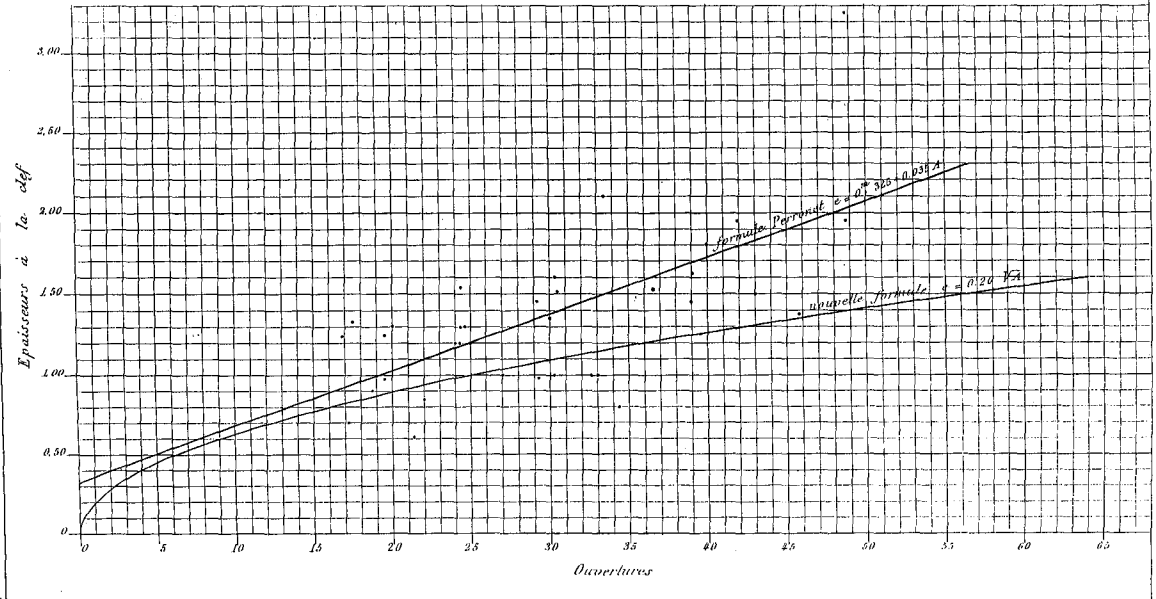


Fig. 86.

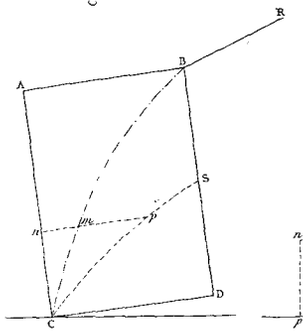


Fig. 87.

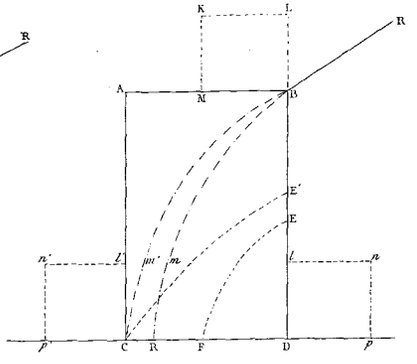


Fig. 88.

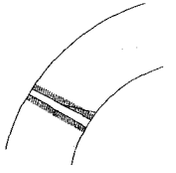


Fig. 89.

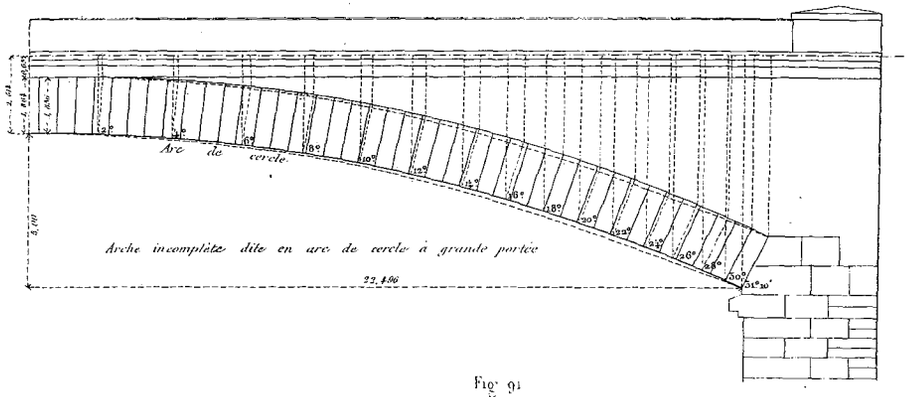


Fig. 90.

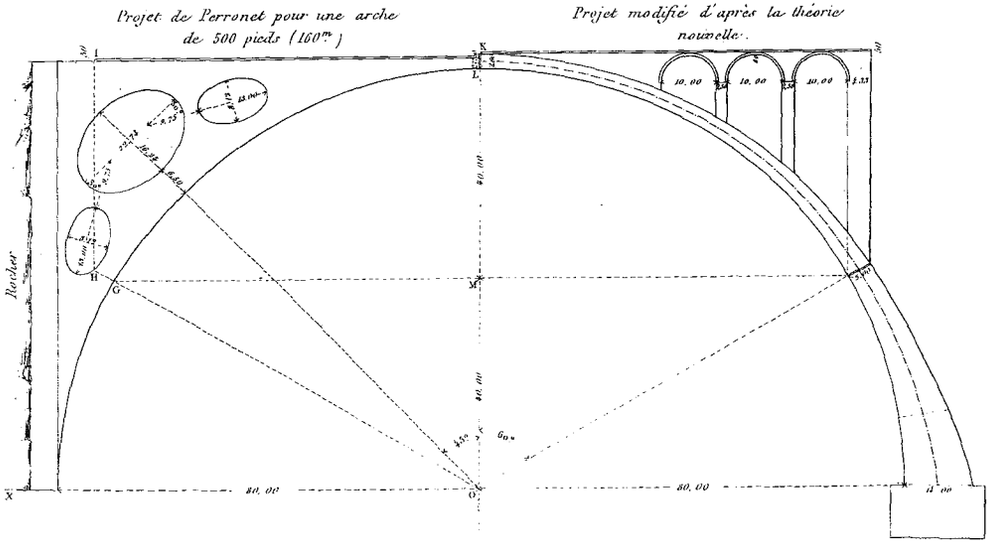


Fig. 91

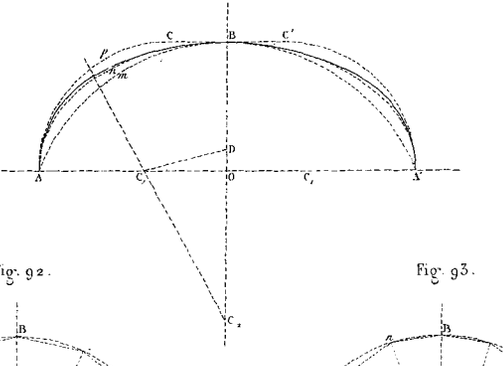


Fig. 92.

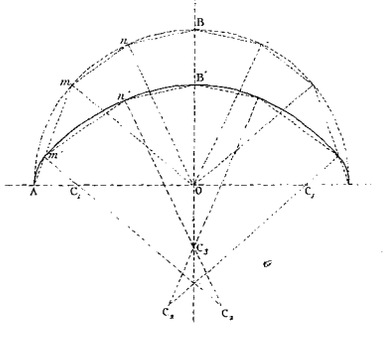
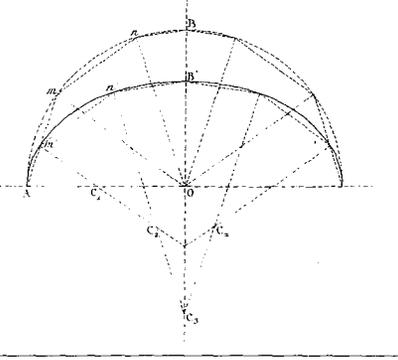


Fig. 93.



Lemaître, Graveur de l'Empereur &c